# CHƯƠNG 1. CƠ HỌC CHẤT ĐIỂM

## §1. NHỮNG KHÁI NIỆM CƠ BẢN

### 1. Chuyển động và hệ qui chiếu

*Chuyển* động của một vật là sự chuyển dời của vật đó đối với các vật khác trong không gian và theo thời gian. Muốn xác định vị trí của một vật trong không gian ta phải tìm khoảng cách từ vật trong không gian gọi là *hệ quy chiếu*.

Như vậy ta thấy chuyển động hay đứng yên chỉ có tính chất tương đối tuỳ theo hệ quy chiếu ta chọn. Một vật có thể chuyển động đối với hệ quy chiếu này nhưng có thể đứng yên với hệ quy chiếu khác.

### 2. Chất điểm và hệ chất điểm

Một vật được xem như một *chất điểm* khi kích thước của nó nhỏ không đáng kể so với những khoảng cách, kích thước mà ta đang khảo sát. Như vậy, việc xem một vật có là chất điểm hay không phụ thuộc vào điều kiện bài toán ta nghiên cứu.

Tập hợp các *chất điểm* tạo thành *hệ chất điểm*.

### 3. Phương trình chuyển động và phương trình quỹ đạo

*a. Phương trình chuyển động của chất điểm*

Phương trình chuyển động là phương trình biểu diễn mối liên hệ giữa các toạ độ không gian và toạ độ thời gian. Để tìm vị trí của chất điểm trong không gian ta gắn vào hệ quy chiếu một hệ toạ độ Đề các ba mặt vuông tạo thành một tam diện thuận Oxyz, O gọi là gốc toạ độ. Vị trí của chất điểm M trong không gian được xác định bởi 3 toạ độ x, y, z cũng chính là 3 toạ độ của bán kính véc tơ $\overrightarrow{OM} = \vec{r}$ trên ba trục toạ độ. Để xác định thời gian t ta gắn vào hệ quy chiếu một đồng hồ đo thời gian.

Khi chất điểm M chuyển động, các toạ độ x, y, z của nó thay đổi theo thời gian t nghĩa là x, y, z là các hàm của t.

$$M = \begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \\ z = h(t) \end{cases} \qquad (1.1)$$

hoặc $$\vec{r} = \vec{r}(t) \qquad (1.2)$$

Phương trình (1.1) hay (1.2) là những phương trình chuyển động của chất điểm M.

*b. Phương trình quỹ đạo của chất điểm chuyển động*

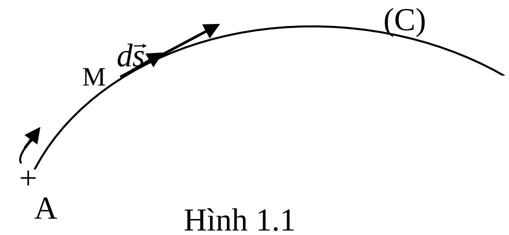
Tập hợp liên tiếp tất cả các vị trí của chất điểm chuyển động trong không gian tạo thành quỹ đạo chuyển động của chất điểm. Phương trình quỹ đạo cho ta xác định được quỹ đạo chuyển động của chất điểm trong không gian. Do vậy, phương trình quỹ đạo là phương trình biểu diễn mối liên hệ giữa các toạ độ không gian.

Muốn tìm phương trình quỹ đạo ta khử tham số thời gian t trong các phương trình chuyển động, tìm được hàm số dạng tổng quát: z = F(x,y). Hàm số đó gọi là phương trình quỹ đạo.

Nếu chất điểm chuyển động trong không gian hai chiều (trong mặt phẳng xOy) thì phương trình quỹ đạo có dạng: y = F(x).

## §2. VÉCTƠ VẬN TỐC. VÉCTƠ GIA TỐC

### 1. Véctơ vận tốc



Hình 1.1

Vận tốc là đại lượng đặc trưng cho phương, chiều và sự nhanh chậm của chuyển động.

*a. Định nghĩa vận tốc*

Xét chất điểm chuyển động trên đường cong (C) bất kỳ, trên (C) chọn một điểm làm gốc và một chiều dương.

Gọi Δs là quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian Δt thì tỷ số $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ gọi là vận tốc trung bình của chất điểm và được ký hiệu:

$$v_{tb} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \qquad (1.3)$$

Để đặc trưng cho độ nhanh chậm của chuyển động tại từng thời điểm ta đưa ra một đại lượng gọi là vận tốc tức thời (gọi tắt là vận tốc). Theo định nghĩa:

Khi cho Δt tiến dần tới 0 thì tỷ số $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ gần tới một giới hạn gọi là vận tốc tức thời.

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Theo định nghĩa của đạo hàm $\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$ do vậy $v = \frac{ds}{dt}$ (1.4)

Vậy vận tốc của chất điểm có giá trị bằng đạo hàm quãng đường của chất điểm đối với thời gian.

Từ (1.4) ta thấy: Dấu của v xác định chiều chuyển động

- v > 0 chất điểm chuyển động theo chiều dương của quỹ đạo.
- v < 0 chất điểm chuyển động theo chiều ngược lại.

Trị tuyệt đối của v xác định độ nhanh chậm của chuyển động tại từng thời điểm.

*b. Véc tơ vận tốc*

Để đặc trưng đầy đủ cả về phương, chiều và độ nhanh chậm của chất điểm chuyển động ta đưa ra một đại lượng gọi là véc tơ vận tốc $\vec{v}$.

Theo định nghĩa véc tơ vận tốc tại một vị trí M là một véc tơ $\vec{v}$ có phương nằm trên tiếp tuyến với quỹ đạo tại M, có chiều theo chiều chuyển động và có giá trị bằng trị tuyệt đối của v.

Để có thể viết được biểu thức của $\vec{v}$ ta định nghĩa một véc tơ vi phân cung $\vec{ds}$ tại điểm M trên quỹ đạo có chiều chuyển động và có độ lớn bằng ds (Hình 1.1), khi đó ta có.

$$\vec{v} = \frac{\vec{ds}}{dt} \qquad (1.5)$$

*c. Véc tơ vận tốc trong tọa độ Đề các.*

Xét chất điểm chuyển động trên đường cong bất kỳ, tại thời điểm t, chất điểm ở vị trí M tại t' = t + dt, chất điểm ở vị trí M' được xác định bởi bán kính véc tơ: $\overrightarrow{OM} = \vec{r}$ và $\overrightarrow{OM}' = \vec{r}'$

Khi dt vô cùng nhỏ thì $\overrightarrow{MM}' = \overrightarrow{OM}' - \overrightarrow{OM} = \vec{dr}$

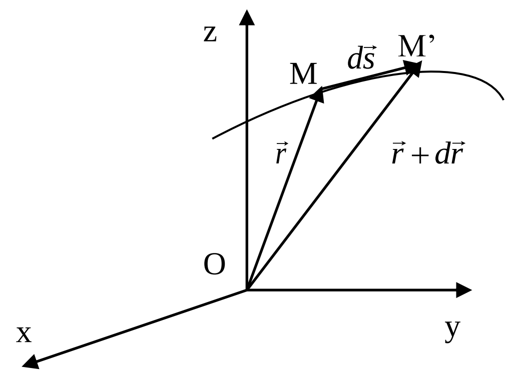
có độ dài $\left|\overrightarrow{dr}\right| = MM' \approx M\widehat{M} = ds$

Vì $\overrightarrow{dr}$ và $\overrightarrow{ds}$ cùng chiều nên: $\overrightarrow{dr} \approx \overrightarrow{ds}\,\vec{v}$

Vậy (1.5) có thể viết: $\vec{v} = \dfrac{\overrightarrow{dr}}{dt}$ (1.6)

Vậy: Vec tơ vận tốc bằng đạo hàm của bán kính véc tơ theo thời gian. Hình chiếu của $\vec{v}$ trên ba trục toạ đồ là $v_x$, $v_y$, $v_z$ sẽ có giá trị là:

$$v_x = \frac{dx}{dt}; v_y = \frac{dy}{dt}; v_z = \frac{dz}{dt} \quad (1.7)$$



Hình 1.2

Độ lớn của v được tính theo công thức:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} \quad (1.8)$$

**2. Véctơ gia tốc.**

Gia tốc là đại lượng đặc trưng cho sự biến thiên của véc tơ vận tốc hay nói cách khác là đại lượng đặc trưng cho sự thay đổi trạng thái chuyển động của chất điểm.

*a. Định nghĩa:*

Véc tơ gia tốc trung bình: $\overrightarrow{a_{tb}}$

Giả sử tại thời điểm t chất điểm có véc tơ vận tốc $\vec{v}$.

Giả sử tại thời điểm t' chất điểm có véc tơ vận tốc $\vec{v}'$.

Trong khoảng thời gian: Δt = t'– t véc tơ vận tốc của chất điểm biến thiên một lượng: $\Delta\vec{v} = \vec{v}' - \vec{v}$

Véc tơ gia tốc trung bình có giá trị bằng độ biến thiên trung bình của véc tơ vận tốc trong một đơn vị thời gian: $\overrightarrow{a_{tb}} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ (1.9)

Để đặc trưng cho sự biến thiên của véc tơ vận tốc ở từng thời điểm ta đưa ra đại lượng véc tơ gia tốc tức thời (gọi tắt là véc tơ gia tốc).

Cho Δt tiến dần tới 0 thì tỷ số $\dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ tến dần tới một giới hạn, giới hạn đó gọi là gia tốc tức thời:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (1.10)$$

hoặc: véc tơ gia tốc bằng đạo hàm của véc tơ vận tốc đối với thời gian.

Trong toạ đồ Đề – các 3 thành phần của véc tơ gia tốc theo 3 trục toạ độ được xác định như sau:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}; a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}; a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2} \quad (1.11)$$

Độ lớn của gia tốc được tính:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2z}{dt^2}\right)^2}$$

*b. Gia tốc tiếp tuyến và gia tốc pháp tuyến*

Véc tơ gia tốc đặc trưng cho sự biến thiên của véc tơ vận tốc về phương, chiều và độ lớn.

Để đặc trưng cho sự biến thiên của véc tơ vận tốc riêng về từng mặt nào đó ta phân tích véc tơ gia tốc thành 2 thành phần: đó là gia tốc tiếp tuyến và gia tốc pháp tuyến:

$$\vec{a} = \vec{a_t} + \vec{a_n} \qquad (1.12)$$

*c. Thành phần gia tốc tiếp tuyến:* $\vec{a_t}$

*Định nghĩa*: Véc tơ gia tốc tiếp tuyến đặc trưng cho sự biến thiên của véc tơ vận tốc về độ lớn, véc tơ này có phương trùng với tiếp tuyến của quỹ đạo tại điểm ta xét. Có chiều cùng chiều chuyển động khi v tăng và ngược chiều chuyển động khi v giảm có độ lớn bằng đạo hàm của vận tốc theo thời gian:

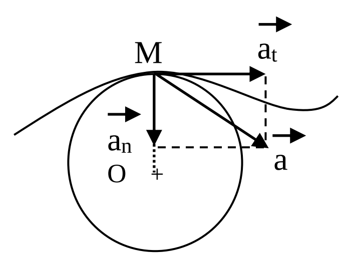
$$a_t = \frac{dv}{dt} \qquad (1.13)$$

*d. Thành phần gia tốc pháp tuyến:* $\vec{a_n}$

*Định nghĩa*: Véc tơ gia tốc pháp tuyến đặc trưng cho sự biến thiên của véc tơ vận tốc về phương, có phương vuông góc với quỹ đạo tại điểm ta xét. Có chiều hướng vào phía lõm của quỹ đạo có độ lớn

$$a_n = \frac{v^2}{R} \qquad (1.14)$$

Chú ý: Trong biểu thức (1.14), nếu chất điểm chuyển động tròn thì R là bán kính quỹ đạo tròn. Nếu chất điểm chuyển động theo đường cong bất kỳ thì R là bán kính cong của quỹ đạo tại M tức là bán kính của đường tròn mật tiếp với quỹ đạo tại M (hình 1.3).




Hình 1.3

Độ lớn của véc tơ gia tốc:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2} \qquad (1.15)$$

Ta xét một số trường hợp đặc biệt:

$a_n = 0$: véc tơ vận tốc không thay đổi phương, chất điểm chuyển động thẳng.

$a_t = 0$: véc tơ vận tốc không thay đổi chiều và giá trị, chất điểm chuyển động đều.

a = 0: véc tơ vận tốc không đổi về phương chiều và giá trị, chất điểm chuyển động thẳng đều.

**3. Vận tốc và gia tốc trong chuyển động tròn**

*a. Vận tốc góc*

Xét chất điểm chuyển động trên đường tròn tâm O bán kính R trong khoảng thời gian Δt chất điểm quay được góc Δθ, theo định nghĩa: vận tốc góc trung bình có giá trị bằng góc quay được trong một đơn vị thời gian:

$$\omega_{tb} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \qquad (1.16)$$

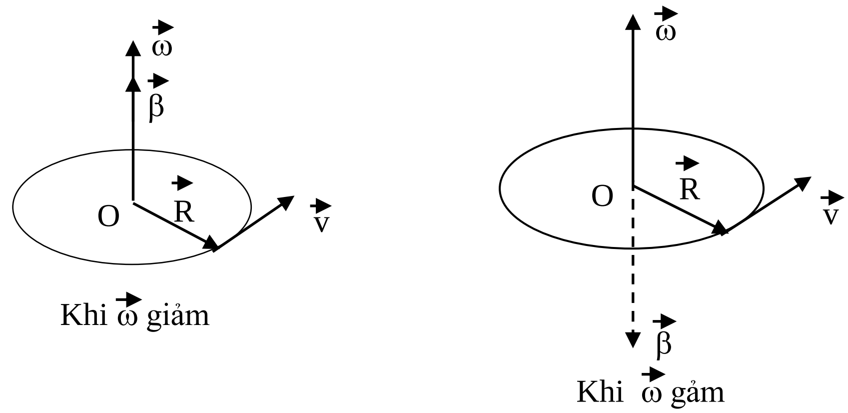
Nếu cho Δt tiến dần tới 0 thì tỷ số $\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ tiến dần tới một giới hạn gọi là vận tốc góc tức thời gọi tắt là vận tốc góc: $\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{dt}$ (1.17)

Hay nói cách khác: vận tốc góc tức thời có giá trị bằng đạo hàm của góc quay đối với thời gian. Đơn vị của nó đo bằng rad/s.

Chu kỳ và tần số được xác định như sau:

$$T = \frac{2\pi}{\omega};\ f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

Ta biểu diễn véc tơ vận tốc góc $\vec{\omega}$ nằm trên trục của vòng tròn quỹ đạo thuận chiều đối với chiều quay chuyển động và có giá trị bằng ω (Hình 1.4)




Hình 1.4

Tại một điểm bất kỳ trên đường tròn vận tốc dài và gia tốc pháp tuyến liên hệ với vận tốc góc được xác định theo biểu thức sau:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \wedge \vec{R}\ ;\quad v = \omega.R\ ;\quad a_n = \omega^2.R$$

*b. Gia tốc góc*

Tương tự như đã trình bày trong phần gia tốc trong chuyển động tịnh tiến ta có:

Véc tơ gia tốc góc trung bình: $\overrightarrow{\beta_{tb}} = \dfrac{\overrightarrow{d\omega}}{dt}$ (1.18)

Véc tơ gia tốc góc tức thời (gọi tắt là gia tốc góc)

$$\overrightarrow{\beta_{tb}} = \lim_{\Delta t \to 0} . \frac{\overrightarrow{\Delta\omega}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{d\omega}}{dt}$$

Véc tơ gia tốc góc được biểu diễn trên ( hình 1.4) có phương nằm trên trục của quỹ đạo tròn cùng chiều với $\vec{\omega}$ khi chuyển động nhanh dần, ngược chiều $\vec{\omega}$ khi chuyển động chậm dần có độ lớn:

$\beta = \dfrac{d\omega}{dt}$ Đơn vị của gia tốc là rad/s$^2$

Tại mỗi điểm trên quỹ đạo, gia tốc góc và gia tốc tiếp tuyến liên hệ với nhau theo hệ thức:

$\vec{a}_t = \vec{\beta} \wedge \vec{R}$ hay $a_t = \beta.R$ (1.19)

# §3. MỘT SỐ DẠNG CHUYỂN ĐỘNG CƠ ĐẶC BIỆT

## 1. Chuyển động thẳng thay đổi đều

*a. Công thức trong chuyển động thẳng thay đổi đều*

Sau những khoảng thời gian bằng nhau vận tốc thay đổi những lượng bằng nhau:

$$a = \frac{v_t - v_0}{t} = const \qquad (1.20)$$

Suy ra: $v_t = at + v_0$ mà $v_t = \frac{ds}{dt} = at + v_0$ => $ds = (at + v_0)dt$

Tích phân 2 vế ta được

$$\int_0^S ds = \int_0^t (at + v_0)dt$$

$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \qquad (1.21)$$

Rút ra từ (1.20) thay vào (1.21) ta được

$$v_t^2 - v_0^2 = 2as \qquad (1.22)$$

*b. Chú ý*

Chuyển động thẳng đều: a = 0

Chuyển động nhanh dần đều: a = const > 0

Chuyển động chậm dần đều: a = const < 0

## 2. Chuyển động tròn thay đổi đều

*a. Công thức trong chuyển động tròn thay đổi đều*

Tương tự như chuyển động thẳng thay đổi đều

Ta có: β = const, công thức trong chuyển động tròn biến đổi đều:

$$\beta = \frac{\omega_t - \omega_0}{t} \qquad (1.23)$$

$$\theta = \omega_0 t + \frac{\beta t^2}{2} \qquad (1.24)$$

$$\omega_t^2 - \omega_0^2 = 2\beta\theta \qquad (1.25)$$

*b. Chú ý:* β = 0 chuyển động tròn đều.

β = const > 0 chuyển động tròn nhanh dần đều.

β = const < 0 chuyển động tròn chậm dần đều.

## 3. Chuyển động với gia tốc không đổi (g = const)

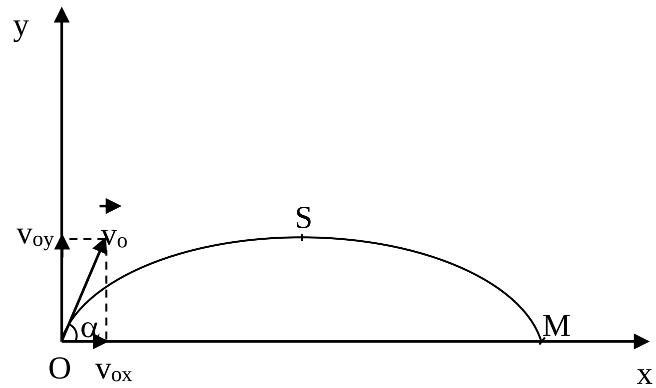
Trong không gian xung quanh trái đất không lớn lắm, mọi chất điểm rơi cùng với một gia tốc g hướng thẳng đứng xuống dưới và có giá trị không đổi: $\vec{g} = \overrightarrow{const}$

Cụ thể ta xét bài toán như sau:

Một viên đạn được bắn lên từ một điểm trên mặt đất với vận tốc ban đầu $\vec{v}_0$, hợp với phương nằm ngang một góc α.

Chọn hệ trục tọa độ như (hình 1.5), tại thời điểm t viên đạn ở vị trí M có $\vec{a} = \vec{g}$.

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_y = \dfrac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$$




Hình 1.5

Lấy nguyên hàm ta được:

$v_x = C_1$, $v_y = -gt + C_2$

Với $C_1 = v_{x(t=0)} = v_{0x} = v_0\cos\alpha$

$C_2 = v_{y(t=0)} = v_{0y} = v_0\sin\alpha$

Mặt khác ta biết: $v_x = \dfrac{dx}{dt} = v_0\cos\alpha$

$v_y = \dfrac{dy}{dt} = -gt + v_0\sin\alpha$

Lại lấy nguyên hàm theo t ta được:

$x = v_0 t\cos\alpha + C3$

$y = v_0 t\sin\alpha - \dfrac{gt^2}{2} + C4$

Chọn $C_3 = x_{(t=0)} = 0$, $C_4 = y_{(t=0)} = 0$

Ta được phương trình chuyển động của viên đạn:

$$\begin{aligned} x &= v_0.t.\cos\alpha \\ y &= v_0.t.\sin\alpha - \frac{g.t^2}{2} \end{aligned} \qquad (1.26)$$

Từ (1.26) rút t từ x thay vào y ta được:

Phương trình quỹ đạo: $y = -\dfrac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}.x^2 + tg\alpha.x$ (1.27)

Ta tìm thời gian viên đạn bay tới S và M.

Tại S đỉnh parabol $v_y = 0$

Từ phương trình (1.26) ta có: $v_y = \dfrac{dy}{dt} = v_0\sin\alpha - gt_s = 0$

Suy ra: $t_s = \dfrac{v_0\sin\alpha}{g} \Rightarrow y_S = \dfrac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}$, $x_s = \dfrac{1}{2}\dfrac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}$ (1.28)

Tại M (điểm tiếp đất): $y_M = 0$.Từ phương trình chuyển động ta có:

$$y_M = (v_0\sin\alpha)t_A - \frac{gt_A^2}{2} = 0$$

Suy ra: $t_M = \dfrac{2v_o\sin\alpha}{g}$ (1.29)

Tiếp theo ta tính được khoảng cách từ điểm bắn đến điểm rơi của viên đạn:

$$x_M = OM = 2x_A = \frac{v_0^2\sin 2\alpha}{g} \qquad (1.30)$$

# §4. BA ĐỊNH LUẬT NIUTƠN

**1. Định luật 1 Newton** (nghiên cứu trạng thái chuyển động của vật cô lập)

*Một chất điểm cô lập nếu đang đứng yên thì sẽ đứng yên mãi mãi, còn nếu nó đang chuyển động thì chuyển động đó là thẳng đều*

Suy ra trạng thái chuyển động của một chất điểm cô lập được bảo toàn. Tính chất bảo toàn trạng thái còn được gọi là quán tính của vật

Định luật I còn gọi là định luật quán tính.

Hệ qui chiếu quán tính. Là hệ qui chiếu mà ở đó định luật I Niutơn được nghiệm đúng.

Một cách gần đúng, khi bỏ qua ảnh hưởng do chuyển động quay của Trái Đất quanh Mặt Trời và quay quanh trục riêng của nó thì ta có thể coi Hệ qui chiếu gắn với Trái Đất là hệ qui chiếu gần quán tính.

**2. Định luật II Newton** (nghiên cứu trạng thái chuyển động của vật không cô lập)

*a. Định luật*

***Véc tơ gia tốc $\vec{a}$ của vật tỉ lệ thuận và cùng chiều với lực $\vec{F}$ tác dụng và tỉ lệ nghịch với khối lượng của vật.***

Biểu thức $$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \qquad (1.31)$$

hay $$\vec{F} = m\vec{a} \qquad (1.32)$$

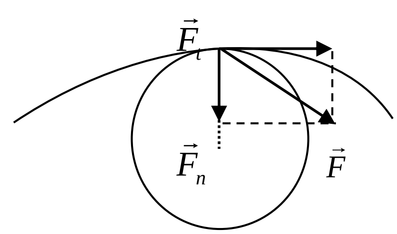
*b. Hệ quả*

Nếu vật chịu tác dụng của nhiều lực thì khi đó lực $\vec{F}$ gọi là lực tổng hợp được xác định theo nguyên lý tổng hợp các lực

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \ldots \vec{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \qquad (1.33)$$

*c. Ứng dụng*

Xét chất điểm chuyển động trên đường cong (c) bất kỳ dưới tác dụng của lực $\vec{F}$. Tại thời điểm bất kỳ, giả sử chất điểm ở vị trí M, ta phân tích lực $\vec{F}$ thành hai thành phần đó là lực tiếp tuyến $\vec{F}_t$ và lực pháp tuyến khi đó theo định luật II Niutơn : $\vec{F} = m\vec{a}$



Hình 1.6

Ta có:

$\vec{F}_t = m\vec{a}_t$ gọi là lực tiếp tuyến, có tác dụng làm thay đổi tốc độ chuyển động của vật, $\vec{F}_n = m\vec{a}_n$ gọi là gia tốc hướng tâm. $\vec{F}_t$ có tác dụng làm thay đổi phương chuyển động của vật.

Gia tốc tiếp tuyến $a_t = \frac{dv}{dt}$ đặc trưng cho sự biến thiên của véc tơ vận tốc về độ lớn.

Gia tốc pháp tuyến $a_n = \frac{v^2}{R}$ đặc trưng cho sự biến thiên của véc tơ vận tốc về phương

Chú ý: Trong biểu thức (1.14): nếu chất điểm chuyển động tròn thì R là bán kính quỹ đạo tròn. Nếu chất điểm chuyển động theo đường cong bất kỳ thì R là bán kính cong của quỹ đạo tại M (bán kính của đường tròn mật tiếp với quỹ đạo tại M )

Ta xét một số trường hợp đặc biệt:

$a_n = 0$ véc tơ vận tốc không thay đổi phương chất điểm chuyển động thẳng.

$a_t = 0$ véc tơ vận tốc không thay đổi chiều và giá trị, chất điểm chuyển động tròn đều.

a = 0: Véc tơ vận tốc không đổi về phương chiều và giá trị, chất điểm chuyển động thẳng đều..

Độ lớn của véc tơ gia tốc. $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}$ (1.34)

**3. Định luật 3 Newton** (nghiên cứu sự tương tác giữa hai vật)

Nội dung: Khi chất điểm A tác dụng lên chất điểm B một lực $\vec{F}_1$ thì chất điểm B sẽ tác dụng lên chất điểm A một lực lực $\vec{F}_2$. Hai lực này cùng phương, ngược chiều và có cùng độ lớn. $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$

Hệ quả**.** Tổng nội lực tương tác trong một hệ cô lập bằng 0

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + .... \vec{F}_n = \sum \vec{F}_i = 0 \qquad (1.35)$$

**4. Các lực cơ học**

Khi vật chuyển động, giữa vật và các vật liên kết (mặt sàn, giá đỡ, dây nối..) luôn có các lực tương tác gọi là các lực liên kết.

*a. Lực ma sát*

- Lực ma sát nghỉ. Là ma sát khô, xuất hiện ở mặt tiếp xúc giữa hai vật không chuyển động đối với nhau. $f_m = k.N$ (1.36)

- Lực ma sát trượt. Xuất hiện khi một vật (m) trượt trên mặt của một vật khác (giá đỡ)

$$f_{ms} = \mu N \qquad (1.37)$$

- Lực ma sát lăn. Xuất hiện ở mặt tiếp xúc giữa một vật lăn trên mặt của một vật khác

$$f_{ms} = \mu' \frac{N}{r} \qquad (1.38)$$

- Lực ma sát nhớt. Xuất hiện ở mặt tiếp xúc giữa hai lớp chất lưu (lỏng hay nhớt) chuyển động đối với nhau. $\vec{F}_{ms} = -r\vec{v}$ (1.39)

*b. Lực căng của dây*

Khi vật được gắn vào một sợi dây mà chịu tác dụng của ngoại lực, thì dây bị căng và tại các điểm trên dây đều xuất hiện những lực gọi là lực căng.

*c. Lực đàn hồi*

Xuất hiện khi một vật bị biến dạng dưới tác dụng của ngoại lực. Lực này có xu hướng đưa vật trở về trạng thái ban đầu.

$$F_{dh} = -kx. \qquad (1.40)$$

*d. Lực hấp dẫn*

Là lực tương tác (hút) giữa hai vật có khối lượng.

$$F_{12} = F_{21} = G\frac{m_1.m_2}{r^2} \qquad (1.41)$$

Trong đó $G = 6,67.10^{-11}$ $N.m^2/kg^2$ là hằng số hấp dẫn vũ trụ

## §5. ĐỘNG LƯỢNG VÀ MÔMEN ĐỘNG LƯỢNG

### 1. Thiết lập định lý động lượng của một chất điểm

*a. Định nghĩa động lượng*

Giả sử một chất điểm khối lượng m chuyển động với vận tốc $\vec{v}$ trên một quỹ đạo nào đó. Đại lượng $\vec{k} = m\vec{v}$ gọi là véc tơ động lượng của chất điểm trên quỹ đạo đó.

=> Động lượng của 1 hệ chất điểm bằng tổng động lượng của các chất điểm trong hệ:

$$\vec{k} = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 + ..... + \vec{k}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{k}_i \qquad (1.42)$$

*b. Định lý về động lượng*

Từ phương trình cơ bản của động lực học:

$$m\vec{a} = \vec{F} \text{ hay } \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F} \text{ ta có } \frac{d\vec{k}}{dt} = \vec{F} \qquad (1.43)$$

Phát biểu định lý: *Đạo hàm động lượng của một chất điểm theo thời gian có giá trị bằng lực (hay tổng hợp lực) tác dụng lên chất điểm đó.*

Hệ quả: Từ công thức ta có $d\vec{k} = \vec{F}dt$

$\vec{F}dt$ là xung lượng của lực tác dụng lên chất điểm trong thời gian vô cùng nhỏ dt, $d\vec{k}$ là độ biến thiên của véc tơ động lượng trong khoảng thời gian đó.

Nếu lực tác dụng $\vec{F}$ thay đổi trong thời gian từ $t_1$ đến $t_2$ và véc tơ động lượng của chất điểm thay đổi từ $\vec{k}_1$ đến $\vec{k}_2$ thì từ biểu thức lấy tích phân ta được

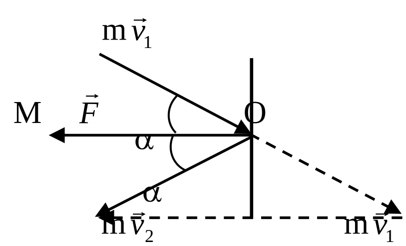
$$\int_{\vec{k}_1}^{\vec{k}_2} d\vec{k} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt \text{ hay } \Delta\vec{k} = \vec{k}_2 - \vec{k}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt \qquad (1.44)$$

nếu $\vec{F}$ = cosnt ta được $\Delta\vec{k} = \vec{F}(t_2 - t_1) = \vec{F}\Delta t$ (1.45)

=> Độ biến thiên véc tơ động lượng của chất điểm chuyển động có giá trị bằng véc tơ xung lượng của lực tác dụng lên chất điểm trong cùng khoảng thời gian tương ứng.

*c. Ý nghĩa của động lượng*

Véctơ động lượng đặc trưng cho trạng thái chuyển động của vật về mặt động lực học. Xung lượng của lực đặc trưng cho tác dụng của lực khoảng thời gian tác dụng lực.




*d. Ví dụ:* Xét quả bóng có khối lượng m chuyển động tới va chạm vào một bức tường với vận tốc $\vec{v}_1$ theo hướng nghiêng một góc α so với pháp tuyến OM của mặt tường. Coi va chạm là đàn hồi, sau va chạm quả bóng bật ra với vận tốc $\vec{v}_2$ đối xứng với $\vec{v}_1$ qua pháp tuyến OM sao cho $v_2 = v_1 = v$. Xác định lực do tường tác dụng lên bóng. Gọi $\Delta t$ là thời gian va chạm. Áp dụng định lý động lượng ta có:

$$\vec{F}\Delta t = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = m\Delta\vec{v}\,.$$

Do đó lực $\vec{F}$ đặt tại điểm va chạm O, hướng theo pháp tuyến OM và song song với véc tơ biến thiên vận tốc $\Delta\vec{v}$. Vì $v_2 = v_1 = v$, nên chiếu theo phương pháp tuyến OM của mặt tường ta được:

$$\vec{F}\Delta t = m(v_2 cos\alpha - (-v_1 cos\alpha)) = 2mvcos\alpha$$

Suy ra $$F = \frac{2mv\cos\alpha}{\Delta t}$$

**2. Định lý về mômen động lượng của một chất điểm**.

*a. Định nghĩa:* Xét một chất điểm M có khối lượng m sẽ chuyển động với vận tốc v trên một quỹ đạo (C) nào đó đối với gốc toạ độ O dưới tác dụng của một lực $\vec{F}$. Đặt r = $\overrightarrow{OM}$. Mômen động lượng của một chất điểm đối với gốc toạ độ O là một vectơ, ký hiệu $\vec{L}$, được xác định như sau (hình 1.7):

Điểm đặt: tại O

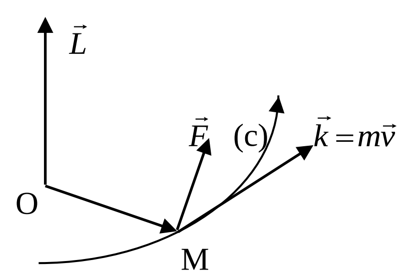
Phương: Vuông góc với mặt phẳng chứa O và $\vec{k}$.

Chiều: Có chiều thuận đối với chiều quay $\overleftarrow{r}$ sang $\vec{k} = m\vec{v}$

Độ lớn: L = r.k.sinα với α = $(\vec{r},\vec{k})$

L = d.k = d.mv với d = rsinα

Dạng vec tơ: $\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{k}$




Hình 1.7

*b. Định lý.*

Theo định nghĩa ta có:

$$\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{k} \rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\vec{r} \wedge \vec{k}\right)$$

Trong đó: $\frac{d}{dt}\left(\vec{r} \wedge \vec{k}\right) = \frac{d\vec{r}}{dl} \wedge \vec{k} + \vec{r} \wedge \frac{d\vec{k}}{dt}$ hay $\frac{d}{dt}\left(\vec{r} \wedge \vec{k}\right) = \vec{v} \wedge m\vec{v} + \vec{r} \wedge \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = 0 + \vec{r} \wedge m\frac{d\vec{v}}{dt}$

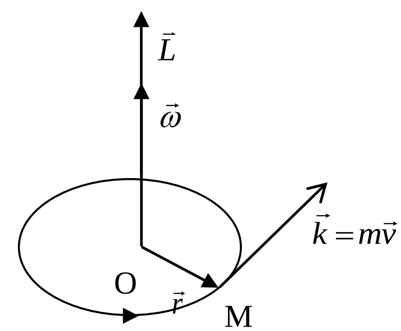
$$= \vec{r} \wedge m.\vec{a} = \vec{r} \wedge \vec{F} = \vec{M}\left(\vec{F}\right) \qquad => \frac{d\vec{l}}{dt} = \vec{M}\left(\vec{F}\right) \qquad (1.46)$$

=> ***Đạo hàm theo thời gian của mômen động lượng đối với điểm O của một chất điểm chuyển động bằng tổng mômen đối với điểm O của các lực tác dụng lên chất điểm.***

*c. Hệ quả.* Nếu chất điểm luôn luôn chịu tác dụng bởi một lực xuyên tâm thì:

$$\vec{M}(\vec{F}) = 0 \rightarrow \frac{d\vec{l}}{dt} = 0 \rightarrow \vec{L} = \overrightarrow{Const} \quad (1.47)$$

Vì $\vec{L}$ luôn luôn vuông góc với mặt phẳng chứa 0 và $\vec{k} = m\vec{v}$ nên chất điểm M luôn luôn chuyển động trong 1 mặt phẳng cố định.



Hình 1.8

*Đối với chuyển động tròn.*

L = r.k = d.mv = r.m. rω = (mr$^2$).ω

Đặt mr$^2$ = I → L = Iω

I gọi là mômen quán tính của chất điểm đối với điểm O. Vì $\vec{\omega}$ cùng chiều $\vec{L}$ nên $\vec{L}$ = I$\vec{\omega}$

Do đó $$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(I\vec{\omega}) = \overrightarrow{M} \quad (1.48)$$

*Đối với chuyển động bất kỳ.*

Ta có mômen động lượng $\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{K}$. Khi biểu diễn thông qua các trục toạ độ thì ta có

$$\vec{L} = \vec{i}L_x + \vec{j}L_y + \vec{k}L_Z \text{ với } L = \sqrt{L_x^2 + L_y^2 + L_x^2} \quad (1.49)$$

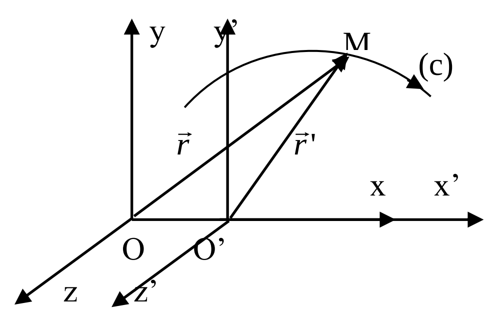
Tương tự đối với mômen lực ta có

$$\vec{M} = \vec{i}M_x + \vec{j}M_y + \vec{k}M_Z \text{ với } M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_x^2} \quad (1.50)$$

## §6. NGUYÊN LÍ TƯƠNG ĐỐI GALILÊ - PHÉP BIẾN ĐỔI GALILÊ

### 1. Tổng hợp vận tốc, gia tốc

Xét hai hệ qui chiếu Oxyz và O'x'y'z'. Hệ O đứng yên, hệ O' chuyển động đối với hệ O sao cho O'x' trượt dọc theo trục Ox, còn O'y' song song, cùng chiều với Oy và còn O'z' song song, cùng chiều với Oz..



Hình 1.9

Chọn gốc thời gian tại thời điểm hệ O và hệ O' trùng nhau. Xét chất điểm M chuyển động trên đường cong (c), toạ độ của chất điểm M ở một thời điểm bất kỳ trong hai hệ toạ độ O là x, y, z t và trong hệ O'và x', y', z', t'

*a. Quan niệm về không gian, thời gian trong cơ học cổ điển*

Thời gian có tính tuyệt đối, không phụ thuộc vào hệ qui chiếu

t = t'.

Vị trí không gian có tính tương đối, phụ thuộc vào hệ qui chiếu.

$$x = x' + \overline{OO'}$$

Khoảng không gian có tính tuyệt đối (kích thước của vật), không phụ thuộc vào hệ qui chiếu:

$$l = l'$$

*b. Tổng hợp vận tốc và gia tốc*

Ở thời điểm bất kỳ vị trí của chất điểm M trong hai hệ qui chiếu O và O' được xác định bởi các véc tơ $\overrightarrow{OM} = \vec{r}$ và $\overrightarrow{OM}' = \vec{r}\,'$. Ta có hệ thức:

$$\vec{r} = \vec{r}\,' + \vec{R} \qquad (1.51)$$

Lấy đạo hàm theo thời gian hai vế ta được: $\dfrac{d\vec{r}}{dt} = \dfrac{d\vec{r}\,'}{dt} + \dfrac{d\vec{R}}{dt} = \dfrac{d\vec{r}\,'}{dt'} + \dfrac{d\vec{R}}{dt}$

Ta được công thức tổng hợp vận tốc: $\vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{V}$ (1.52)

Lấy đạo hàm theo thời gian hai vế ta được: $\dfrac{d\vec{v}}{dt} = \dfrac{d\vec{v}\,'}{dt} + \dfrac{d\vec{V}}{dt} = \dfrac{d\vec{v}\,'}{dt'} + \dfrac{d\vec{V}}{dt}$

Ta được công thức tổng hợp gia tốc: $\vec{a} = \vec{a}\,' + \vec{A}$ (1.53)

**2. Nguyên lí tương đối Galiê**

Nội dung: *Mọi hiện tượng cơ học đều diễn như nhau trong các hệ qui chiếu quán tính khác nhau.*

Hệ quả: Ta có các cách phát biểu tương đương.

*Mọi hệ qui chiếu chuyển động thẳng đều đối với một hệ qui chiếu quán tính cũng là một hệ qui chiếu quán tính*

*Các định luật Niuton được nghiệm đúng trong các hệ qui chiếu động thẳng đều đối với một hệ qui chiếu quán tính*

**3. Phép biến đổi Galiê**

Xét hai hệ toạ độ Oxyz (hệ O) và O'x'y'z' (hệ O') trong đó hệ O đứng yên còn hệ O' thì chuyển động thẳng đều đối với hệ O với vận tốc $\vec{V}$ sao cho O'x' trượt dọc theo Ox còn O'y' và O'z' lần lượt song song và cùng chiều đối với Oy và Oz.

Xét điểm M bất kỳ. Gọi x,y, z,t và x' y' z' t' lần lượt là toạ độ không gian, thời gian của M trong hệ O và O'

Khi đó: x = x' + $\overrightarrow{OO}$, y = y', z = z' và t = t'

Nếu tại t = 0 mà O' trùng với O thì x = x' + V.t' Ngược lại x' = x - V.t

| | | |
|---|---|---|
| x = x' + V.t' | x' = x - V.t | |
| y = y' | y = y' | |
| z = z' | z = z' | (1.54) |
| t = t' | t = t' | |

Các công thức (1.54) gọi là phép biến đổi Galilê.

**4. Hệ qui chiếu không quán tính. Lực quán tính**

*a. Hệ qui chiếu không quán tính*

Là hệ qui chiếu chuyển động có gia tốc đối với hệ qui chiếu quán tính.

*b. Lực quán tính*

Theo công thức cộng gia tốc ta có:

$$\vec{a} = \vec{a}\,' + \vec{A} \rightarrow m\vec{a} = m\vec{a}\,' + m\vec{A} \rightarrow m\vec{a}\,' = m\vec{a} + \left(-m\vec{A}\right)$$

Vì O là hệ qui chiếu quán tính nên: $m\vec{a} = \vec{F}$ => $m\vec{a}' = \vec{F} + \left(-m\vec{A}\right)$

Đặt : $\vec{F}_{qt} = -m\vec{A}$ (1.55)

ta được: $\vec{F}' = \vec{F} + \vec{F}_{qt}$ $\vec{F}_{qt}$ gọi là lực quán tính.

Đặc điểm của lực quán tính:
Lực quán tính chỉ quan sát được trong hệ qui chiếu không quán tính.
Lực quán tính luôn luôn cùng phương, ngược chiều với gia tốc của hệ qui chiếu không quán tính.

*c. Ứng dụng của lực quán tính*

Lực quán tính được dùng để giải thích một số hiện tượng như:

Hiện tượng tăng trọng lượng, giảm trọng lượng của con người trong con tàu vũ trụ lúc xuất phát, lúc trở về Trái đất.

Hiện tượng ngả về phía trước hay phía sau của một người ngồi trong ô tô lúc xuất phát hay giảm phanh đột ngột .

## CHƯƠNG 2. HỆ CHẤT ĐIỂM VÀ VẬT RẮN.
## §1. KHỐI TÂM. PHƯƠNG TRÌNH CHUYỂN ĐỘNG CỦA KHỐI TÂM.

### 1. Định nghĩa khối tâm

*Khối tâm của hệ chất điểm $M_1, M_2 ..., M_n$ lần lượt có khối lượng $m_1, m_2 ..., m_n$ là một điểm G được xác định theo đẳng thức:*

$$\sum_{i=1}^{n} m_i.\overrightarrow{M_iG} = 0 \qquad (2.1)$$

### 2. Công thức toạ độ khối tâm

Đối với 1 gốc O bất kỳ ta luôn có :

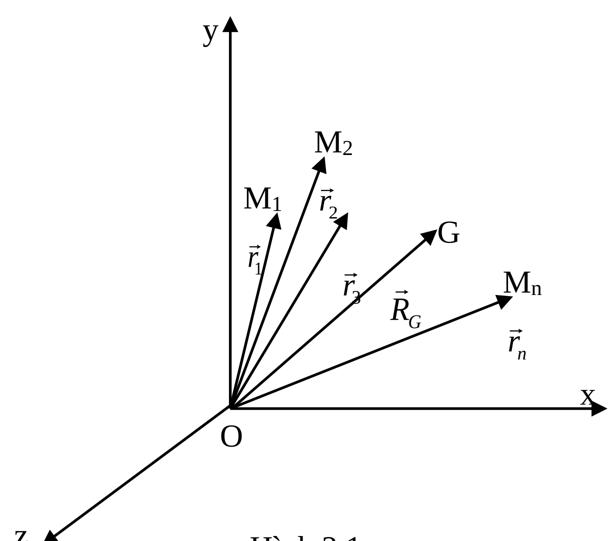
$$\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OM_i} + \overrightarrow{M_iG} \qquad (a)$$

Lần lượt nhân $m_1, m_2 ...., m_n$ với 2 vế của phương trình (a) rồi cộng vế đối vế sẽ có:

$$\left(\sum_{i=1}^{n} m_i\right)\overrightarrow{OG} = \sum_{i=1}^{n} m_i\overrightarrow{OM_i} + \sum_{i=1}^{n} m_i.\overrightarrow{M_iG} \quad (b)$$

Thay (2.1) vào (b) và chú ý $\overrightarrow{OM_i} = \vec{r}_i$ ta có toạ độ khối tâm G là:

$$\overrightarrow{R_G} = \overrightarrow{OG} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i\vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} \qquad (2.2)$$




Hình 2.1

Chú ý 3 toạ độ $X_G$, $Y_G$, $Z_G$ là của khối tâm G; $x_i$, $y_i$, $z_i$ là 3 toạ độ của chất điểm $M_i$, trong đó $\vec{r}_i$ = $\vec{r}_i = O\vec{M}_i(x_i y_i z_i)$ là bán kính véctơ xác định chất điểm $M_i$ thì từ (2.2) ta còn có:

$$X_G = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}; Y_G = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}; Z_G = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i z_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}. \quad (2.3)$$

Khi vật rắn có khối lượng phân bố liên tục có thể tìm toạ độ khối tâm theo các công thức tích phân:

$$X_G = \frac{\int_{c.v} dm.x}{M}; \; Y_G = \frac{\int_{c.v} dm.y}{M}; \; Z_G = \frac{\int_{c.v} dm.z}{M} \quad (2.3')$$

Với M là khối lượng của vật.

**3. Vận tốc, gia tốc, phương trình chuyển động của khối tâm G**

Đạo hàm bậc nhất theo thời gian đẳng thức (2.2) và lưu ý $m_i.\frac{d\vec{r}_i}{dt} = m_i\vec{V}_i$ là động lượng $\vec{k}_i$ của chất điểm $m_i$, ta có:

$$\vec{V}_G = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i\vec{V}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \frac{\vec{K}_{he}}{\sum_{i=1}^{n} m_i} \quad (2.4)$$

Từ đây có thể nói : tổng động lượng của hệ $\vec{K}_{he}$ thì bằng động lượng của 1 chất điểm đặt tại G có khối lượng bằng tổng khối lượng toàn hệ, có vận tốc bằng vận tốc khối tâm :

$$\vec{K}_{he} = (\sum_{i=1}^{n} m_i).\vec{V}_G \quad (2.5)$$

Đạo hàm bậc hai theo thời gian đẳng thức (2.4) ta được biểu thức gia tốc khối tâm:

$$\vec{a}_G = \frac{d\vec{V}_G}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i.\frac{d\vec{V}_i}{dt}}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} \quad (2.6)$$

hay
$$(\sum_{i=1}^{n} m_i).\vec{a}_G = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \vec{F}$$

Vậy phương trình chuyển động của khối tâm có dạng: $\vec{F} = M\vec{a}_G$ (2.7)

Phương trình (2.7) cho thấy: Khối tâm G chuyển động như một chất điểm có khối lượng bằng tổng khối lượng toàn hệ và chịu tác dụng của một lực bằng tổng các ngoại lực tác dụng lên hệ.

## §2. BẢO TOÀN ĐỘNG LƯỢNG

**1. Định luật bảo toàn động lượng cho hệ chất điểm**

Theo định lý động lượng: $\frac{d}{dt}(m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2 + \cdots + m_n\vec{V}_n) = \vec{F}$

Nếu hệ cô lập (tổng ngoại lực $\vec{F} = \vec{0}$) thì tổng động lượng của hệ không đổi:

$$(m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2 + \cdots + m_n\vec{V}_n) = \vec{K}_{he} = \text{const} \quad (2.8)$$

Người ta phát biểu định luật:Tổng động lượng của hệ cô lập được bảo toàn.

Ta biết công thức vận tốc khối tâm của hệ này là: $\vec{V}_G = \dfrac{\vec{K}_{he}}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$

*Vậy khối tâm của hệ cô lập hoặc đứng yên hoặc chuyển động thẳng đều.*

Từ định lý động lượng (a) ta còn có $\dfrac{d}{dt}(\sum_{i=1}^{n} m_i V_{iy}) = F_y$ .

Nếu hệ không cô lập ( $\vec{F} \neq 0$) nhưng hình chiếu của tổng hợp ngoại lực lên một phương y nào đó luôn luôn bằng không ($F_y = 0$) thì hình chiếu của tổng động lượng của hệ lên phương y đó được bảo toàn.

**2. Chuyển động phản lực, công thức Xiôncôpxki**

Vật đứng yên nếu phụt về phía sau một lượng khí thì vật sẽ tiến lên phía trước. Đó là kết quả của định luật bảo toàn động lượng. Chuyển động nhờ phụt lại phía sau một phần khối lượng để tiến lên phía trước gọi là chuyển động phản lực. Có một ông giáo già người Nga là Xiôncôpxki rất say mê nghiên cứu chuyển động phản lực. Dưới đây là cách tìm công thức tính vận tốc của tên lửa chuyển động phản lực mang tên ông.

Giả thiết $M_0$ là khối lượng tổng cộng ban đầu của tên lửa. Khi chuyển động, do phụt khí ra phía sau nên khối lượng tên lửa giảm dần và vận tốc tên lửa tăng dần. Tại thời điểm t, giả sử động lượng của tên lửa là: $\vec{K}_1 = M\vec{V}$

Qua khoảng thời gian rất nhỏ dt, lượng khí phụt về phía sau có khối lượng $dM_1$. Nếu vận tốc phụt khí đối với tên lửa là $\vec{u}$ thì vận tốc phụt khí đối với người quan sát trên mặt đất phải là $\vec{V} + \vec{u}$ và động lượng khí phụt sẽ là $dM_1(\vec{V} + \vec{u})$. Sau khi phụt khí khối lượng tên lửa là M + dM và vận tốc tăng thành $\vec{V} + d\vec{V}$. Do khối lượng tên lửa giảm nên $dM = -dM_1$ (dM< 0). Động lượng tên lửa sau khi phụt khí là $(M+dM)(\vec{V} + d\vec{V})$. Động lượng toàn cơ hệ sau khi phụt khí là:

$$\vec{K}_2 = dM_1(\vec{V} + \vec{u}) + (M+dM)(\vec{V} + d\vec{V})$$

Giả sử không có thành phần ngoại lực theo phương chuyển động, theo định luật bảo toàn động lượng thì: $\vec{K}_2 = \vec{K}_1$

hay $$(-dM)(\vec{V} + \vec{u}) + (M+dM)(\vec{V} + d\vec{V}) = M\vec{V}.$$

Bỏ qua tích hai vô cùng bé $(-dM).(d\vec{V})$ ta còn lại:

$$-dM.\vec{V} - \vec{u}dM + M\vec{V} + dM\,\vec{V} + M\,d\vec{V} = M\vec{V}.$$

hay $$M\,d\vec{V} = \vec{u}\,dM$$

Vì các véc tơ cùng phương, ngược chiều nên M.dV= -u.dM.

Do đó $$dV = -u\frac{dM}{M}$$

Lấy tích phân ta có: $\int_0^V dV = \int_{M_0}^{M} -u\dfrac{dM}{M}$.

Vậy vận tốc tên lửa tại thời điểm t là :

$$V = u.\ln\frac{M_0}{M} \qquad (2.9)$$

Công thức (2.9) gọi là công thức Xiôncôpxki. Rõ ràng vận tốc phụt khí u càng lớn và tỷ số khối lượng $M/M_0$ càng lớn thì vận tốc tên lửa sẽ lớn.

## §3. MOMEN ĐỘNG LƯỢNG. ĐỊNH LÝ MOMEN ĐỘNG LƯỢNG.

### 1. Mômen động lượng

Gọi $\vec{L}_i = \vec{r}_i \times m_i\vec{V}_i$ là mômen động lượng chất điểm thứ i đối hệ quy chiếu gốc O thì mômen động lượng của hệ đối với O là tổng các momen động lượng của các chất điểm của hệ đối với O:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} \vec{L}_i \qquad (2.10)$$

Có 2 trường hợp đặc biệt cần chú ý :

* Hệ quay quanh 1 trục cố định Δ: Khi đó $\vec{L}_i = I_i\vec{\omega}_i$ nên:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} I_i\vec{\omega}_i \qquad (2.11)$$

* Nếu vật rắn quay quanh trục cố định Δ thì $\vec{\omega}_i = \vec{\omega}_{vat}$ nên:

$$\vec{L} = \mathrm{I}\,\vec{\omega}_{vat} \qquad (2.12)$$

### 2. Định lý mômen động lượng của hệ chất điểm

Với một chất điểm ta đã có $\frac{d\vec{L}_i}{dt} = \vec{M}_O(\vec{F}_i)$ nên với cơ hệ $\sum_{i=1}^{n}\frac{d\vec{L}_i}{dt} = \sum_{i=1}^{n}\vec{M}_O(\vec{F}_i)$

Sau khi đưa dấu đạo hàm ra khỏi tổng ta có

$$\frac{d}{dt}\vec{L} = \sum_{i=1}^{n}\vec{M}_O(\vec{F}_i) = \vec{M} \qquad (2.13)$$

Phát biểu: *Đạo hàm mômen động lượng của cơ hệ theo thời gian bằng tổng mômen các ngoại lực tác dụng lên hệ (đối với một gốc O bất kỳ).*

Nhận xét: Nếu gọi $\int_{t_1}^{t_2}\vec{M}dt$ là xung lượng của mômen lực trong khoảng thời gian $t_2 - t_1$ thì độ biến thiên của mômen động lượng cũng bằng xung lượng của mômen lực:

$$\int_{\vec{L}_1}^{\vec{L}_2} d\vec{L} = \int_{t_1}^{t_2}\vec{M}dt \text{ hay } \Delta\vec{L} = \int_{t_1}^{t_2}\vec{M}dt \qquad (2.14)$$

### 3. Định luật bảo toàn mômen động lượng của cơ hệ

Theo (2.13) nếu $\vec{M} = \vec{0}$ (khi hệ cô lập $\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i = \vec{0}$ và cả khi hệ không cô lập nhưng $\vec{M} = \vec{0}$) thì

$$\vec{L} = \overrightarrow{const}$$

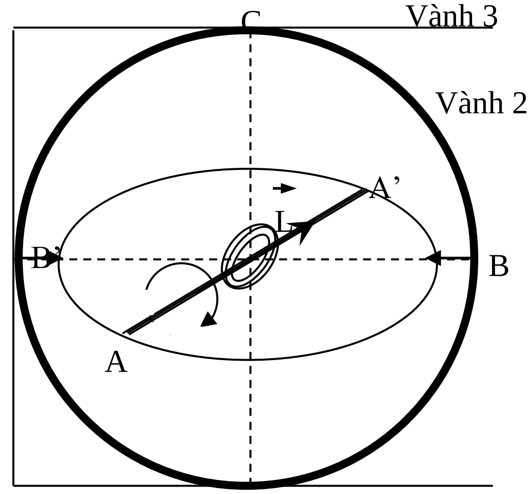
Phát biểu*: Tổng mômen các ngoại lực tác dụng lên hệ đối với một gốc O mà bằng 0 thì mô men động lượng của cơ hệ đối với O là một đại lượng bảo toàn.*

Nhận xét:

Nếu cơ hệ quay quanh một trục cố định thì $\sum_{i=1}^{n} I_i\vec{\omega}_i = \overrightarrow{const}$

**4. Một ví dụ ứng dụng định luật bảo toàn mômen động lượng**

Ta chỉ xét con quay có trục quay tự do. Trục con quay được treo trong một khung đặc biệt gồm có nhiều vành các-đăng lồng vào nhau. Trục A A' gắn với vành 1, trục BB' gắn với vành 2, trục CC' gắn vào vành 3 cố định. Như thế khối tâm của cả hệ là tâm của con quay. Nhờ cách treo đó (hình 2.2) mà trọng lực đặt vào tâm con quay sẽ triệt tiêu với các phản lực. Tổng mômen các ngoại lực triệt tiêu nên mômen động lượng bảo toàn cả độ lớn và hướng. Hướng của $\vec{L}$ cũng chính là hướng của trục con quay nên trục con quay sẽ có hướng cố định. Người ta dùng con quay này làm la bàn cho tàu biển hay tàu vũ trụ. Ví dụ ban đầu cho con quay quay với vận tốc góc $\vec{\omega}$ không đổi và hướng trục của con quay theo hướng Bắc - Nam thì trong suốt quá trình tàu chạy trục của con quay vẫn chỉ hướng Bắc - Nam mà thôi.




Hình 2.2

## §4. PHƯƠNG TRÌNH CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

**1. Vật rắn và chuyển động phức tạp của vật rắn**

Vật rắn là một hệ chất điểm trong đó khoảng cách giữa các chất điểm luôn luôn không đổi. Mọi bài toán chuyển động phức tạp của vật rắn đều có thể nghiên cứu dựa trên hai dạng chuyển động cơ bản là chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay. Chuyển động thực của vật rắn chính là sự tổng hợp các kết quả thu được từ hai chuyển động trên.

**2. Chuyển động tịnh tiến**

Khi vật rắn chuyển động tịnh tiến, véc tơ vận tốc, gia tốc của mọi chất điểm như nhau. Vậy vận tốc và gia tốc của khối tâm cũng chính là các vận tốc, gia tốc của mỗi chất điểm bất kỳ thuộc vật rắn. Thành ra khi khảo sát chuyển động tịnh tiến của vật rắn ta chỉ cần xét chuyển động của khối tâm của nó là đủ. Phương trình chuyển động tịnh tiến của vật rắn cũng là phương trình chuyển động của khối tâm (2.7) của vật rắn .

**3. Chuyển động quay**

Khi vật rắn quay xung quanh một trục quay Δ cố định, cần chú ý các tính chất động lực học sau đây của vật:

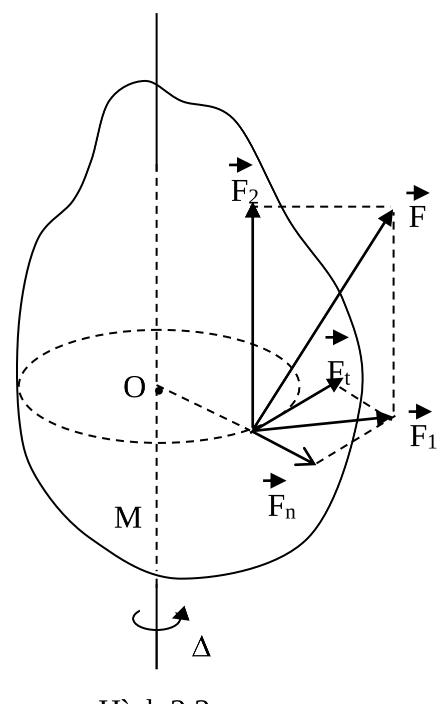
a. Mọi điểm của vật vạch ra các quỹ đạo là đường tròn có tâm nằm trên trục quay Δ.

b. Trong cùng một khoảng thời gian mọi điểm của vật đều quay được cùng một góc θ như nhau.

c. Tại một thời điểm, mọi điểm của vật có vận tốc góc $\vec{\omega}$ và gia tốc góc $\vec{\beta}$. Đó cũng là vận tốc góc $\vec{\omega}$ và gia tốc góc $\vec{\beta}$ của vật rắn.

d. Tại thời điểm bất kỳ véc tơ vận tốc dài và gia tốc tiếp tuyến của một điểm cách trục Δ một đoạn r có biểu thức:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \wedge \vec{r} \qquad \vec{a_t} = \vec{\omega} \wedge \vec{r}$$




Hình 2.3

### 4. Mômen ngoại lực

*a. Tác dụng của ngoại lực (lực) trong chuyển động quay*

Giả sử $\vec{F}$ là lực đặt tại M làm quay vật rắn quanh trục Δ. Nếu phân tích $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ mà $\vec{F}_1$ vuông góc với trục Δ còn $\vec{F}_2$ song song với trục Δ thì $\vec{F}_2$ không gây ra chuyển động quay, chỉ làm trượt vật theo trục quay mà thôi. Lại phân tích $\vec{F}_1 = \vec{F}_t + \vec{F}_n$ sẽ thấy thành phần pháp tuyến cũng không gây ra chuyển động quay mà làm vật dời khỏi trục quay .Ta giả thiết vật rắn chỉ quay xung quanh trục Δ cố định nên $\vec{F}_2$ & $\vec{F}_n$ không gây ra sự xê dịch nào mà chúng bị triệt tiêu với các phản lực liên kết. Vậy chỉ có thành phần lực tiếp tuyến với quỹ đạo chuyển động mới có tác dụng làm quay vật quanh trục Δ. Để đơn giản hoá vấn đề nên trong chuyển động quay xung quanh một trục cố định của vật rắn ta chỉ coi các lực tác dụng lên vật là lực tiếp tuyến.

*b. Mômen lực đối với trục quay*

Mômen của lực $\vec{F}_t$ đối với trục quay Δ là một véc tơ $\vec{M}$ được xác định bằng biểu thức:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}_t \qquad (2.15)$$

Phương của $\vec{M}$ vuông góc với mặt phẳng chứa $\vec{r}$ & $\vec{F}_t$ nên phương của $\vec{M}$ là phương của trục quay, chiều của $\vec{M}$ là thuận đối với hướng quay từ $\vec{r}$ sang $\vec{F}_t$. Về độ lớn ta có M=$F_t$. r.

Ta cần chú ý rằng mômen lực sẽ triệt tiêu khi véc tơ lực và trục quay nằm trong cùng một mặt phẳng. Mặt khác khi nói mômen lực đối với trục quay hay mômen lực đối với điểm O (O là giao điểm của trục quay với mặt phẳng tạo bởi $\vec{r}$ & $\vec{F}_t$) thì cũng như nhau.

### 5. Phương trình cơ bản của vật rắn quay quanh trục Δ cố định

Gọi $M_i$ là chất điểm bất kỳ có khối lượng $m_i$ cách trục quay một đoạn là $r_i$ có mômen quán tính là $I_i = m_i.r_i^2$ . Khi $M_i$ chuyển động tròn quanh trục Δ thì có mômen động lượng là:

$$\vec{l}_i = m_i.r_i^2\vec{\omega}$$

Mômen động lượng của vật rắn với trục quay cố định sẽ là:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^{n}\vec{l}_i = \sum m_i.r_i^2\vec{\omega}.$$

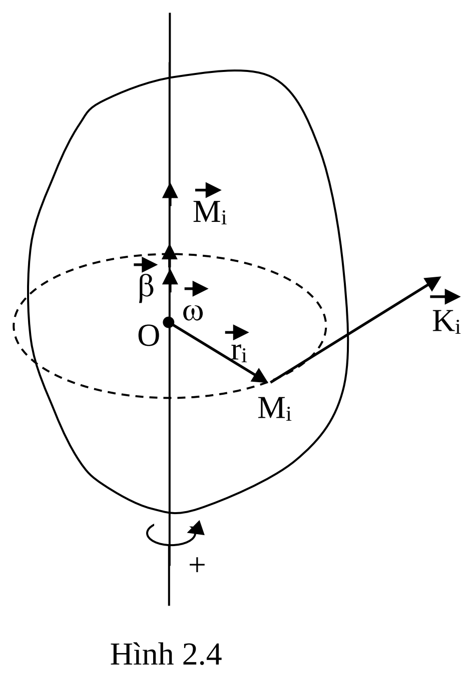
Đạo hàm theo thời gian mômen động lượng của vật ta có:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = I.\frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

hay
$$\vec{M} = I\vec{\beta} \qquad (2.16)$$

ở đây $I = \sum_{i=1}^{n} m_i.r_i^2$ là mô men quán tính của vật. Nếu vật rắn là hệ chất điểm phân bố liên tục thì mômen quán tính của vật đối với trục quay được tính theo tích phân sau:

$$I = \int_{c.v} r^2.dm \qquad (2.17)$$



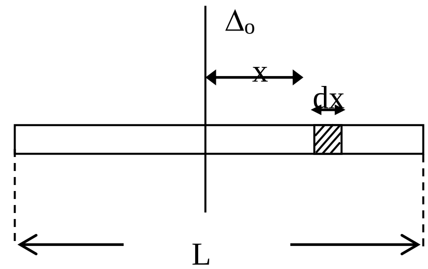

Hình 2.4

hoặc :
$$\vec{\beta} = \frac{\vec{M}}{I} \qquad (2.18)$$

Vậy, gia tốc góc của vật rắn quay quanh một trục cố định tỷ lệ thuận với tổng hợp mômen các ngoại lực đối với trục và tỷ lệ nghịch với mômen quán tính đối với trục.

Trong chuyển động quay, sự bảo toàn trạng thái chuyển động của chất điểm không chỉ phụ thuộc khối lượng mà còn phụ thuộc vào khoảng cách từ nó đến trục quay.Vậy trong chuyển động tịnh tiến khối lượng là thước đo mức quán tính, còn trong chuyển động quay chính mômen quán tính mới là thước đo quán tính của vật.

**6. Tính mômen quán tính**



Hình 2.5

**Thí dụ 1.** Tính mômen quán tính I của thanh đồng chất chiều dài l, khối lượng M *đối với trục $\Delta_0$ đi qua trung điểm G của thanh và vuông góc với thanh (hình 2.5).*

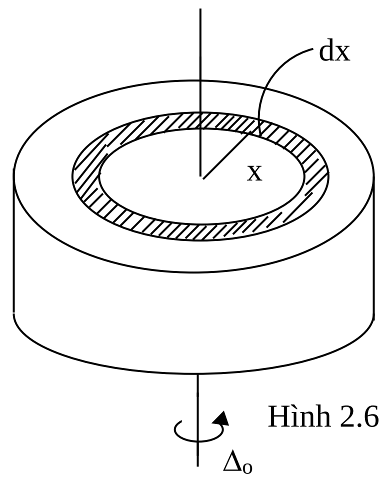
Ta có mô men quán tính dI của một phần tử dài dx, khối lượng dm nằm cách G một đoạn x: dI= $x^2$dm. Vì đồng chất nên khối lượng mỗi đoạn dài trên thanh tỷ lệ thuận với độ dài đoạn đó

$$\frac{dm}{M} = \frac{dx}{l} \text{ hay } dm = \frac{M}{l}dx.$$

Từ đó $$dI = \frac{M}{l}x^2dx \quad .$$

Theo (2.17), mômen quán tính I của thanh đồng chất đối với trục $\Delta_0$

$$I = \int dI = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{M}{l}.x^2.dx = \frac{Ml^2}{12} \qquad (2.19)$$



Hình 2.6

**Thí dụ 2:** Tính mômen quán tính của hình trụ tròn đồng chất bán kính R khối lượng M đối với trục $\Delta_0$ của trụ (hình 2.6). Chia trụ thành những lớp trụ mỏng bán kính x, bề rộng dx, diện tích đáy dS=d($\pi x^2$)=2$\pi$xdx. Nếu xét một lớp trụ có khối lượng dm, bao gồm các điểm cùng cách $\Delta_0$ 1 đoạn x, sẽ có mômen quán tính

$$dI = x^2dm.$$

Vì trụ đồng chất nên khối lượng của mỗi lớp trụ tỷ lệ với diện tích đáy lớp: $\frac{dm}{M} = \frac{dS}{\pi R^2} = \frac{2xdx}{R^2}$ . Do đó dm = $\frac{2M}{R^2}.xdx$ và dI = $\frac{2M}{R^2}.x^3.dx$. Mô men quán tính I của trụ tròn đối với $\Delta_0$ sẽ là:

$$I = \int dl = \int_0^R \frac{2M}{R^2}.x^3.dx = \frac{MR^2}{2} \qquad (2.20)$$

*Chú ý:*

*1. Dùng công thức (2.17) có thể tính được mô men quán tính đối với trục quay đối xứng $\Delta_0$ cho vành tròn, khối cầu đồng chất, mặt chữ nhật đồng chất cạnh a, b tương ứng với các công thức*

$$I = MR^2;\ I = \frac{2}{5}MR^2 \text{ và } I = \frac{1}{12}M(a^2+b^2).$$

*2. Mômen quán tính của vật đối với trục $\Delta$ song song với $\Delta_0$ và cách $\Delta_0$ một đoạn d được tính theo công thức của định lý Stêne-Huyghen (xem chứng minh trong giáo trình VLĐC I):*

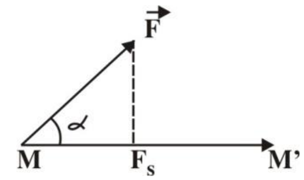
$$I_\Delta = I_{\Delta 0} + Md^2 \qquad (2.21)$$

# CHƯƠNG 3. NĂNG LƯỢNG

## §1. CÔNG VÀ CÔNG SUẤT

### 1. Định nghĩa công và biểu thức của công trong chuyển động tịnh tiến

Khái niệm công đã có trong thực tế, khi ta kéo một gầu nước hay đẩy một toa xe, ta nói đã sinh ra một công, nghĩa là ta đã tác dụng lên gầu nước hoặc xe một lực và lực đó sinh ra công: cường độ lực càng lớn, chuyển dời càng dài thì công sinh ra càng lớn.



Hình 3.1

Vậy ta nói rằng: một lực sinh công khi điểm đặt của nó chuyển dời.

**Định nghĩa:** Giả thiết có một lực $\vec{F}$ không đổi, điểm đặt của nó chuyển dời một đoạn thẳng $\overrightarrow{MM'} = \vec{s}$. Theo định nghĩa, công A do lực $\vec{F}$ sinh ra trong chuyển dời $\overrightarrow{MM'}$ là đại lượng có trị số cho bởi:

$$A = F.MM'.\cos(\vec{F},\overrightarrow{MM'})$$

$$A = Fs\cos\alpha(\alpha = \vec{F}.\overrightarrow{MM'}) \qquad (3.1)$$

hay: $$A = \vec{F}.\vec{s} \qquad (3.2)$$

Ta nhận thấy Fcosα chính là hình chiếu $F_s$ của $\vec{F}$ lên phương chuyển dời nên ta cũng có thể viết:

$$A = F_s.s \qquad (3.3)$$

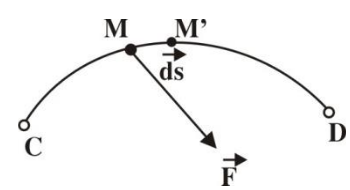
Theo định nghĩa (3.3), (3.4) công A do lực $\vec{F}$ sinh ra là một đại lượng vô hướng: A > 0 khi α nhọn, ta nói lực $\vec{F}$ sinh công phát động; A < 0 khi α tù, ta nói lực $\vec{F}$ sinh công cản. Đặc biệt $\alpha = \frac{\pi}{2}$, nghĩa là khi lực $\vec{F}$ vuông góc với phương chuyển dời, công A do lực sinh ra sẽ bằng 0.

Định nghĩa trên chỉ ứng dụng cho lực $\vec{F}$ không đổi và chuyển dời $\vec{s}$ là thẳng. Trong trường hợp tổng quát điểm đặt của lực $\vec{F}$ chuyển dời trên một đường cong từ C đến D, trong quá trình đó lực $\vec{F}$ thay đổi (hình 3.2). Để tính công trong trường hợp này ta chia cho mỗi đoạn chuyển dời $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{ds}$ có thể coi như thẳng và trên mỗi đoạn chuyển vô cùng nhỏ $\overrightarrow{ds}$ có thể tính được bằng công thức định nghĩa:

$$dA = \vec{F}.\overrightarrow{ds}$$

Công dA gọi là công nguyên tố hay công vi phân. Công tổng cộng A của $\vec{F}$ trong chuyển dời CD sẽ bằng tích phân của DA từ C đến D:

$$A = \int_{CD} dA = \int_{CD} \vec{F}.\overrightarrow{ds} \qquad (3.4)$$



Hình 3.2

### 2. Công suất

Khi xét sức mạnh của một máy, dùng khái niệm công chưa đủ, vì rõ ràng nếu hai máy cùng sinh một công thì máy nào thực hiện công đó trong thời gian ít hơn sẽ mạnh hơn. Do đó ta đưa ra khái niệm công suất để đặc trưng cho sức mạnh của các máy.

Giả thiết trong khoảng thời gian Δt, một lực nào đó sinh công ΔA. Theo định nghĩa, tỷ số:

$$P_{tb} = \frac{\Delta A}{\Delta t} \qquad (3.5)$$

gọi là công suất trung bình của lực đó trong khoảng thời gian Δt. Về mặt ý nghĩa, công suất trung bình có giá trị bằng công trung bình của lực sinh ra trong đơn vị thời gian.

Để tính công suất tại thời điểm, ta cho $\Delta t \to 0$. Giới hạn của $\frac{\Delta A}{\Delta t}$ khi $\Delta t \to 0$, theo định nghĩa gọi là công suất tức thời (*gọi tắt là công suất*) của lực, được ký hiệu là:

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta A}{\Delta t}. \quad \text{Hay} \quad P = \frac{dA}{dt} \qquad (3.6)$$

*Công suất có giá trị bằng đạo hàm của công theo thời gian*. Theo (3.4) ta có: $dA = \vec{F}.\vec{ds}$

Vậy: $$P = \vec{F}.\frac{\vec{ds}}{dt} \quad \text{Ta suy ra:} \quad P = \vec{F}.\vec{v} \qquad (3.7)$$

*Công suất bằng tích vô hướng của lực tác dụng với vectơ vận tốc của chuyển dời.*

**3. Công và công suất của lực tác dụng trong chuyển động quay**

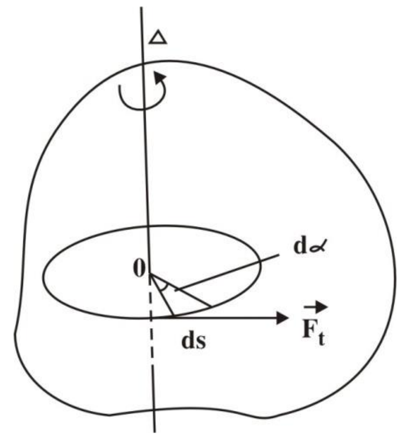
Trong trường hợp một vật rắn quay xung quanh một trục Δ các lực tác dụng đều là lực tiếp tuyến. Công vi phân của một lực tiếp tuyến $\vec{F_t}$ cho bởi: dA = $F_t$.ds (*ta giả sử $F_t$ hướng theo chiều chuyển động*).

Nhưng ds = rdα, dα là góc quay ứng với chuyển dời $\vec{ds}$ vậy dA = $rF_t$dα .

Theo định nghĩa $rF_t$ = Mdα (3.8)

Từ đó có thể suy ra biểu thức của công suất:

$$P = \frac{dA}{dt} = \mathrm{M}\frac{d\alpha}{dt} \quad \text{Hay:} \quad P = \vec{M}.\vec{\omega} \qquad (3.9)$$




Hình 3.3

## §2. ĐỘNG NĂNG

**1. Định lý động năng cho một chất điểm**

*a. Định nghĩa*

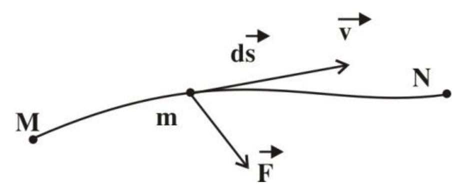
Một chất điểm có khối lượng quán tính là m (kg); đang chuyển động với vận tốc là v (m/s) thì động năng của chất điểm tại thời điểm ấy là:

$$W_d = \frac{1}{2}mv^2 \ [\mathrm{kgm^2/s^2}]=[\mathrm{Jun}] \qquad (3.10)$$

Động năng là phần cơ năng tương ứng với sự chuyển động của chất điểm. Muốn xác định biểu thức của động năng ta hãy tính công của ngoại lực tác dụng lên chất điểm.

*b. Định lý động năng*

Xét một chất điểm khối lượng m, chịu tác dụng của một lực $\vec{F}$, và chuyển dời từ vị trí 1 sang vị trí 2 (hình 3.4). Công của lực $\vec{F}$ trong chuyển dời từ 1 sang 2 là:




Hình 3.4

$$A = \int_{(1)}^{(2)} \vec{\mathrm{F}}.\vec{ds} \qquad \text{Nhưng :} \qquad \vec{F} = \vec{ma} = m\frac{\vec{dv}}{dt}$$

Thay vào biểu thức của A: $A = \int_{(1)}^{(2)} m.\frac{\vec{dv}}{dt}.\vec{ds} = \int_{(1)}^{(2)} m.\frac{\vec{ds}}{dt}.\vec{dv}$;

Do: $$\frac{\overrightarrow{ds}}{dt} = \vec{v}$$

nên $$A = \int_{(1)}^{(2)} m.\vec{v}.d\vec{v} = \int_{(1)}^{(2)} m.d\left(\frac{\vec{v}^{2}}{2}\right), \text{ Hay: } A = \int_{(1)}^{(2)} d\left(\frac{mv^2}{2}\right)$$

với $v_1$ và $v_2$ là vận tốc của chất điểm tại các vị trí 1 và 2. Thực hiện phép tính tích phân ta được:

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = A \qquad (3.11)$$

Theo (3.11) công A có trị số bằng độ biến thiên cơ năng (*ở đây là động năng*). Vậy ta có thể định nghĩa: $\frac{mv_1^2}{2}$ = động năng chất điểm tại vị trí 1 = $W_{đ1}$;

$\frac{mv_2^2}{2}$ = động năng chất điểm tại vị trí 2 = $W_{đ2}$;

Tổng quát biểu thức động năng của chất điểm có khối lượng m vận tốc v cho bởi:

$$W_d = \frac{mv^2}{2} \qquad (3.12)$$

Phương trình (3.11) thành: $W_{đ2} - W_{đ1} = A$ (3.13)

Định lý về động năng: *Độ biến thiên động năng của một chất điểm trong một quãng đường nào đó có giá trị bằng công của ngoại lực tác dụng lên chất điểm sinh ra trong quãng đường đó.*

Kết quả khi động năng của một vật giảm thì ngoại lực tác dụng lên vật sinh một công cản; như thế nghĩa là vật đó tác dụng lên vật khác một lực và lực đó sinh công dương. Thí dụ trong quá trình một viên đạn xuyên vào tường, lực của đạn đã sinh một công có trị số bằng độ giảm động năng của đạn.

**2. Động năng trong trường hợp vật rắn quay**

Phương trình biểu thị định lý về động năng trên đây áp dụng đối với một chất điểm hay một vật rắn chuyển động tịnh tiến. Đối với một vật rắn quay xung quanh một trục Δ, phương trình biểu thị định lý về động năng có một dạng khác.

Trong di chuyển quay xung quanh một trục, biểu thức của công vi phân:

$$dA = \vec{F}.d\vec{s} = \overrightarrow{M}.d\vec{\omega}dt$$

Theo phương trình cơ bản của chuyển động quay:

$$\overrightarrow{M} = I\frac{d\vec{\omega}}{dt} \qquad \text{Vậy} \qquad dA = I\frac{d\vec{\omega}}{dt}\vec{\omega}dt$$

nghĩa là : $$dA = I\vec{\omega}.d\vec{\omega} = Id\left(\frac{\vec{\omega}^2}{2}\right)$$

$$dA = Id\left(\frac{\omega^2}{2}\right)$$

Tích phân hai vế trong một khoảng thời gian hữu hạn, trong đó vận tốc góc ω biến thiên từ $\omega_1$ đến $\omega_2$, ta được công của các ngoại lực tác dụng lên vật rắn quay trong khoảng thời gian ấy bằng:

$$A = \frac{I\omega_2^2}{2} - \frac{I\omega_1^2}{2} \qquad (3.14)$$

Ta suy ra biểu thức sau của động năng của vật rắn quay:

$$W_d = \frac{I\omega^2}{2} \qquad (3.15)$$

*Chú thích:* Trong trường hợp tổng quát, chất điểm vừa quay vừa tịnh tiến, động năng toàn phần của chất điểm bằng tổng động năng quay và động năng tịnh tiến:

$$W_d = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \qquad (3.16)$$

*Trường hợp riêng :* Vật rắn đối xứng tròn xoay lăn không trượt; khi đó vận tốc tịnh tiến liên hệ với vận tốc quay bởi hệ thức v = Rω với R là bán kính tiết diện vật rắn (*ở điểm tiếp xúc với mặt phẳng trên đó vật rắn lăn không trượt*). Vậy ta có thể viết biểu thức động năng toàn phần:

$$W_d = \frac{1}{2}\left(m + \frac{I}{R^2}\right)v^2 \qquad (3.17)$$

**3. Động năng của cơ hệ gồm n chất điểm hoặc vật rắn bất kỳ**

Trường hợp có nhiều chất điểm (*hoặc nhiều vật*), mỗi chất điểm (*hoặc vật*) có khối lượng $m_i$ đang chuyển động với vận tốc $v_i$, đang quay với vận tốc góc $\omega_i$ thì động năng tương ứng:

$(W_d)_i = \frac{1}{2}m_i.v_i^2$; $(W_d)_q = \frac{1}{2}m_i.\omega_i^2$ thì động năng toàn phần của cả cơ hệ là:

$$W_{cahe} = (W_d)_t + (W_d)_{quay} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} m_i.v_i^2 + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} I_i\omega_i^2 \qquad (3.18)$$

## §3. TRƯỜNG LỰC THẾ, THẾ NĂNG

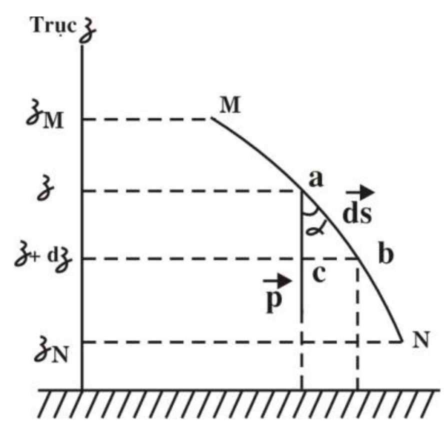
**1. Khái niệm trường lực, trường lực thế**

*a. Định nghĩa*

Một chất điểm được gọi là chuyển động trong một *trường lực* nếu tại mỗi vị trí của chất điểm đều xuất hiện lực $\vec{F}$ tác dụng lên chất điểm ấy.

Lực $\vec{F}$ tác dụng lên chất điểm nói chung phụ thuộc vào vị trí của chất điểm, nói cách khác $\vec{F}$ là một hàm của các toạ độ của chất điểm và cũng có thể là một hàm của thời gian t. Trong bài này ta không xét trường hợp $\vec{F}$ là hàm của t. Vậy nói chung ta có:

$$\vec{F} = \vec{F}(\vec{r}) = \vec{F}(x, y, z) \qquad (3.19)$$




Hình 3.5

Khi chất điểm chuyển động từ vị trí M đến vị trí N bất kỳ thì công của lực $\vec{F}$ bằng :

$$A_{MN} = \int_{MN} \vec{F}.\vec{ds}$$

Nếu công $A_{MN}$ của lực $\vec{F}$ không phụ thuộc đường dịch chuyển MN mà ta chỉ phụ thuộc vị trí của điểm đầu M và điểm cuối N thì ta nói rằng: $\vec{F}(\vec{r})$ là lực của *một trường lực thế.*

*b. Những thí dụ về trường lực thế*

*Thí dụ :* Chất điểm m luôn luôn chịu tác dụng của trọng lực

$$\vec{P} = m\vec{g};$$

Trong phạm vi không gian không lớn, $\vec{g}$ luôn thẳng đứng, hướng xuống và có độ lớn không đổi. Khi đó ta có *trọng trường đều*. Ta chứng minh rằng *trọng trường đều là một trường lực thế.*

Muốn vậy ta tính công của trọng lực $\vec{P}$ khi chất điểm chuyển dịch từ M đến N.

$$-A_{MN} = \int_{MN} \vec{P}.\vec{ds};$$

Trong một chuyển dời nhỏ $\overrightarrow{ab} = \overrightarrow{ds}$

Công : $dA = \vec{P}.\overrightarrow{ds} = P.ds.\cos\alpha$ hay $dA = Pds = -Pdz$

dz là độ chênh lệch chiều cao z giữa a và b; $dz = z_b - z_a$ dấu – ở vế thứ hai có nghĩa là khi $dz < 0$ (*độ cao giảm*) thì $dA > 0$.

Công của trọng lực khi chất điểm chuyển dời từ M đến N là :

$$A_{MN} = \int_M^N -Pdz = P.z_M - P.z_N \qquad (3.20)$$

$$A_{MN} = mgz_M - mgz_N$$

Ta thấy $A_{MN}$ chỉ phụ thuộc $z_M$ và $z_N$ nghĩa là chỉ phụ thuộc vị trí của M, N mà không phụ thuộc vào hình dạng đường đi.

**2. Thế năng**

*a. Định nghĩa*

Khi một chất điểm dịch chuyển từ vị trí M sang vị trí N trong trường lực thế thì công $A_{MN}$ của trường lực chỉ phụ thuộc vào hai vị trí đầu và cuối M,N. Từ tính chất này ta có thể định nghĩa:

*Thế năng của chất điểm trong trường lực thế là một hàm $W_t$, phụ thuộc vị trí của chất điểm sao cho:*

$$A_{MN} = W_t(M) - W_t(N) \qquad (3.21)$$

Từ định nghĩa này ta thấy ngay rằng nếu đồng thời cộng $W_t$( M) và $W_t$( N) với cùng một hằng số thì hệ thức định nghĩa trên vẫn được nghiệm, nói cách khác: *thế năng của chất điểm tại một vị trí được định nghĩa sai khác một hằng số cộng.*

*Thí dụ 1:* Trong trọng trường đều, dựa vào biểu thức của $A_{MN}$ (3.21) ta suy ra biểu thức của thế năng chất điểm tại vị trí có độ cao z

$$W_t(z) = mgz + C \qquad (3.22)$$

*Thí dụ 2:* Trong điện trường Culông dựa vào biểu thức của $A_{MN}$ (3.21) ta suy ra biểu thức thế năng của điện tích $q_0$, tại vị trí cách q một đoạn r.

$$W_t(r) = k\frac{q_0 q}{\varepsilon r} + C \qquad (3.23)$$

*b. Tính chất*

+ Thế năng tại một vị trí được xác định sai khác một hằng số cộng nhưng hiệu thế năng giữa hai vị trí hoàn toàn xác định.

+ Giữa trường lực và thế năng có hệ thức sau:

$$A_{MN} = \int \vec{F}.\vec{ds} = W_t(M) - W_t(N) \qquad (3.24)$$

Nếu cho chất điểm dịch chuyển theo một vòng kín (*điểm cuối N trùng với điểm đầu M*) thì hệ thức trên đây thành:

$$\oint_C \vec{F}.\vec{ds} = 0 \qquad (3.25)$$

*c. Ý nghĩa của thế năng*

Thế năng là dạng năng lượng đặc trưng cho tương tác.

*Thí dụ 1.* Dạng thế năng của chất điểm trong trọng trường của quả đất là năng lượng đặc trưng cho tương tác giữa quả đất với chất điểm, ta cũng nói đó là thế năng tương tác của quả đất và chất điểm.

*Thí dụ 2:* Thế năng của điện tích $q_0$ trong điện trường culông của điện tích q là thế năng tương tác giữa q và $q_0$.

**3. Định luật bảo toàn cơ năng trong trường lực thế**

Khi chất điểm khối lượng m chuyển động từ vị trí M đến vị trí N trong một trường lực thế thì công của trường lực cho bởi:

$$A_{MN} = W_t(M) - W_t(N)$$

nhưng theo định lí về động năng (*nếu chất điểm chỉ chịu tác dụng của trường lực thế*) ta có

$$A_{MN} = W_đ(N) - W_đ(M)$$

Vậy $W_t(M) - W_t(N) = W_đ(N) - W_đ(M)$,

nghĩa là :

$$(W_đ + W_t)(N) = (W_đ + W_t)(M) \qquad (3.26)$$

Vậy tổng :

$$W = W_đ + W_t = const \qquad (3.27)$$

tổng này có giá trị không đổi, không phụ thuộc vị trí của chất điểm.

*Tổng động năng và thế năng của chất điểm được gọi là thế năng của chất điểm.* Ta có kết quả:

*Khi chất điểm chuyển động trong một trường lực thế (*mà không chịu tác dụng một lực nào khác) *thì cơ năng của chất điểm là một đại lượng bảo toàn.*

Phát biểu đó gọi là *định luật bảo toàn cơ năng trong trường lực thế.*

*Thí dụ:* Khi chất điểm khối lượng m chuyển động trong trọng trường đều thì:

$$W = \frac{mv^2}{2} + mgh = const \qquad (3.28)$$

*Hệ quả:* Vì $W = W_đ + W_t = const$ nên trong quá trình chuyển động của chất điểm trong trường lực thế nếu động năng $W_đ$ tăng thì thế năng $W_t$ giảm và ngược lại, ở chỗ nào $W_đ$ cực đại thì $W_t$ cực tiểu và ngược lại.

*Chú ý :* Khi chất điểm chuyển động trong trường lực thế còn chịu tác dụng của một lực khác $\vec{F}$ (*thí dụ lực ma sát*) thì nói chung cơ năng của chất điểm không bảo toàn, độ biến thiên cơ năng chất điểm sẽ bằng công của lực $\vec{F}$ đó.

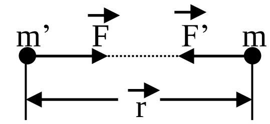
# CHƯƠNG 4 . TRƯỜNG HẤP DẪN

## §1. ĐỊNH LUẬT NIUTƠN VỀ HẤP DẪN VŨ TRỤ

### 1. Định luật Niutơn

Phát biểu

*"Hai chất điểm có khối lượng m và m' sẽ hút nhau bằng những lực có phương trùng với đường thẳng nối hai chất điểm, có độ lớn tỉ lệ thuận với tích số khối lượng m và m' của hai chất điểm và tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách r giữa hai chất điểm đó".*



Hình 4.1

$$F = F' = G\frac{m.m'}{r^2} \qquad (4.1)$$

Trong đó G = 6,673.10 $^{-11}$N.m $^2$/kg $^2$ là hằng số hấp dẫn vũ trụ.

***<u>Chú ý</u>:*** + Công thức (4.1) chỉ áp dụng cho các chất điểm, muốn tính lực hấp dẫn vũ trụ giữa các vật có kích thước lớn ta phải chia vật đó thành nhiều phần nhỏ sao cho có thể coi mỗi phần là một chất điểm sau đó dùng phương pháp tích phân để tính.

+ Do tính chất đối xứng công thức trên có thể áp dụng cho trường hợp hai quả cầu đồng chất khi đó ta phải coi khối lượng tập trung tại tâm và khoảng cách giữa hai quả cầu là khoảng cách giữa hai tâm.

### 2. Một vài ứng dụng

*a. Sự thay đổi của gia tốc trọng trường theo độ cao*

Lực hút của Trái Đất lên một chất điểm có khối lượng m (lực trọng trường ) chính là lực hấp dẫn vũ trụ.

*Nếu vật ở ngay mặt đất:*

Lực hấp dẫn do Trái Đất tác dụng lên vật:

$$P_0 = G\frac{M.m}{R^2} \qquad (4.2)$$

Mặt khác trọng lực Trái Đất tác dụng lên vật (cũng chính là lực hấp dẫn)

$$P_0 = m.g_0 \qquad (4.3)$$

Từ (4.2) và (4.3) ta được gia tốc trọng của tại mặt đất:

$$g_0 = G\frac{M}{R^2} \qquad (4.4)$$

*Nếu vật cách mặt đất độ cao h:*

Lực hấp dẫn do quả đất tác dụng lên vật:

$$F' = G\frac{M.m}{(R+h)^2} \qquad (4.5)$$

Mặt khác trọng lực Trái Đất tác dụng lên vật (cũng chính là lực hấp dẫn)

$$P = m.g \qquad (4.6)$$

Từ (4.5) và (4.6) ta được gia tốc trọng trường ở độ cao h là:

$$g = G\frac{M}{(R+h)^2} \qquad \text{hay} \qquad g = g_0\left(\frac{R}{R+h}\right)^2$$

Ta chỉ xét h<<R do đó $\frac{h}{R} << 1$ khi đó thể viết gần đúng

$$g \approx g_0\left(1-2\frac{h}{R}\right) \qquad (4.7)$$

Từ (4.7) ta thấy càng lên cao gia tốc trọng trường g càng giảm dần.

*b. Tính khối lượng của các thiên thể*

*Khối lượng của Trái Đất.*

Từ (4.4) ta có khối lượng của Trái Đất M

$$M = \frac{g.R^2}{G}$$ Với g = 9,8m/s$^2$, R = 6,4.10$^6$(m) (4.8)

Ta được khối lượng của Trái Đất M ≈ 5,9810$^{24}$ (kg).

*Khối lượng của MặtTrời.*

Trái Đất chuyển động quay quanh Mặt Trời là do lực hấp dẫn của Mặt Trời tác dụng lên Trái Đất.

$$F = G\frac{M.M'}{R'^2} \qquad (4.9)$$

Lực này đóng vai trò là lực hướng tâm: $F = M.\frac{v^2}{R'}$ (4.10)

Với $v = \frac{2\pi R'}{T}$, R' là khoảng cách từ tâm Trái Đất tới tâm Mặt Trời

Từ (4.9) và (4.10) ta có $G\frac{M.M'}{R'^2} = M\frac{(2\pi R')^2}{R'T^2}$ (4.11)

=> Khối lượng của Mặt Trời $M' = \frac{4\pi^2}{T^2}.\frac{R'^3}{G} \approx 1{,}98.10^{30}$ kg.

## §2. TRƯỜNG HẤP DẪN

### 1. Khái niệm trường hấp dẫn

Là một môi trường vật chất đặc biệt tồn tại xung quanh một vật có khối lượng. Biểu hiện cụ thể của trường hấp dẫn là trường hấp dẫn tác dụng lực hấp dẫn lên bất kỳ một vật có khối lượng nào đặt trong trường hấp dẫn.

Ví dụ: Bất kỳ một vật nào nằm trong trường hấp dẫn của Trái Đất đều chịu tác dụng một trọng lực.

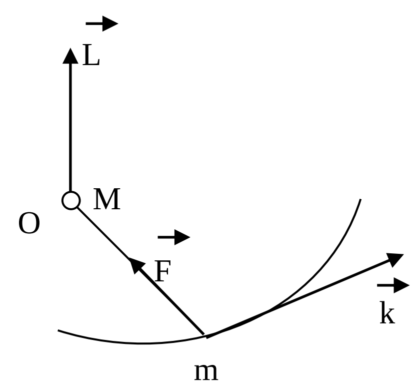
### 2. Bảo toàn mômen động lượng trong trường hấp dẫn

Xét chất điểm có khối lượng m trong trường hấp dẫn của chất điểm có khối lượng M đặt tại điểm O cố định.

Chọn O làm gốc toạ độ.

Áp dụng định lý mômen động lượng đối với chất điểm m.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \overrightarrow{M_{/O}}(\vec{F}) \qquad (4.12)$$




Hình 4.2

Lực hấp dẫn $\vec{F}$ luôn có chiều hướng tâm O nên $\vec{M}\Big|_o\left(\vec{F}\right) = 0$

$$=> \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \quad => \vec{L} = \overrightarrow{const} \tag{4.13}$$

Như vậy khi một chất điểm có khối lượng m chuyển động trong trường hấp dẫn của chất điểm có khối lượng M thì mômen động lượng của chất điểm có khối lượng m là một đại lượng bảo toàn.

Hệ quả :Vì momen động lượng của m bảo toàn nên m chuyển động trên một quỹ đạo phẳng, mặt phẳng quĩ đạo của m luôn vuông góc với véc tơ mô men động lượng L.

Thí dụ: Dưới tác dụng của mặt trời thì Trái Đất chuyển động trên một quỹ đạo phẳng

Mặt khác mômen động lượng của Trái Đất (và các hành tinh trong hệ Mặt Trời) cho bởi công thức: $L = mr^2\omega = const$

Điều này chứng tỏ hành tinh nào càng gần Mặt Trời thì chuyển động càng nhanh.

**3. Thế năng của chất điểm trong trường hấp dẫn**

Xét chất điểm m chuyển dời từ điểm A tới điểm B trong trường hấp dẫn của M dưới tác dụng của lực hấp dẫn F.

Công của lực $\vec{F}$ trong chuyển dời vi phân $\vec{ds} = \overrightarrow{CE}$ là:

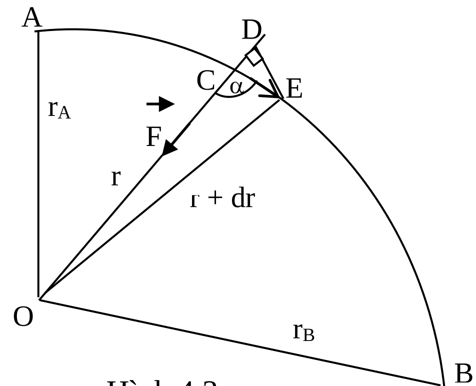
$$dA = \vec{F}.\overrightarrow{PQ} = F.\overline{PQ}\cos\alpha$$

Kẻ ED ⊥ với OC từ hình vẽ ta có CE cosα = - CD (CD là độ dài đại số với qui ước chiều dương là chiều O→C )

Vậy $dA = -F.\overline{CD}$

Vì $\overrightarrow{CE}$ là một chuyển dời vi phân nên nếu ta đặt

$$\overline{OC} = r \quad \text{thì} \quad \overline{OD} \approx r + dr$$
$$\overline{CD} = \overline{OD} - \overline{OC} = r + dr - r = -dr$$



Hình 4.3

Vậy $dA = -Fdr = -G\dfrac{Mm}{r^2}dr$

Công của lực F trong chuyển dời m từ A tới B trong trường hấp dẫn của M là:

$$A_{AB} = -\int_{r_A}^{r_B} Fdr = -\int_{r_A}^{r_B} -G\frac{M.m}{r^2}dr$$

$$=> A_{AB} = G\frac{M.m}{r_B} - G\frac{M.m}{r_A} \tag{4.14}$$

Nhận thấy công của lực hấp dẫn F không phụ thuộc vào dạng đường dịch chuyển mà chỉ phụ thuộc vào điểm đầu A và điểm cuối B => Trường hấp dẫn của chất điểm M là một trường lực thế.

Mặt khác theo đĩnh nghĩa thế năng của trường lực thế ta có:

$$A_{AB} = W_t(A)_t - W_t(B)$$

Từ đây ta có thế năng của chất điểm m tại A và B trong trường hấp dẫn của chất điểm m là:

$$W_t(A) = -G\frac{Mm}{r_A} + C, \quad W_t(B) = -G\frac{Mm}{r_B} + C$$

=> Thế năng của m trong trường hấp dẫn của M cách M một khoảng r là:

$$W_t(r) = -G\frac{Mm}{r} + C \tag{4.15}$$

Trong đó C là hằng số tuỳ ý chọn, phụ thuộc vào mốc chọn tính thế năng.

**4. Bảo toàn cơ năng trong trường hấp dẫn**

Vì trường hấp dẫn là một trường lực thế nên chất điểm có khối lượng là m chuyển động trong trường hấp dẫn thì cơ năng của chất điểm được bảo toàn.

$$W = W_d(A) + W_t(A) = \frac{mv^2}{2} + \left(-G\frac{mM}{r_A}\right) = \text{không đổi.} \qquad (4.16)$$

(ở đây ta chọn C = 0)

Hệ quả: Khi r tăng thế năng tăng thì động năng giảm và ngược lại.

**5. Chuyển động trong trường hấp dẫn**

Từ một điểm A trong trường hấp dẫn của Trái Đất một viên đạn có khối lượng m được bắn đi với vân tốc $v_0$ thì tuỳ theo trị số $v_0$ có thể xảy ra các trường hợp sau:

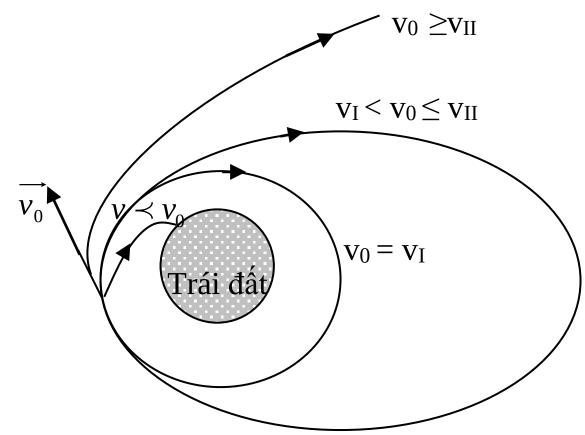
* Viên đạn rơi trở về Trái Đất.

* Viên đạn bay vòng quanh Trái Đất theo một quĩ đạo khép kín (tròn hoặc elíp)

* Viên đạn bay ngày càng ra xa Trái Đất.

Trị số của $v_0$ để viên đạn bay vòng quanh Trái Đất theo quỹ đạo tròn gọi là *vận tốc vũ trụ cấp I* .

Trị số của $v_0$ để viên đạn bay ngày càng ra xa Trái Đất gọi là *vận tốc vũ trụ cấp II.*



Hình 4.4

*a. Vận tốc vũ trụ cấp I*

Giả thiết viên đạn bay cách mặt đất không xa lắm khi đó có thể coi bán kính quĩ đạo của viên đạn ≈ R. Lực hấp dẫn của Trái Đất tác dụng lên vật đóng vai trò lực hướng tâm:

$$F_{hd} = F_{ht} \Leftrightarrow G\frac{m.M}{R^2} = m\frac{v^2}{R} \qquad (4.17)$$

$$v = \sqrt{G\frac{M}{R}} = \sqrt{g_0 R}\,. \qquad (4.18)$$

Với $g_0$ = 9,8m/s$^2$ và R = 6,4.10$^6$m. Ta được $v \approx 7{,}9km/s$

Vậy vận tốc vũ trụ cấp I: $v_I = 7{,}9km/s$

*b. Vận tốc vũ trụ cấp II*

Giả thiết vật được bắn từ điểm A trên mặt đất và đi ra vô cùng. Theo định luật bảo toàn cơ năng ta có:

$$\mathrm{W_A} = \mathrm{W_\infty} \Leftrightarrow \frac{\mathrm{m.v_A}^2}{2} + \left(-G\frac{m.M}{r_A}\right) = \frac{\mathrm{m.v_\infty}^2}{2} + \left(-G\frac{m.M}{r_\infty}\right) \qquad (4.19)$$

Với $r_\infty = \infty$ => coi $\left(-G\frac{m.M}{r_\infty}\right) \approx 0$ còn $\frac{mv_\infty^{\ 2}}{2} \geq 0$

=> Ta có $\frac{\mathrm{m.v_A}^2}{2} \geq G\frac{m.M}{R}$ với $r_A = R$

$$\Rightarrow \mathrm{v_A} \geq \sqrt{2G\frac{M}{R}} \qquad \mathrm{v_A} \geq \sqrt{2}v_I \qquad v_A \approx 11{,}2km/s \qquad (4.20)$$

=> Vận tốc vũ trụ cấp II: $v_{II} = 11,2 km/s$

**Kết luận:**

Nếu vật bắn lên với vận tốc $v_0 < 7,9$ km/s => vật rơi trở lại Trái Đất.

Nếu vật bắn lên với vận tốc 7,9 km/s $\leq v_0 \leq$ 11,2 km/s => vật bay vòng quanh Trái Đất theo một quĩ đạo khép kín (tròn hoặc elíp).

Nếu vật bắn lên với vận tốc $v_0 > 11,2$km/s => Vật bay ngày càng ra xa Trái Đất.

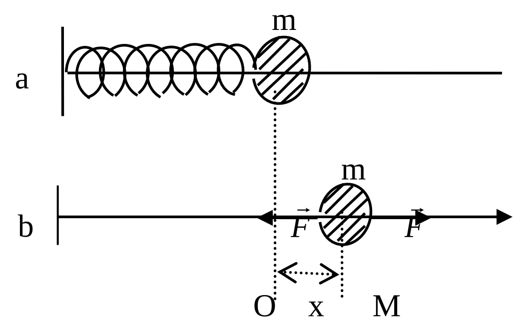
# CHƯƠNG 5. DAO DỘNG VÀ SÓNG CƠ

## §1. DAO ĐỘNG CƠ

### 1. Dao động cơ điều hoà

*a. Phương trình vi phân của dao động cơ điều hoà*

Để khảo sát dao động ta xét một con lắc lò xo gồm một quả cầu nhỏ khối lượng m (coi như một chất điểm) có thể trượt dọc theo một thanh ngang xuyên qua tâm của nó. Quả cầu được gắn với một lò xo (khối lượng không đáng kể), đầu kia của lò xo được giữ cố định (hình 5.1).



Hình 5.1

Trong điều kiện này trọng lực của quả cầu luôn luôn cân bằng với phản lực của thanh ngang. Nếu kéo quả cầu ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn OM (gọi là độ dời) không lớn, dưới tác dụng của lực đàn hồi của lò xo quả cầu sẽ bị kéo về vị trí cân bằng. Nếu ta buông tay, quả cầu sẽ dao động quanh vị trí cân bằng O. Nếu ma sát và lực cản nhỏ có thể bỏ qua, quả cầu sẽ dao động mãi. Dao động như vậy gọi là dao động điều hoà. Chúng ta sẽ tìm biểu thức toán học diễn tả chuyển động điều hoà của con lắc lò xo nói trên.

Chọn hệ toạ độ một trục Ox trùng với trục thanh, điểm gốc O trùng với vị trí cân bằng của hệ, chiều dương hướng từ trái qua phải. Ta chỉ xét trường hợp ngoại lực $\vec{F}'$ còn trong giới hạn đàn hồi của lò xo. Do bỏ qua ma sát và lực cản, hợp lực tác dụng lên hệ chỉ còn lực đàn hồi $\vec{F}$ của lò xo.

Xét tại thời điểm quả cầu lệch khỏi vị trí cân bằng một đoạn x. Theo định luật Húc F = - kx ≠ 0 (k - hệ số đàn hồi hay độ cứng của lò xo) hệ chuyển động có gia tốc. Theo định luật II của Niutơn, gia tốc của quả cầu được xác định bằng:

$$ma = F = -kx \qquad (5.1)$$

Mặt khác gia tốc: $a = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{d^2x}{dt^2}$. (5.2)

Thay (5.2) vào (5.1) ta được: $m\dfrac{d^2x}{dt^2} = -kx$ hay $\dfrac{d^2x}{dt^2} + \dfrac{k}{m}x = 0$ (5.3)

Vì k > 0 và m > 0 ta đặt: $\dfrac{k}{m} = \omega_0^2$. (5.4)

Khi đó phương trình (5.3) trở thành: $\dfrac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$ (với $\omega_0 > 0$) (5.5)

Phương trinh (5.5) gọi là *phương trình vi phân của dao động điều hoà* của con lắc lò xo.

Nghiệm của phương trình này có dạng: $x = A\sin(\omega_0 t + \varphi)$ (5.6)

Trong đó A > 0 và φ là hai hằng số phụ thuộc vào các điều kiện ban đầu; $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ là tần số góc của dao động, đơn vị của nó là radian trên giây (rad/s).

Biểu thức (5.6) gọi là phương trình li độ của dao động, nó cho biết độ dời x của quả cầu so với vị trí cân bằng O của nó.

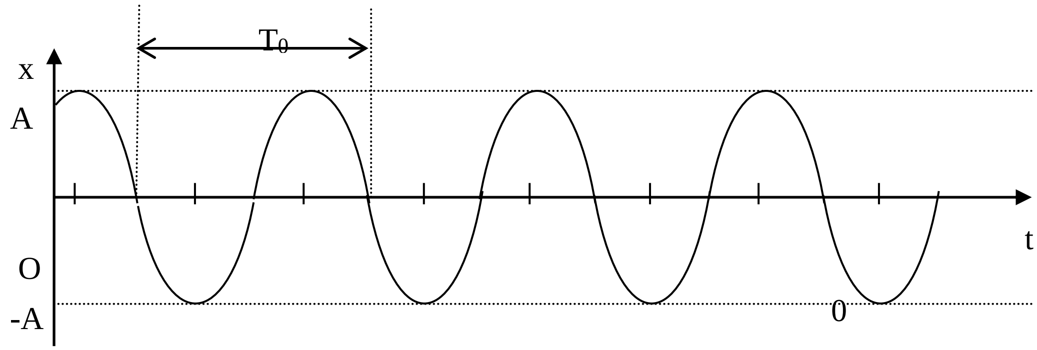
Từ (5.6) ta có thể kết luận:

*Dao động cơ điều hoà là dao động có độ dời là một hàm số sin của thời gian t.*

Từ (5.6) ta thấy cứ sau mỗi khoảng thời gian:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \text{ (s)} \quad (5.7)$$

thì dao động lại lặp lại như cũ. Thật vậy:




Hình 5.2

$$x(t + T_0) = A \sin [\omega_0(t + \frac{2\pi}{\omega_0}) + \varphi] = A \sin (\omega_0 t + \varphi) = x(t)$$

$T_0$ được gọi là chu kỳ của dao động điều hoà và theo định nghĩa tần số :

$$f = \frac{1}{T_0} = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \text{ (Hz).} \quad (5.8)$$

Vận tốc của vật dao động:

$$v = \frac{dx}{dt} = \omega_0 A\cos(\omega_0 t + \varphi) \text{ (m/s)} = \omega_0 A\sin (\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}) \text{ (m/s)} \quad (5.9)$$

Tỉ lệ và sớm pha hơn li độ $\frac{\pi}{2}$. Gia tốc của vật dao động:

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = - \omega_0^2 A \sin(\omega_0 t +\varphi) \text{ (m/s}^2) = - \omega_0^2 x \text{ (m/s}^2) \quad (5.10)$$

Hay: $$a = \omega_0^2 A \sin(\omega_0 t + \varphi + \pi) \text{ (m/s}^2) \quad (5.10')$$

Vậy gia tốc tỉ lệ và sớm pha hơn li độ π (nói cách khác: gia tốc tỉ lệ và ngược pha với li độ).

Rõ ràng cả vận tốc lẫn gia tốc của vật dao động đều biến thiên điều hoà theo thời gian với chu kì $T_0$ và tần số f.

b. Bảo toàn cơ năng trong dao động cơ điều hoà

Dao động là một dạng chuyển động cơ nên năng lượng của nó là cơ năng $W = W_đ + W_t$ .

$W_đ$; $W_t$ là động năng và thế năng của hệ.

Từ (5.9) ta tính được động năng $W_đ = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega_0^2 A^2\cos^2(\omega_0 t + \varphi)$

Hoặc theo (5.4) $$W_đ = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega_0 t + \varphi) = \frac{1}{4}kA^2[1 + \cos2(\omega_0 t + \varphi)] \quad (5.11)$$

Theo định nghĩa độ giảm thế năng của con lắc khi dịch chuyển từ vị trí cân bằng O đi một đoạn x bằng công của lực đàn hồi . Tức là:

$$W_t(O) - W_t(x) = - k\int_0^x xdx = 0 - \frac{1}{2}kx^2$$

Vì thế năng là một dạng năng lượng đặc trưng cho tương tác (ở đây là giữa các phần của vật) nên có thể coi tại vị trí cân bằng lực tương tác (đàn hồi) bằng không, do đó $W_t(O) = 0$, còn khi quả cầu lệch đi một đoạn x (lò xo giãn một đoạn x) thì thế năng của con lắc là:

$$W_t(x) = \frac{1}{2}kx^2 \qquad (5.12)$$

Thay biểu thức (5.5) vào biểu thức (5.12) ta được:

$$W_t = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega_0 t + \varphi) = \frac{1}{4}kA^2[1 - \cos2(\omega_0 t + \varphi)] \qquad (5.12')$$

Cơ năng toàn phần:

$$W = \frac{1}{4}kA^2[1 + \cos2(\omega_0 t + \varphi)] + \frac{1}{4}kA^2[1 - \cos2(\omega_0 t + \varphi]$$

$$W = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega_0^2A^2 \qquad (5.13)$$

Từ các biểu thức (5.11), (5.12’) và (5.13) ta rút ra các kết luận:

+ Cả động năng và thế năng của con lắc đều biến thiên điều hoà theo thời gian với tần số góc $\omega' = 2\omega_0$, còn chu kỳ tương ứng của chúng là $T' = T_0/2$.

+ Động năng giảm một lượng bằng bao nhiêu thì thế năng tăng lên một lượng bằng bấy nhiêu và ngược lại.

+ Tổng động năng và thế năng tức là cơ năng của con lắc được bảo toàn.

+ Từ công thức (5.13) nếu biết m, A, W ta có thể tính được tần số $\omega_0$:

$$\omega_0 = \frac{1}{A}\sqrt{\frac{2W}{m}} \qquad (5.14)$$

## 2. Dao động cơ tắt dần

*a. Phương trình vi phân cho dao động cơ tắt dần*

Mọi hệ dao động đều có ma sát và chịu lực cản của môi trường, do đó năng lượng của hệ giảm dần theo thời gian. Theo công thức (5.13) $A = \frac{1}{\omega_0}\sqrt{\frac{2W}{m}}$ : năng lượng giảm khiến cho biên độ dao động của hệ giảm dần rồi tắt hẳn. Dao động như vậy gọi là dao động tắt dần. Thực nghiệm cho thấy khi vận tốc dao động của hệ không lớn, lực cản của môi trường tỷ lệ với vận tốc của hệ:

$$F_c = -r.v \qquad (5.15)$$

Ở đây r là hệ số cản của môi trường.

Khi tính đến lực cản, hợp lực tác dụng lên hệ gồm lực đàn hồi của lò xo và lực cản. Phương trình của định luật II Niutơn cho hệ dao động có dạng:

$$ma = - kx - rv$$

Hay
$$m\frac{d^2x}{dt^2} + r\frac{dx}{dt} + kx = 0$$

Chia hai vế cho m:
$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{r}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = 0 \qquad (5.16)$$

Đặt
$$\frac{k}{m} = \omega_0^2; \qquad \frac{r}{m} = 2\beta \qquad (5.17)$$

Phương trình (5.16) thành:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \qquad (5.17')$$

Phương trình (5.17') gọi là *phương trình vi phân của dao động cơ tắt dần*. Khi $\omega_0 > \beta$ nghiệm của (5.17') có dạng:

$$x = A_0 e^{-\beta t}\sin(\omega t + \varphi) \qquad (5.18)$$

(5.18) là biểu thức độ dời hay còn gọi là *phương trình của dao động cơ tắt dần*,

trong đó: $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ (5.19)

là tần số góc của dao động cơ tắt dần ($\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ là tần số góc của dao động cơ điều hoà)

còn chu kỳ : $T = \dfrac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$ (5.20)

*b. Khảo sát dao động cơ tắt dần*

Biểu thức $A = A_0 e^{-\beta t}$ (5.21)

là biên độ của dao động cơ tắt dần, nó giảm dần theo thời gian theo qui luật hàm mũ; $\beta$ được gọi là hệ số suy giảm.

Vì $-1 \le \sin(\omega t + \varphi) \le 1$

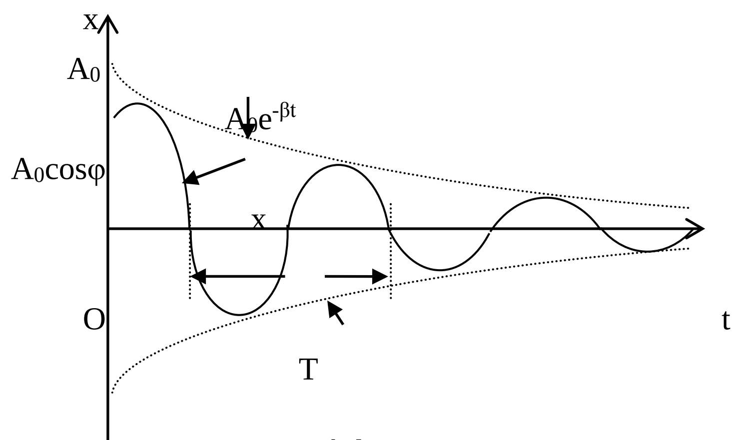
nên:

$$-A_0 e^{-\beta t} \le A_0 e^{-\beta t}\sin(\omega t + \varphi) \le A_0 e^{-\beta t}$$

hay $-A_0 e^{-\beta t} \le x \le A_0 e^{-\beta t}$ (5.22)

Rõ ràng là biên độ dao động bị giới hạn giữa hai đường cong $-A_0 e^{-\beta t}$ và $A_0 e^{-\beta t}$

Theo lý thuyết biên độ A giảm đến 0 khi $t \to \infty$, nhưng thực tế chỉ sau một khoảng thời gian đủ lớn (tuỳ thuộc vào lực cản của môi trường) là biên độ A đã giảm đến 0.




Hình 5.3

Mức độ tắt dần của dao động được đặc trưng bằng một đại lượng gọi là *giảm lượng loga δ*. Giảm lượng loga có trị số được xác định bằng công thức:

$$\delta = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = \ln\frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = \ln e^{\beta T}$$

$$\rightarrow \quad \delta = \beta T \qquad (5.23)$$

Theo (5.17) thì $\delta = \dfrac{r}{2m}T \rightarrow$ hệ số cản r càng lớn thì mức độ suy giảm biên độ càng nhanh.

Sở dĩ biên độ của dao động giảm dần là vì hệ chỉ nhận được một năng lượng ban đầu, sau đó cứ mỗi chu kỳ hệ lại mất bớt một chút năng lượng để thắng lại công của lực cản.

Từ công thức (5.19); (5.20) ta thấy tần số góc của dao động tắt dần $\omega < \omega_0$ và chu kỳ $T > T_0$. Ta có thể hiểu do bị cản trở hệ chuyển động chậm lại.

*Chú ý: 1.* Hệ chỉ dao động được khi lực cản nhỏ, hệ số suy giảm $\beta < \omega_0$ (tức là hệ số cản $r < 2\sqrt{mk}$), nếu lực cản lớn quá, hệ số suy giảm $\beta \ge \omega_0$ (tức là hệ số cản $r \ge 2\sqrt{mk}$), hệ không thể dao động được mà tiến dần đến vị trí cân bằng.

*2.* Giữa tần số góc và giảm lượng lôga có mối quan hệ sau:

$$\omega = \omega_0\sqrt{1-\frac{\beta^2}{\omega_0^2}} = \omega_0\sqrt{1-\frac{\delta^2}{T^2\omega_0^2}}$$

$$\omega = \omega_o\sqrt{1-\frac{\delta^2}{\omega_O^2.\left(\frac{4\pi^2}{\omega_O^2-\beta^2}\right)}} \quad (5.24)$$

**3. Dao động cơ cưỡng bức**

*a. Phương trình vi phân của dao động cơ cưỡng bức*

Để duy trì dao động người ta tác dụng lên hệ một ngoại lực biến thiên tuần hoàn theo thời gian dạng $\mathcal{F}$ = HcosΩt nhằm bù lại kịp thời từng phần năng lượng nhỏ của hệ bị tiêu hao vì lực ma sát sau mỗi chu kỳ. Dao động như vậy gọi là *dao động cưỡng bức*.

Ban đầu khi mới tác dụng lực dao động của hệ rất phức tạp, vì hệ tham gia đồng thời cả dao động riêng tắt dần (dưới tác dụng của nội lực) lẫn dao động cưỡng bức (dưới tác dụng của ngoại lực tuần hoàn). Sau một thời gian quá độ dao động riêng mất hẳn, hệ dao động cưỡng bức dưới tác dụng của ngoại lực tuần hoàn. Thực nghiệm chứng tỏ dao động cưỡng bức có chu kỳ bằng chu kỳ của ngoại lực tuần hoàn.

Khi có thêm ngoại lực tuần hoàn tác dụng, hợp lực tác dụng lên hệ bằng:

$$F = -kx - rv + H\cos\Omega t \quad (5.25)$$

Phương trình của định luật II Niutơn cho hệ có dạng:

$$ma = -kx - rv + H\cos\Omega t$$

hay: $$m\frac{d^2x}{dt^2} + r\frac{dx}{dt} + kx = H\cos\Omega t$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{r}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = \frac{H}{m}\cos\Omega t$$

Với cách đặt như ở hệ phương trình (5. 17) ta có:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{H}{m}\cos\Omega t \quad (5.26)$$

(5.26) được gọi là *phương trình vi phân của dao động cơ cưỡng bức.* Theo giải tích, nghiệm của phương trình này là tổng hợp của hai nghiệm: nghiệm tổng quát của phương trình vi phân không vế phải và nghiệm riêng của phương trình (5. 26). Qua thời gian quá độ dao động riêng tắt dần rồi mất hẳn, từ lúc đó hệ chỉ còn dao động dưới tác dụng của ngoại lực tuần hoàn $\mathcal{F}$ = HcosΩt nên hệ cũng dao động tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{\Omega}$ (5.27), phương trình dao động (li độ) của hệ là:

$$x = A\cos(\Omega t + \Phi) \quad (5.28)$$

Trong đó các hằng số A và Φ được tính theo các công thức:

$$A = \frac{H}{m\sqrt{(\Omega^2-\omega_0^2)^2+4\beta^2\Omega^2}} \quad (5.29)$$

$$\mathrm{tg}\Phi = \frac{2\beta\Omega}{\Omega^2-\omega_0^2} \quad (5.30)$$

Với điều kiện $\omega_0^2 - 2\beta^2 > 0$ (5.31) *b. Khảo sát dao động cơ cưỡng bức*

Từ các công thức (5.29) và (5.30) ta thấy cả biên độ lẫn pha ban đầu của dao động cưỡng bức đều phụ thuộc vào tần số góc Ω của ngoại lực. Khảo sát sự phụ thuộc của A vào Ω ta thấy:

| Ω | 0 | | $\sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$ | | ∞ |
|---|---|---|---|---|---|
| A | $\frac{H}{m\omega_0^2}$ | $\nearrow$ | $A_{max}$ | $\searrow$ | 0 |

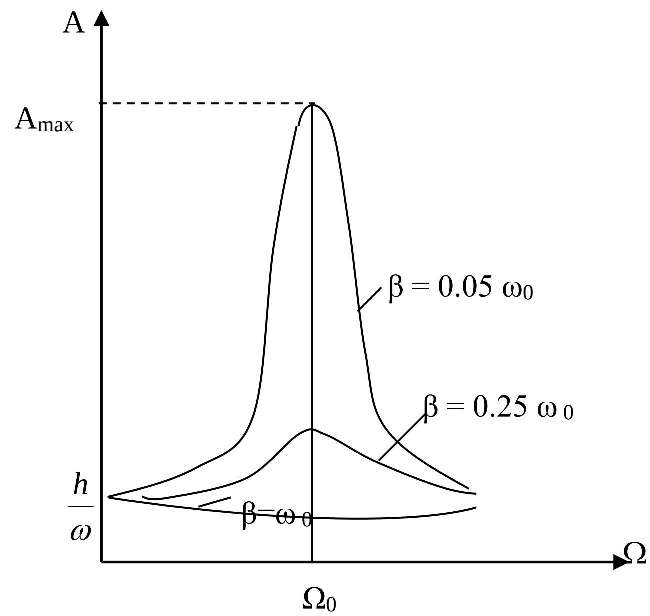
Tại giá trị $\Omega_{ch} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$ (5.32)

biên độ dao động cưỡng bức đạt giá trị cực đại. Giá trị cực đại đó tính ra bằng:

$$A_{max} = \frac{H}{2m\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \quad (5.33)$$

Khi đó ta nói rằng có *hiện tượng cộng hưởng* cơ, $\Omega_{ch}$ được gọi là *tần số góc cộng hưởng.*

Từ công thức (5.33) ta thấy biên độ của dao động cộng hưởng $A_{max}$ càng lớn khi β (tức là hệ số cản của môi trường r) càng nhỏ và lúc đó tần số của ngoại lực cưỡng bức Ω càng gần với tần số dao động riêng $\omega_0$ của hệ. Đặc biệt khi ma sát và lực cản nhỏ có thể bỏ qua $r \approx 0 \rightarrow \beta \approx 0 \rightarrow \Omega_{ch} \approx \omega_0$ thì $A_{max}$ sẽ có giá trị rất lớn. Ta nói có hiện tượng ***cộng hưởng nhọn*** (hình 5.4).




Hình 5.4. Sự phụ thuộc biên độ dao động vào tần số góc ngoại lực

## §2. SÓNG CƠ

### 1. Sự hình thành sóng cơ trong môi trường đàn hồi

Xét một kích động nào đó (có thể là điều hoà hoặc không điều hoà) xảy ra trong một môi trường đàn hồi (môi trường sau khi biến dạng lại trở lại ngay như cũ sau khi nguyên nhân gây biến dạng ngừng tác dụng). Kích động này sẽ lan truyền trong môi trường từ điểm này sang điểm khác, ví dụ sự rung động của màng loa phóng thanh trong không khí.

*Sự lan truyền kích động nào đó trong môi trường đàn hồi gọi là **sóng đàn hồi** hay **sóng cơ.*** Sóng cơ chỉ có thể lan truyền trong môi trường vật chất liên tục và đàn hồi, không thể lan truyền trong chân không.

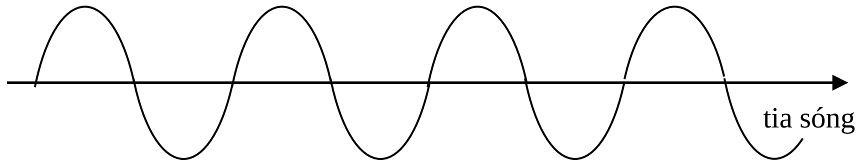
Điểm khác nhau cơ bản giữa sóng cơ trong môi trường với bất kì một chuyển động có trật tự nào của một phần tử môi trường là ở chỗ sự truyền sóng ứng với những kích động nhỏ, không kèm theo quá trình vận chuyển vật chất.

Vật gây kích động gọi là *nguồn sóng*; phương truyền sóng gọi là *tia sóng*; không gian mà sóng truyền qua gọi là *trường sóng.*

**2. Sóng ngang và sóng dọc**

*Sóng ngang* là sóng mà phương dao động của các phần tử môi trường vuông góc với tia sóng.

Sóng ngang xuất hiện trong các môi trường có tính đàn hồi về hình dạng. Tính chất này chỉ có ở vật rắn. Hình 5.5 miêu tả sóng truyền trên dây dài khi ta rung nhẹ một đầu.



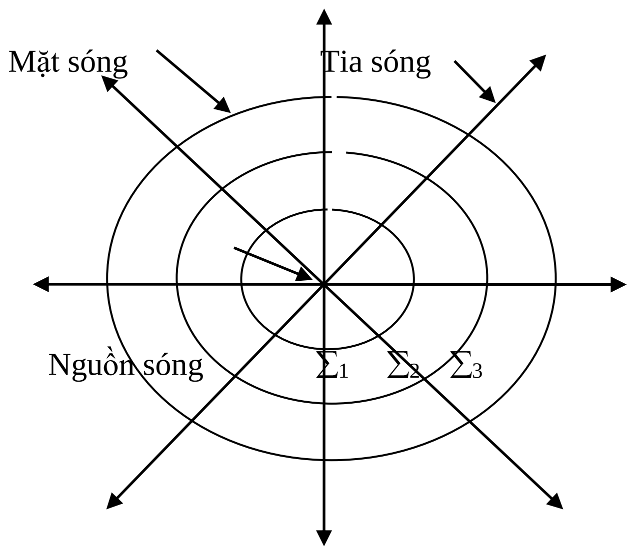

Hình 5.5. Sóng ngang

*Sóng dọc* là sóng mà phương dao động của các phân tử môi trường trùng với tia sóng.

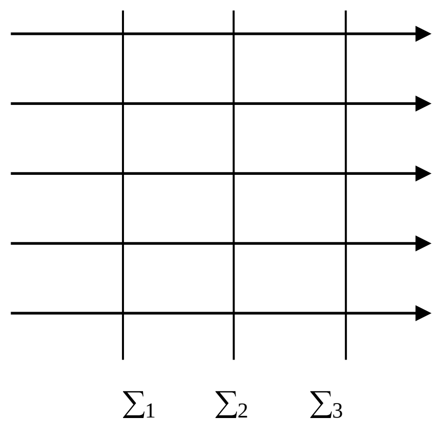
Sóng dọc xuất hiện trong các môi trường chịu biến dạng về thể tích, do đó nó truyền được trong các vật rắn cũng như trong môi trường lỏng và khí. (Hình 5.6. sóng truyền trên dây lò xo khi ta nén vài vòng lò xo lại).

Sóng xuất hiện trên mặt nước là trường hợp đặc biệt, xảy ra đối với các phần tử nằm trên mặt phân cách giữa hai môi trường khí - lỏng hoặc lỏng - lỏng không hoà lẫn vào nhau. Khi đó các phần tử môi trường thực hiện cả hai dao động: *dọc* và *ngang*.

**3. Mặt sóng và mặt đầu sóng. Sóng cầu và sóng phẳng**




Hình 5.6. Sóng cầu




Hình 5.7. Sóng phẳng

Quỹ tích những điểm ở trong trường sóng mà ở đó các dao động có cùng giá trị pha được gọi là *mặt sóng.* Ứng với các giá trị pha khác nhau ta có các mặt sóng khác nhau, gọi là họ các mặt sóng.

Giới hạn giữa phần môi trường mà sóng đã truyền qua và phần chưa bị kích động được gọi là *mặt đầu sóng.* Dựa vào dạng của mặt đầu sóng người ta chia sóng ra thành *sóng cầu* và *sóng phẳng.*

Đối với môi trường đồng chất và đẳng hướng, mặt đầu sóng là mặt cầu có tâm ở nguồn sóng, tia sóng vuông góc với mặt đầu sóng, nghĩa là trùng phương với bán kính của mặt cầu (hình 5.6)

Trong trường hợp này tia sóng là những đường thẳng song song với nhau và thẳng góc với các mặt sóng (hình 5.7).

Nếu nguồn sóng ở rất xa phần môi trường mà ta khảo sát thì mặt sóng là những mặt phẳng song song.

### 4. Các đặc trưng của sóng

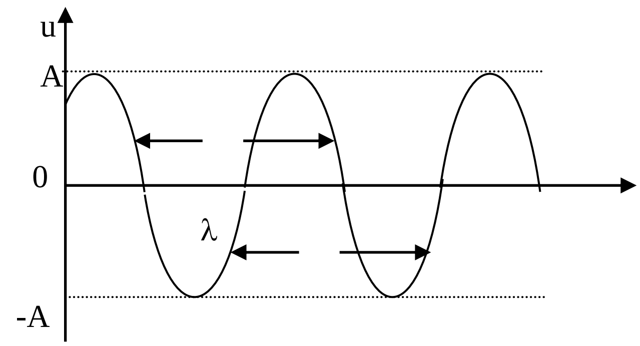
*a. Vận tốc sóng*

Vận tốc sóng là quãng đường mà sóng đi được sau một đơn vị thời gian. Trong lý thuyết đàn hồi người ta chứng minh được trong môi trường đẳng hướng, vận tốc của sóng dọc bằng:

$$v = \sqrt{\frac{1}{\alpha\rho}} \quad \text{hay} \quad v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \tag{5.34}$$

Trong đó α, E = $\frac{1}{\alpha}$, ρ lần lượt là hệ số đàn hồi, suất đàn hồi (còn gọi là suất Iâng) và khối lượng riêng của môi trường, còn vận tốc sóng ngang bằng: $v = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$ (5.35)

G là suất trượt của môi trường.




Hình 5.8

*b. Chu kỳ và tần số*

Chu kỳ T và tần số f là chu kỳ và tần số dao động của các phần tử môi trường.

*c. Bước sóng*

Bước sóng λ của sóng là quãng đường mà sóng truyền được sau khoảng thời gian bằng một chu kỳ (hình 5.8).

$$\lambda = vT = \frac{v}{f} \tag{5.36}$$

Từ hình vẽ ta thấy *bước sóng là khoảng cách ngắn nhất giữa các điểm có dao động cùng pha.*

### 5. Hàm sóng

Để cho đơn giản, ta giả sử sóng lan truyền theo phương trục Ox. Giả sử tại thời điểm $t_1$, tại vị trí $x_1$ có một kích động nào đó, sóng lan truyền đến vị trí $x_2$ vào thời điểm $t_2$. Vậy trong khoảng thời gian $\Delta t = t_2 - t_1$ sóng đã lan truyền được quãng đường $\Delta x = x_2 - x_1$. Gọi v là vận tốc truyền sóng trong môi trường thì ta có hệ thức sau:

$$x_2 - x_1 = v(t_2 - t_1) \text{ hay } t_1 - \frac{x_1}{v} = t_2 - \frac{x_2}{v}$$

Vì $x_1$, $t_1$, $x_2$, $t_2$ là tuỳ ý và không có gì đặc biệt nên ta dễ dàng suy ra:

$$t_1 - \frac{x_1}{v} = t_2 - \frac{x_2}{v} = t_3 - \frac{x_3}{v} = ... = t_n - \frac{x_n}{v} = \text{hằng số.}$$

Vậy trong quá trình sóng thì đối số (t - x/v) = hằng số là một đặc trưng cho quá trình sóng. Quá trình sóng phải là hàm của các biến không gian và thời gian, vì vậy ta có thể biểu diễn sóng bằng một hàm F nào đó của đối số (t-x/v):

$$u(x,t) = F(t-x/v)$$

Trong trường hợp sóng truyền theo chiều âm của trục Ox thì

$$u(x,t) = F(t + x/v).$$

Trường hợp tổng quát, sóng truyền theo hai chiều thì:

$$u(x,t) = F(t - x/v) + F(t + x/v) \tag{5.37}$$

Trong đó F là hàm biểu diễn kích động.

Trong đời sống và trong khoa học kỹ thuật thì kích động điều hoà đóng vai trò quan trọng.

Ngoài ra, trong toán học chúng ta biết rằng một kích động bất kì bao giờ cũng có thể phân tích thành tổng của các dao động điều hoà. Vì vậy trong giáo trình này, chúng ta chỉ giới hạn trong trường hợp của sóng điều hoà mà thôi. Khi đó F là một hàm điều hoà, tức là một hàm sin hoặc cos.

Vậy ta có thể biểu diễn sóng phẳng điều hoà dưới dạng: (chỉ xét sóng truyền theo chiều dương của trục Ox) $u(x,t) = A\sin\omega(t - x/v)$ (5.38)

gọi là hàm sóng phẳng điều hoà, gọi tắt là *hàm sóng*.

Trong đó A là biên độ sóng; ω là tần số góc. Giữa tần số góc ω và tần số dài f của sóng có quan hệ:

$$\omega = 2\pi f.$$

Tần số f được đo bằng hec (Hz). Các bội số của héc là :

Kilôhec (Khz) $1(\text{Khz}) = 10^3(\text{Hz})$;

Mêgahec (Mhz) $1(\text{Mhz}) = 10^6(\text{Hz})$;

và Gigahec (Ghz) $1(\text{Ghz}) = 10^9(\text{Hz})$;

Đại lượng $[\omega(t - x/v)]$ gọi là pha của sóng. Ta có thể biểu diễn hàm sóng dưới dạng khác sau đây:

$$u(x,t) = A\sin 2\pi f(t - x/v) = A\sin(2\pi ft - 2\pi fx/v).$$

Đại lượng $2\pi fx/v = k$ gọi là số sóng. Ta thường biểu diễn sóng dưới dạng:

$$u(x,t) = A\sin(\omega t - kx). \qquad (5.39)$$

Đại lượng nghịch đảo của tần số f gọi là chu kì T : $T = 1/f$

Đại lượng $\lambda = vT = v/f$ được gọi là bước sóng, nó là quãng đường mà sóng đi được trong khoảng thời gian bằng một chu kỳ dao động của sóng. Để thuận tiện trong cách trình bày và tính toán, người ta thường biểu diễn sóng dưới *dạng phức* như sau:

$$u(x,t) = Ae^{i\omega(t - x/v)} = Ae^{i(\omega t - kx)} \qquad (5.40)$$

**6. Phương trình sóng**

Hàm sóng u(x,t) là nghiệm của một phương trình vi phân có tên là *phương trình sóng* hay còn gọi là *phương trình truyền sóng* có dạng:

$$\Delta u = \frac{1}{v^2}.\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \qquad (5.41)$$

với kí hiệu $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ gọi là *toán tử Laplace*

và $\Delta u = \Delta - \frac{1}{v^2}.\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ gọi là *toán tử Đalămbe* (5.42)

## §3. HIỆU ỨNG DOPPLE

Khi một người đi về phía một nguồn âm đứng yên đang phát âm, anh ta sẽ nghe được một âm cao hơn khi anh ta đứng yên, khi đi ra xa nguồn âm đó anh ta sẽ nghe thấy âm trầm hơn. Hiện tượng cũng xảy ra tương tự nếu người nghe đứng yên, còn nguồn phát âm chuyển động lại gần hoặc ra xa Vào năm 1842, Cristian Johan Dopple đã phát hiện ra màu của các vật thể phát sáng, cũng như tần số âm thay đổi phụ thuộc vào chuyển động tương đối giữa nguồn phát và người quan sát. Hiện tượng đó được gọi là ***hiệu ứng Dopple.*** Hiệu ứng Dopple được áp dụng cho mọi sóng nói chung.

Vậy: hiện tượng nguồn A (ví dụ còi tàu) phát ra tín hiệu có tần số ν truyền tới một máy thu B (chẳng hạn tai người quan sát), do máy thu B chuyển động hoặc do nguồn chuyển động hoặc do cả nguồn lẫn máy thu cùng chuyển động nên máy thu nhận được tín hiệu có tần số f’ ≠ f gọi là hiệu ứng Đopple.

Xét trường hợp có một nguồn âm và một máy thu:

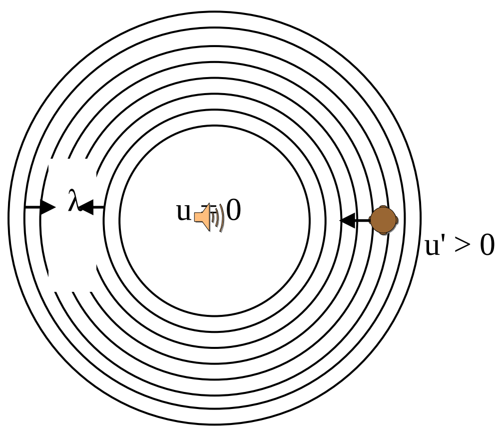
Khi người quan sát đi lại gần nguồn, trong một đơn vị thời gian anh ta thu được nhiều sóng hơn khi anh ta đứng yên (hình 5.9).

Nếu người đứng yên, nguồn chuyển động dường như bước sóng ngắn lại (hình 5.10).

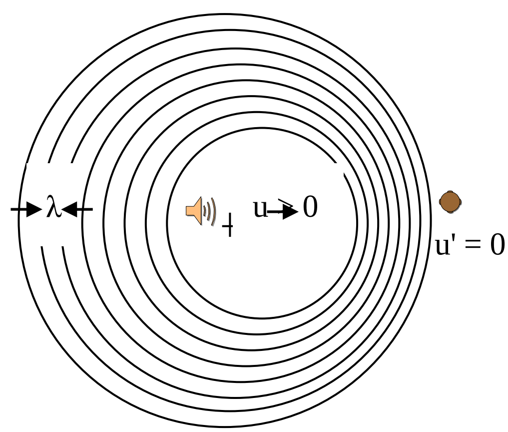
Nếu gọi vận tốc âm là v, vận tốc nguồn là u, vận tốc máy thu là u’, tần số âm do nguồn phát ra là f, tần số âm do máy thu nhận được là f’, thì công thức liên hệ giữa f’ và f có dạng:

$$f' = \frac{v+u'}{v-u} f \qquad (5.43)$$

Trong công thức này ta qui ước: u > 0 nếu nguồn tiến lại gần máy thu; u < 0 nếu nguồn đi xa máy thu; u’> 0 nếu máy thu tiến lại gần nguồn; u’ < 0 nếu máy thu đi ra xa nguồn. Như vậy khi nguồn tiến lại gần máy thu hay máy thu tiến lại gần nguồn hoặc cả nguồn lẫn máy thu tiến lại gần nhau thì f’ > f: tần số máy thu nhận được cao hơn tần số do nguồn phát ra và ngược lại.




Hình 5.9: Máy thu đi lại gần nguồn




Hình 5.10: Nguồn đi lại gần máy

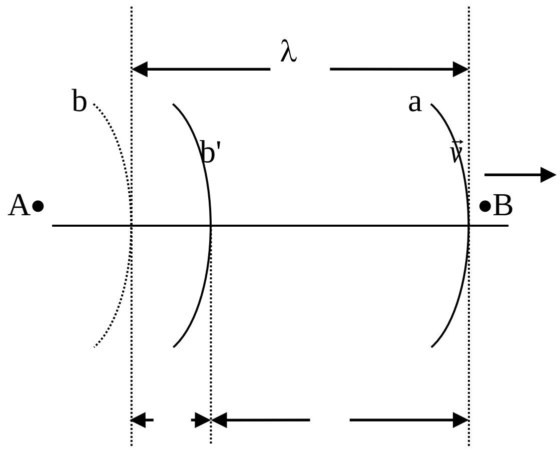
**Giải thích hiệu ứng Dopple**

Ta có thể giải thích hiện tượng như sau:

Xét trường hợp nguồn và máy thu cùng tiến lại gần nhau. Vì máy thu tiến lại gần nguồn nó sẽ nhận được tín hiệu sớm hơn so với khi nó đứng yên. Điều này tương đương với hiện tượng vận tốc âm được tăng thêm một lượng bằng vận tốc của máy thu (thực tế thì vận tốc âm không phụ thuộc gì vào tốc độ chuyển động của nguồn hoặc máy thu).

$$v' = v + u'$$

Ta lại biết sóng âm biến thiên tuần hoàn trong không gian với chu kỳ bằng bước sóng $\lambda = vT$ tức là hai sóng a và b phát ra liên tiếp cách nhau một chu kỳ T, thì sẽ cách nhau một khoảng bằng $\lambda$. Tuy nhiên, do nguồn chuyển động sóng âm tiếp theo sẽ chỉ cách sóng âm trước một khoảng $\lambda' = \lambda - uT$ (hình 5.11) vì trong thời gian T nguồn đi được khoảng cách uT.




Hình 5.11

Theo định nghĩa tần số âm bằng:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{v}{\lambda}$$

Ở đây do nguồn và máy thu cùng chuyển động nên ta có tần số do máy thu nhận được là:

$$f' = \frac{v'}{\lambda'} = \frac{v + u'}{Tv - Tu} = \frac{v + u'}{v - u} f$$

hay $$f' = \frac{v + u'}{v - u} f$$

Do nguồn và máy thu cùng tiến lại gần nhau nên u > 0; u' > 0 ta có tần số do máy thu nhận được là f' > f. Trường hợp nguồn đứng yên u = 0 máy thu chuyển động lại gần nguồn u' > 0, hoặc máy thu đứng yên u' = 0, nguồn chuyển động lại gần máy thu u > 0 ta cũng có f' > f.

Tương tự, nếu nguồn đi ra xa máy thu u < 0 mẫu số tăng lên → f' < f; nếu máy thu đi ra xa nguồn u' < 0 tử số giảm đi → f' < f; nếu máy thu và nguồn cùng đi ra xa nhau f' < f.

# CHƯƠNG 6. CƠ HỌC TƯƠNG ĐỐI

## §1. ĐỘNG HỌC TƯƠNG ĐỐI – PHÉP BIẾN ĐỔI LORENTZ

### 1. Sự mẫu thuẫn của phép biến đổi Galilei với thuyết tương đối Einstein

Theo các phép biến đổi Galilei, thời gian diễn ra một quá trình vật lý trong các hệ quy chiếu K và K' đều như nhau:

$$t = t' \qquad (6.1)$$

Khoảng cách giữa 2 điểm 1 và 2 nào đó trong các hệ K và K' đều bằng nhau:

$$\Delta l' = x'_2 - x'_1 = x_2 - x_1 = \Delta l \qquad (6.2)$$

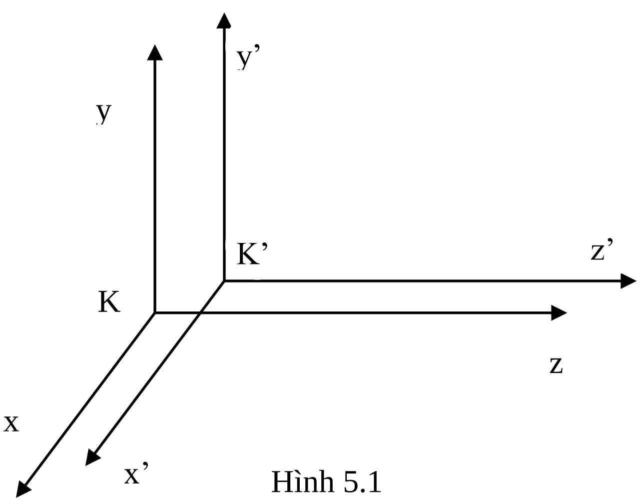
Vectơ vận tốc tuyệt đối $\vec{v}$ bằng tổng các vec tơ vận tốc tương đối $\vec{v}'$ và vec tơ vận tốc $\vec{V}$ của hệ quán tính K' đối với hệ K.

Tất cả những kết quả này đều đúng cho các chuyển động chậm v<<c. Nhưng rõ ràng chúng mâu thuẫn với các tiên đề của thuyết tương đối của Einstein. vì theo thuyết tương đối của Einstein: thời gian không có tính chất tuyệt đối, khoảng thời gian diễn ra một quá trình vật lý phụ thuộc vào các hệ quy chiếu. Đặc biệt các hiện tượng xảy ra đồng thời trong hệ quy chiếu này sẽ không xảy ra đồng thời trong hệ quy chiếu khác.

### 2. Phép biến đổi Lorentz

Phép biến đổi Lorentz là phép biến đổi của các tọa độ không gian và thời gian khi chuyển từ hệ quy chiếu quán tính này sang hệ quy chiếu quán tính khác thỏa mãn các yêu cầu của thuyết tương đối Einstein. Cụ thể như sau:

Xét hai hệ quy chiếu quán tính K và K'. Giả sử lúc đầu gốc O và O' của hai hệ trùng nhau. Hệ K' chuyển động với vận tốc V dọc theo trục X so với hệ K. Gọi (x,y,z,t) và (x',y',z',t') là các tọa độ không gian và thời gian trong hệ K và K'. Theo thuyết tương đối, thời gian có tính chất tương đối nên ta có $t' \neq t$ .




Hình 5.1

Giả sử x' liên hệ với x theo phương trình :

$$x' = f(x,t). \qquad (1)$$

Ta có phương trình chuyển động của các gốc O, O' trong hai hệ K và K'. Đối với hệ K, gốc O' chuyển động với vận tốc $\vec{V}$,ta có:

$$x - Vt = 0 \qquad (2)$$

Còn đối với hệ K', gốc O' đứng yên. Tọa độ x' trong hệ K' luôn bằng 0:

$$x' = 0$$

Muốn phương trình (1) áp dụng cho hệ K' nghĩa là thay x'=0 vào (1) ta phải thu được phương trình (2) thì f(x,t) chỉ có thể khác (x-Vt) một hệ số nhân α nào đó.

$$x' = \alpha(x - Vt) \qquad (3)$$

Đối với hệ K', gốc O chuyển động với vận tốc (-V). Nhưng đối với hệ K, gốc O lại đứng yên. Tương tự ta có:

$$x = \beta(x' + Vt') \qquad (4)$$

Theo tiên đề 1, từ (3) có thể suy ra (4) và ngược lại bằng cách thay thế V↔V', x'↔x, t'↔t. Ta tìm được:

$$\alpha = \beta.$$

Theo tiên đề 2 ta có, trong K và K' các đoạn đường mà tín hiệu đi được (x = ct và x' = ct'). Thay các biểu thức này vào (3) và (4) ta được:

$$c^2 = \alpha^2(c^2-V^2)$$

Suy ra $$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

Vì K chuyển động dọc theo trục x nên: y = y', z' = z. Ta có phép biến đổi Lorentz:

$$x' = \alpha(x - Vt);\ y = y';\ z' = z;\ t = \alpha(t' - \frac{V}{c^2}x)$$

$$x = \alpha(x' + Vt');\ y = y';\ z' = z;\ t' = \alpha(t + \frac{V}{c^2}x')$$

Từ các kết quả trên ta thấy nếu trong trường hợp:

+ V << c thì từ phép biến đổi Lorentz ta trở về được phép biến đổi Galilei:

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}},\ y' = y,\ z' = z,\ t' = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \qquad (6.3)$$

hoặc:

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}},\ y = y',\ z = z',\ t = \frac{t' + \frac{V}{c^2}x'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

+ V > c thì các tọa độ trong công thức x, t trở nên ảo → không thể có các chuyển động với vận tốc lớn hơn vận tốc ánh sáng và hệ quy chiếu cũng không thể chuyển động với vận tốc bằng vận tốc ánh sáng được.

## §2. CÁC HỆ QUẢ CỦA PHÉP BIẾN ĐỔI LORENTZ

### 1. Khái niệm về tính đồng thời và quan hệ nhân quả

Giả sử trong hệ quán tính K có hai hiện tượng vật lý xảy ra $A_1(x_1,y_1,z_1,t_1)$ và hiện tượng $A_2(x_2,y_2,z_2,t_2)$. Một người quan sát trong hệ K' chuyển động dọc theo trục x với vận tốc thì thấy khoảng thời gian diễn ra hai hiện tượng trên là:

$$\Delta t' = t'_2 - t'_1 = \frac{t_2 - t_1 - \frac{V}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \qquad (6.4)$$

*Nhận xét*: nếu các hiện tượng này xảy ra đồng thời trong hệ K($t_1=t_2$) thì sẽ không xảy ra đồng thời trong hệ K' vì $t'_1 - t'_2 \neq 0$. Chỉ có một trường hợp ngoại lệ là cả hai hiện tượng xảy ra đồng thời tại những thời điểm có cùng tọa độ X (tọa độ Y có thể khác nhau).

→ Khái niệm đồng thời mang tính tương đối. Hai hiện tượng có thể xảy ra đồng thời trong hệ quy chiếu này nhưng lại không xảy ra đồng thời trong hệ quy chiếu khác. Thậm trí thứ tự của các hiện tượng có thể xảy ra không theo thứ tự (điều này không xét cho các hiện tượng có liên hệ nhân quả).

**2. Sự co ngắn Lorentz**

So sánh chiều dài của một vật trong hai hệ quy chiếu K và K'. Giả sử có một thanh đứng yên trong hệ K' đặt dọc theo trục X, độ dài của nó trong hệ K' là:

$$l_0 = x'_2 - x'_1$$

Gọi $l = x_2 - x_1$ là độ dài của thanh trong hệ K. Để so sánh hai độ dài của vật trong hai hệ tại cùng một thời điểm ta phải xác định vị trí các đầu của thanh trong hai hệ tại cùng một thời điểm. Từ phép biến đổi Lorentz ta có:

$$l_0 = x_2^{'} - x_1^{'} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{l}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$\rightarrow l = l_0\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \qquad (6.5)$$

→ Trong hệ quy chiếu mà thanh chuyển động thì chiều dài của thanh theo phương chuyển động ngắn hơn chiều dài của thanh trong hệ quy chiếu mà nó đứng yên,

→ Khi một vật chuyển động thì kích thước của vật theo phương chuyển động bị co ngắn lại.

→ Khoảng không gian có tính tương đối, nó phụ thuộc vào hệ quy chiếu.

**3. Tính tương đối của khoảng thời gian**

Tìm khoảng thời gian diễn ra một hiện tượng vật lý đo được trong hai hệ quy chiếu quán tính K và K'. Giả sử có một đồng hồ đứng yên ở trong hệ K'.

Xét tại một điểm A có tọa độ x',y',z' và t' có một hiện tượng vật lý xảy ra trong khoảng thời gian $\Delta t = t_2 = t_1$.

Ta so sánh $\Delta t$ và $\Delta t'$:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{t_2^{'} - t_1^{'}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad (6.6)$$

Hay: $$\Delta t' = \Delta t\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} < \Delta t$$

→ Khoảng thời gian diễn ra một hiện tượng vật lý trong hệ quy chiếu quán tính mà nó (hiện tượng) đứng yên thì bao giờ cũng nhỏ hơn khoảng thời gian diễn ra hiện tượng vật lý đó trong hệ quy chiếu mà nó chuyển động. Do đó đồng hồ chuyển động chạy chậm hơn đồng hồ đứng yên.

→ Khoảng thời gian có tính tương đối phụ thuộc vào hệ quy chiếu.

**4. Định lý cộng vận tốc**

Gọi v là vận tốc của chất điểm trong hệ O, v' là vận tốc của chất điểm trong hệ O'. Từ phép biến đổi Lorentz ta có:

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \Rightarrow dx' = \frac{dx - Vdt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad \text{và} \quad t^{'} = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \Rightarrow dt^{'} = \frac{dt - \frac{V}{c^2}dx}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

Suy ra $$v_x = c \Rightarrow v_x^{'} \frac{c-V}{1-\frac{V}{c^2}c} = c$$

Tương tự: $$v_y^{'} = \frac{v_y\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}{1-\frac{V}{c^2}v_y} \quad \text{và} \quad v_z^{'} = \frac{v_z\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}{1-\frac{V}{c^2}v_z}$$

Nhận xét: nếu $v_x$<<c thì ta trở về được công thức cộng vận tốc Galile: v' = v – V

Nếu $$v_x = c \Rightarrow v_x^{'} = \frac{c-V}{1-\frac{V}{c^2}c} = c \qquad (6.7)$$

## §3. ĐỘNG LỰC HỌC TƯƠNG ĐỐI TÍNH

### 1. Phương trình cơ bản của chuyển động chất điểm

Để mô tả chuyển động của vật có vận tốc lớn ta sử dụng phương trình tổng quát có dạng:

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} \text{ với } m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

m là khối lượng của chất điểm khi chuyển động với vận tốc v.

$m_0$ là khối lượng của chất điểm khi đứng yên (khối lượng nghỉ).

Khi chuyển động khối lượng của vật tăng lên.

Suy ra $$\vec{F} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right) \qquad (6.8)$$

### 2. Động lượng và năng lượng

*a. Động lượng*

$$\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad (6.9)$$

Nhận xét: nếu v << c ta được m = $m_0$ ta được công thức cổ điển $\vec{p} = m\vec{v}$ và phương trình chuyển động được viết dưới dạng: $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

*b. Năng lượng*

Theo định luật bảo toàn năng lượng: Độ tăng năng lượng bằng công của ngoại lực tác dụng lên vật: dW = dA

Để đơn giản ta xét ngoại lực $\vec{F}$ cùng phương chiều với chuyển dời $d\vec{s}$

Khi đó $\quad dW = dA = \vec{F}\,d\vec{s} = Fds$

$$dW = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right) = \left[\frac{m_0 v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\frac{dv}{dt} + \frac{m_0 v^2}{c^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}\right] = \frac{m_0 v dv}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}$$

Từ $\quad m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ => $dm = \dfrac{m_0 v dv}{c^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}$

Từ hai biểu thức trên suy ra $dW = c^2 dm \rightarrow W = mc^2 + C$ (C=const)

Do m = 0 thì W= 0 → C = 0. Cuối cùng ta được:

$$W = mc^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}c^2 \qquad \text{(Hệ thức Einstein)} \qquad (6.10)$$

***<u>Hệ Quả:</u>***

+ Năng lượng nghỉ của vật:

+ Khi vật chuyển động thì có thêm động năng

$$W_đ = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = -1\right) \qquad (6.11)$$

Nếu v << c thì $\dfrac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \approx 1 + \dfrac{v^2}{2c^2}$

Do đó $\quad W_d >> m_0c^2\left(1+\dfrac{v^2}{2c^2}\right) >> \dfrac{m_0 v^2}{2}$

Trở về biểu thức động năng trong cơ học cổ điển.

+ Liên hệ giữa năng lượng và động lượng

Từ biểu thức: $\quad W = mc^2 = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}c^2$ => $m_0^2c^4 = W^2\left(1-\dfrac{v^2}{c^2}\right)$ => $m_0^2c^4 = W^2 - \dfrac{W^2v^2}{c^2}$

Thay $W = mc^2$ và $p = mv$ cuối cùng ta được: $W^2 = m_0^2c^4 + p^2c^2$ (6.12)

+ Ứng dụng trong hiện tượng phân rã

Giả sử một hạt nhân phân rã thanh hai hạt thành phần. Theo định luật bảo toàn năng lượng ta có:

$W = W_1 + W_2$

W là năng lượng của hạt nhân trước khi phân rã

$W_1$ và $W_2$ là năng lượng của hai hạt nhân thành phần.

Ta có: $$mc^2 = \frac{m_1c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + \frac{m_2c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Ở đây ta coi hạt nhân không chuyển động trước khi phân rã, m, $m_1$, $m_2$ là khối lượng nghỉ của các hạt.

Vì $$\frac{m_1c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} > m_1c^2 \quad \text{và} \quad \frac{m_2c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} > m_2c^2$$

Nên $m > m_1 + m_2$

→ Khi phân rã, tổng khối lượng của các hạt thành phần nhỏ hơn khối lượng hạt ban đầu.

**3. Ý nghĩa triết học của hệ thức Einstein**

Hệ thức năng lượng của Einstein không phải liên hệ giữa vật chất và khối lượng mà liên hệ giữa hai tính chất của vật chất đó là: quán tính và mức độ vận động. Hệ thức cho ta thấy rõ trong điều kiện nhất định, một vật có khối lượng nhất định thì có năng lượng nhất định tương ứng với khối lượng đó. Chứ không phải khối lượng là số đo lượng vật chất chứa trong vật và nếu như quan niệm như vậy thì theo hệ thức năng lượng của Einstein vật chất sẽ biến thành năng lượng, do đó vật chất sẽ bị tiêu hủy.

# CHƯƠNG 7. NGUYÊN LÝ I NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC.

## §1. MỘT SỐ KHÁI NIỆM.

**1. Thông số trạng thái**

Trạng thái của một hệ được biểu diễn bằng các tính chất vật lý của vật (nóng, lạnh, đặc loãng…). Mỗi tính chất thường được đặc trưng bằng một đại lượng vật lý như: nhiệt độ, thể tích, áp suất... Như vậy, trạng thái của một hệ được xác định bởi một tập hợp các đại lượng vật lý. Các đại lượng vật lý này gọi là các thông số trạng thái.

**2. Phương trình trạng thái**

Thực nghiệm chứng tỏ, trong số các thông số trạng thái có một số độc lập với nhau (gọi là các thông số độc lập), một số thông số phụ thuộc vào các thông số độc lập khác (gọi là thông số phụ thuộc). Phương trình liên hệ giữa các thông số độc lập và thông số phụ thuộc gọi là phương trình trạng thái của hệ. Thực nghiệm chứng tỏ trạng thái của một khối khí cho trước được xác định bởi ba thông số trạng thái trong đó chỉ có hai thông số độc lập. Nếu chọn các thông số đó là áp suất p, thể tích V và nhiệt độ T thì phương trình của hệ là:

$$f(p, V, T) = 0 \qquad (7.1)$$

**3. Áp suất**

Định nghĩa: là một đại lượng vật lý có giá trị bằng áp lực (lực nén vuông góc) trên một đơn vị diện tích.

Công thức: $$p = \frac{F_n}{S} \qquad (7.2)$$

Đơn vị : $N/m^2$ = Pa (pascal).

Ngoài ra để đo áp suất người ta còn sử dụng đơn vị :

Atmôtphe (at): 1 at = $9,81.10^4$ $N/m^2$

Milimet thuỷ ngân còn gọi là tor (mmHg) là áp suất gây bởi trọng lượng cột thuỷ ngân cao 1 mm: 1 at = 736 mmHg.

**4. Nhiệt độ**

Nhiệt độ là một đại lượng vật lý đặc trưng cho mức độ nóng lạnh của hệ (nói chính xác hơn nó đặc trưng cho cường độ chuyển động của các phân tử trong hệ).

Để đo nhiệt độ người ta dùng nhiệt kế (nguyên tắc của nhiệt kế là đo độ biến thiên của một đại lượng vật lý nào đó như chiều dài, thể tích, độ dẫn điện… theo nhiệt độ để từ đó suy ra nhiệt độ).

Thang nhiệt độ bách phân : đơn vị kí hiệu là $^oC$.

Thang nhiệt độ tuyệt đối (kelvin) : đơn vị kí hiệu là K : $T = t^o + 273,16$. (7.3)

Thang nhiệt độ Fahrcheit : $T_F = \frac{9}{5}t^o + 32$ ($^oF$). (7.4)

**5. Các định luật thực nghiệm về chất khí**

Nghiên cứu tính chất của các chất khí bằng thực nghiệm người ta đã tìm ra các định luật nêu lên sự liên hệ giữa hai trong ba thông số áp suất, thể tích, nhiệt độ.

*a. Định luật Boyle – Mariotte (nghiên cứu quá trình đẳng nhiệt của các chất khí)*

Trong quá trình đẳng nhiệt của một khối khí xác định, tích số giữa áp suất và thể tích của khối khí là một hằng số.

$$pV = \text{const} \qquad (7.5)$$

*b. Các định luật Gay – Lussac (nghiên cứu quá trình đẳng tích và đẳng áp của các chất khí)*

Trong quá trình đẳng tích của một khối khí xác định, áp suất tỉ lệ với nhiệt độ của khối khí đó.

$$\frac{p}{T} = \text{const} \qquad (7.6)$$

Trong quá trình đẳng áp của một khối khí xác định, thể tích tỉ lệ với nhiệt độ của khối khí đó.

$$\frac{V}{T} = \text{const} \qquad (7.7)$$

*c. Giới hạn ứng dụng của định luật Boyle – Mariotte và Gay – Lussac*

Các định luật Boyle – Mariotte và Gay – Lussac chỉ đúng khi chất khí ở nhiệt độ và áp suất thông thường của phòng thí nghiệm. Nếu áp suất quá lớn hay nhiệt độ quá thấp thì các chất khí không còn tuân theo các định luật trên nữa.

**6. Phương trình trạng thái của khí lý tưởng**

Các định luật Boyle – Mariotte và Gay – Lussac chỉ mới nghiên cứu mối liên hệ giữa hai trong ba thông số p, V, T. Bây giờ ta sẽ đi nghiên cứu mối liên hệ cả ba thông số trên.

Khí lý tưởng là chất khí tuân theo hoàn toàn các định luật Boyle – Mariotte và Gay – Lussac.

Đối với 1 kmol khí lý tưởng (khối khí chứa $N = 6,023.10^{26}$ phân tử hay có khối lượng $m = \mu$ kg). Clapeyron và Menđêlêev đã tìm được phương trình trạng thái sau (gọi là phương trình trạng thái khí lý tưởng). $pV = RT$ (7.8)

Trong đó p, V, T là áp suất, thể tích và nhiệt độ của một kmol khí ở một trạng thái bất kỳ. R là hằng số khí lý tưởng.

Đối với một chất khí có khối lượng bằng m, nếu gọi v là thể tích của nó thì:

$$V = \frac{\mu}{m}v \qquad (7.9)$$

Phương trình trạng thái có dạng:

$$pv = \frac{m}{\mu}RT \qquad (7.10)$$

* Giá trị của hằng số khí lý tưởng: R = $8{,}31.10^{3}$ J/kmol.K.

Nếu áp suất đo bằng atmôphe, thể tích đo bằng $m^3$ thì R = 0,0848 $m^3$.at/kmol.K.

Nếu xét 1 mol khí với áp suất đo bằng $N/m^2$ và thể tích đo bằng $m^3$ thì R = 8,31 J/mol.K.

Nếu xét 1 mol khí với áp suất đo bằng atmôphe và thể tích đo bằng lít thì R = 0,0848 l.at/mol.K.

## §2. HỆ NHIỆT ĐỘNG

### 1. Hệ nhiệt động

Mọi tập hợp các vật được xác định hoàn toàn bởi một số các thông số vĩ mô, độc lập với nhau, được gọi là hệ vĩ mô hay nhiệt động (hoặc gọi tắt là hệ).

### 2. Nội năng của hệ

Nội năng là tất cả các dạng năng lượng chứa bên trong của hệ nhiệt động, bao gồm năng lượng chuyển động nhiệt và thế năng tương tác của các phân tử, hạt nhân, điện tử…

*Với khí lý tưởng nội năng U bằng tổng động năng chuyển động nhiệt của các phân tử (cả động năng chuyển động tịnh tiến lẫn động năng quay).*

*Chú ý: giống như năng lượng, nội năng là hàm trạng thái. Trong nhiệt động học điều quan trọng không phải là tính nội năng U mà là độ biến thiên nội năng ΔU của nó.*

### 3. Công và nhiệt

Khi các hệ tương tác với nhau thì năng lượng của chúng thay đổi hay nói cách khác các hệ đã trao đổi năng lượng với nhau. Phần năng lượng trao đổi này được thể hiện dưới hai dạng chính:

Một là dạng truyền năng lượng làm tăng mức độ chuyển động có trật tự của một vật (điều này xảy ra với các vật vĩ mô). Dạng truyền năng lượng này được gọi là công. Ví dụ quá trình dãn nở khí trong xylanh làm pittông chuyển động.

Hai là năng lượng được trao đổi trực tiếp giữa các phân tử chuyển động hỗn loạn của những vật tương tác với nhau. Dạng truyền năng lượng này được gọi là nhiệt. Ví dụ khi hơ nóng khí trong một bình kín thì mức độ chuyển động hỗn loạn của các phân tử trong bình tăng lên.

Như vậy công và nhiệt đều là những đại lượng đo mức độ trao đổi năng lượng giữa các hệ. Giữa công và nhiệt có sự khác biệt sâu sắc: công liên quan đến chuyển động có trật tự còn nhiệt liên quan đến chuyển động hỗn loạn của các phần tử của hệ, nhưng giữa chúng cũng có mối liên hệ chặt chẽ với nhau và có thể chuyển hóa lẫn nhau: công có thể biến thành nhiệt và ngược lại (cứ tốn một công bằng 4,18 J thì sẽ được một lượng nhiệt bằng 1 cal).

*Chú ý :* Công và nhiệt đều là những đại lượng đo mức độ trao đổi năng lượng song bản thân chúng không phải là năng lượng. Công và nhiệt chỉ xuất hiện trong quá trình biến đổi trạng thái của hệ vì vậy công và nhiệt không phải là những hàm trạng thái mà là những hàm của quá trình.

## §3. NGUYÊN LÝ I NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC

### 1. Phát biểu

Độ biến thiên năng lượng toàn phần của hệ trong quá trình biến đổi vĩ mô $\Delta W$ giá trị bằng tổng công A và nhiệt Q mà hệ nhận được trong quá trình đó.

$$\Delta W = A + Q$$

Vì trong phần nhiệt ta coi cơ năng của hệ không đổi nên $\Delta W = \Delta U$

$$\Delta U = A + Q \qquad (7.11)$$

Nghĩa là: độ biến thiên nội năng của hệ trong quá trình biến đổi vĩ mô $\Delta U$ giá trị bằng tổng công A và nhiệt Q mà hệ nhận được trong quá trình đó.

Nếu $A > 0$, $Q > 0$: Hệ thực sự nhận công, nhận nhiệt nên nội năng của hệ tăng $\Delta U > 0$.

Nếu $A < 0$, $Q < 0$: Hệ thực sự sinh công, tỏa nhiệt nên nội năng của hệ giảm $\Delta U < 0$.

Chú ý : nếu quá trình biến đổi là vô cùng nhỏ thì phương trình trên có thể viết thành :

$$dU = \delta A + \delta Q \qquad (7.12)$$

### 2. Hệ quả

*a. Với hệ cô lập (hệ không trao đổi công và nhiệt với bên ngoài):*

$A = Q = 0$ nên $\Delta U = 0 \Rightarrow U = const$ hay nội năng của hệ cô lập được bảo toàn. Nếu hệ cô lập chỉ gồm hai vật trao đổi nhiệt và giả sử $Q_1$, $Q_2$ là nhiệt mà chúng nhận được thì $Q = Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow Q_1 = -Q_2$ => Trong một hệ cô lập chỉ gồm hai vật thì nhiệt do vật này thu vào bằng nhiệt do vật kia tỏa ra.

*b. Hệ biến thiên tuần hoàn theo chu trình (sau một quá trình biến đổi hệ trở về trạng thái ban đầu)*

Khi đó: $\Delta U = 0 \Rightarrow A = -Q$ => Trong một chu trình công mà hệ sinh ra bằng nhiệt mà hệ nhận được và ngược lại.

### 3. Ý nghĩa

Nguyên lý thứ nhất là sự tổng quát hóa định luật bảo toàn và chuyển hóa năng lượng. Thực tế chứng tỏ mọi hiện tượng vĩ mô đều tuân theo nguyên lý thứ nhất.

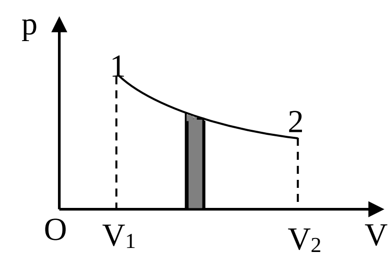
Không có một máy nào sinh công mà không nhận năng lượng từ bên ngoài hoặc máy sinh công lớn hơn năng lượng mà nó nhận được => **Không thể chế tạo được động cơ vĩnh cửu loại một.**

## §4. KHẢO SÁT CÁC QUÁ TRÌNH CÂN BẰNG

### 1. Trạng thái cân bằng và quá trình cân bằng

a. *Trạng thái cân bằng của hệ là trạng thái mà trong đó mọi thông số của hệ được hoàn toàn xác định và nếu không có tác dụng bên ngoài thì trạng thái đó sẽ tồn tại mãi mãi.*

Nếu hệ là một khối khí nhất định thì mỗi trạng thái cân bằng được xác định bằng hai trong ba thông số p, V, T. Nếu biểu diễn trên đồ thị (p,V) thì trạng thái cân bằng được biểu diễn bằng một điểm.




b. *Quá trình cân bằng là một quá trình biến đổi gồm một chuỗi liên tiếp các trạng thái cân bằng.*

Trong thực tế không có quá trình hoàn toàn cân bằng, mà chỉ có quá trình gần cân bằng (vì trong quá trình biến đổi bao giờ trạng thái cân bằng trước cũng bị phá hủy). Nếu biểu diễn trên đồ thị, quá trình cân bằng là một đường cong liên tục.

**2. Công và nhiệt trong quá trình cân bằng**

*a. Công trong quá trình cân bằng*

Xét quá trình nén khí trong xilanh: Giả sử có một lực F tác dụng lên pittông, làm pittông dịch chuyển một đoạn dl, thì công mà khối khí nhận được:

$$\delta A = - F.dl = - pSdl = - pdV$$

Công trong quá trình biến đổi từ trạng thái 1 đến trạng thái 2:

$$A = \int \delta A = -\int_{V_1}^{V_2} pdV \qquad (7.13)$$

*b. Nhiệt mà hệ nhận được trong quá trình cân bằng*

*Nhiệt dung riêng của một chất (ký hiệu là c)* là một đại lượng vật lý về trị số bằng nhiệt lượng cần thiết truyền cho một đơn vị khối lượng chất này để nhiệt độ của nó biến thiên được một độ.

$$c = \frac{\delta Q}{mdT} \qquad (7.14)$$

=> Nhiệt lượng truyền cho một vật trong quá trình cân bằng nào đó:

$$\delta Q = m.c.dT \qquad (7.15)$$

*Nhiệt dung mol C của một chất:* là một đại lượng về trị số bằng nhiệt lượng cần truyền cho một mol chất đó để nhiệt độ của nó biến thiên được một độ

$$C = \mu.c \qquad (7.16)$$

$$\delta Q = \frac{m}{\mu} CdT \qquad (7.17)$$

Đơn vị của nhiệt dung riêng c là: J/kg.K, của nhiệt dung mol C là: J/mol.K.

**3. Nội năng của khí lý tưởng**

*a. Nội năng của một vật*

Năng lượng của hệ gồm động năng ứng với chuyển động có hướng của cả hệ, thế năng của cả hệ và phần năng lượng ứng với chuyển động bên trong của hệ tức là nội năng của hệ:

$$W = W_d + W_t + U \qquad (7.18)$$

Đối với khí lí tưởng nội năng là tổng năng lượng chuyển động nhiệt của các phân tử cấu tạo nên hệ.

Trong nhiệt động học, ta giả thiết rằng chuyển động có hướng của hệ là không đáng kể và hệ không đặt trong một trường lực nào, do đó năng lượng của hệ đúng bằng nội năng của hệ.

*b. Bậc tự do. Định luật phân bố đều năng lượng cho các bậc tự do*

Bậc tự do i là số tọa độ xác định các khả năng chuyển động của phân tử trong không gian.

Phân tử đơn nguyên tử có $i = 3$.

Phân tử gồm 2 nguyên tử $i = 5$.

Phân tử gồm 3 nguyên tử $i = 6$.

Định luật Maxwell: Động năng trung bình của các phân tử được phân bố đều cho các bậc tự do của phân tử.

*c. Nội năng của khí lí tưởng*

Ta có động năng trung bình của phân tử (thiết lập cho các phân tử có cấu tạo đơn nguyên tử).

$$W_{dp} = \frac{3}{2}kT \quad (7.19)$$

Trong trường hợp tổng quát, biểu thức động năng trung bình của phân tử có cấu tạo từ một số bất kì các nguyên tử có dạng:

$$\mathrm{W}_{dp} = \frac{i}{2}kT \quad (7.20)$$

Vì các phân tử khí lí tưởng không tương tác với nhau nên nội năng của khí lí tưởng bằng tổng động năng của các phân tử. Giả sử một mol khí lí tưởng có $N_A$ phân tử, thì nội năng của một mol khí lí tưởng bằng:

$$U = N_A \mathrm{W}_{dp} = \frac{i}{2}N_A kT$$

Tỉ số $k_B = \frac{R}{N}$ được gọi là hằng số Bônxman

Cuối cùng ta được: $U = \frac{i}{2}RT$ (7.21)

Đối với một khối lượng khí lí tưởng m bất kì:

$$U = \frac{m}{\mu}\frac{i}{2}RT \quad (7.22)$$

**4. Khảo sát các quá trình cân bằng**

*a. Quá trình đẳng tích*

Quá trình đẳng tích là quá trình biến đổi mà trong đó thể tích của hệ không đổi ***V = const***.

Ví dụ : Quá trình hơ nóng hoặc làm lạnh một khối khí trong một bình kín có hệ số giãn nở không đáng kể.

+ Công mà khối khí nhận được : $A = -\int_{V_1}^{V_2} pdV$

Vì V = const => dV = 0 => A = 0 (7.23)

+ Nhiệt mà khối khí nhận được:

$$Q = \int \delta Q = \frac{m}{\mu}C_V \int_{T_1}^{T_2} dT = \frac{m}{\mu}C_V\left(T_2 - T_1\right) = \frac{m}{\mu}C_V \Delta T \quad (7.24)$$

Trong đó $C_V$ là nhiệt dung mol đẳng tích.

+ Độ biến thiên nội năng: Áp dụng nguyên lý I: ΔU = A + Q

Vì A = 0 => Độ biến thiên nội năng: ΔU = Q

Từ biểu thức nội năng: $U = \frac{m}{\mu}\frac{i}{2}RT$

=> Độ biến thiên nội năng: $\Delta U = \frac{m}{\mu}\frac{i}{2}R\Delta T$ (7.25)

=> Nhiệt dung mol đẳng tích $C_V = \frac{i}{2}R$ (7.26)

*b. Quá trình đẳng áp*

Quá trình đẳng áp là quá trình biến đổi mà trong đó áp suất của hệ không đổi ***p = const***.

Ví dụ: Quá trình đốt nóng hoặc làm lạnh khối khí đựng trong một xylanh với pittông có thể di chuyển tự do (đảm bảo áp suất của khối khí luôn bằng áp suất không đổi của khí quyển).

+ Công mà khối khí nhận được : $A = -\int_{V_1}^{V_2} pdV = -p(V_2 - V_1)$ (7.27)

+ Nhiệt mà khối khí nhận được:

$$Q = \int \delta Q = \frac{m}{\mu}C_p\int_{T_1}^{T_2} dT = \frac{m}{\mu}C_p(T_2 - T_1) = \frac{m}{\mu}C_p\Delta T \qquad (7.28)$$

Trong đó $C_p$ là nhiệt dung mol đẳng áp của khối khí.

+ Độ biến thiên nội năng: Áp dụng nguyên lý I: ΔU = A + Q

$$\Delta U = p(V_2 - V_1) + \frac{m}{\mu}C_p\Delta T \qquad (7.29)$$

Mặt khác ta có độ biến thiên nội năng $\Delta U = \frac{m}{\mu}\frac{i}{2}R\Delta T$ (7.30)

=> Nhiệt dung mol đẳng áp của khối khí $C_p = \frac{i+2}{2}R$ (7.31)

$$=> C_p - C_v = R \text{ : gọi là hệ thức Maye} \qquad (7.32)$$

$$\frac{C_p}{C_V} = \gamma \quad \text{: gọi là hằng số Poatxông} \qquad (7.34)$$

*c. Quá trình đẳng nhiệt*

Quá trình đẳng nhiệt là quá trình biến đổi mà trong đó nhiệt độ của hệ không đổi ***T = const.***

Ví dụ: Quá trình nén hoặc giãn nở một khối khí tiếp xúc với một môi trường có nhiệt độ không đổi hay bình điều nhiệt.

+ Công mà khối khí nhận được : $A = -\int_{V_1}^{V_2} pdV$ (7.35)

Từ phương trình trạng thái của khí lí tưởng ta có: $p = \frac{m}{\mu}\frac{RT}{V}$ (7.36)

Ta được: $A = -\int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{\mu}\frac{RT}{V}dV = \frac{m}{\mu}RT\ln\frac{V_1}{V_2}$ (7.37)

+ Độ biến thiên nội năng: Vì nội năng của hệ chỉ phụ thuộc vào nhiệt độ => Trong quá trình đẳng nhiệt, ΔU = 0.

+ Nhiệt mà khối khí nhận được: Áp dụng nguyên lý I: ΔU = A + Q

vì ΔU = 0 nên $Q = -A = \frac{m}{\mu}\frac{RT}{V}\ln\frac{V_2}{V_1}$ (7.38)

Nếu A > 0 thì Q < 0 và ngược lại => trong quá trình nén đẳng nhiệt, khối khí nhận công và toả nhiệt, còn trong quá trình giãn đẳng nhiệt khối khí sinh công và nhận nhiệt.

*d. Quá trình đoạn nhiệt*

Quá trình đoạn nhiệt là quá trình biến đổi mà hệ không trao đổi nhiệt với bên ngoài ***Q = 0.***

Ví dụ: Quá trình nén hoặc giãn khí trong một bình có vỏ cách nhiệt lý tưởng.

Trong quá trình đoạn nhiệt thì Q = 0, khi đó nguyên lí thứ nhất nhiệt động lực học trở thành:

$$\Delta U = A \text{ hay } dU = \delta A$$

Mặt khác $dU = \frac{m}{\mu}\frac{i}{2}RdT$ và $\delta A = -pdV$ nên: $\frac{m}{\mu}C_V dT = -pdV \Leftrightarrow \frac{m}{\mu}dT = -\frac{p}{C_V}dV$

Lấy vi phân phương trình trạng thái của khí lí tưởng $pV = \frac{m}{\mu}RT$ ta được:

$$pdV + Vdp = \frac{m}{\mu}RdT \Leftrightarrow \frac{m}{\mu}dT = \frac{pdV + Vdp}{R}$$

suy ra: $\frac{pdV + Vdp}{R} = -\frac{p}{C_V}dV \Leftrightarrow \frac{dp}{p} + (\frac{C_p}{C_V})\frac{dV}{V} = 0$. Do $\frac{C_p}{C_V} = \gamma$ nên: $\frac{dp}{p} + \gamma\frac{dV}{V} = 0$ (7.39)

Lấy tích phân biểu thức (7.39) ta có: $\ln p + \gamma \ln V = const$

hay: $$pV^{\gamma} = const \tag{7.40}$$

Đây chính là phương trình của quá trình đoạn nhiệt.

Kết hợp phương trình của quá trình đoạn nhiệt với phương trình trạng thái của khí lí tưởng ta có thể tìm được các biểu thức biểu diễn mối liên hệ của quá trình đoạn nhiệt:

$$\begin{aligned} &TV^{\gamma-1} = const \\ &Tp^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = const \end{aligned} \tag{7.41}$$

+ Công A trong quá trình đoạn nhiệt: $A = -\int_{V_1}^{V_2} pdV$

Ta có: $$pV^{\gamma} = p_1V_1^{\gamma} \Rightarrow p = \frac{p_1V_1^{\gamma}}{V^{\gamma}} \tag{7.42}$$

Thay (7.42) vào biểu thức tính công (7.13) được:

$$A = -\int_{V_1}^{V_2} pdV = p_1V_1^{\gamma}\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V^{\gamma}} = \frac{p_1V_1^{\gamma}}{\gamma - 1}\left[V_2^{1-\gamma} - V_1^{1-\gamma}\right] \Leftrightarrow A = \frac{p_1V_1^{\gamma}}{\gamma - 1}\left[\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{1-\gamma} - 1\right] \tag{7.43}$$

hay ta được $$A = \frac{p_2V_2 - p_1V_1}{\gamma - 1}$$

# CHƯƠNG 8 : NGUYÊN LÝ II NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC

## §1. HẠN CHẾ CỦA NGUYÊN LÝ I NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC. QUÁ TRÌNH THUẬN NGHỊCH VÀ KHÔNG THUẬN NGHỊCH

### 1. Những hạn chế của nguyên lý I của nhiệt động lực học

Nội dung nguyên lý I nhiệt động lực học chính là định luật bảo toàn và biến đổi năng lượng. Mọi quá trình vĩ mô xảy ra trong tự nhiên đều phải tuân theo nguyên lý I, tuy nhiên một quá trình vĩ mô tưởng tượng thoả mãn nguyên lý I nhưng lại không xảy ra trong thực tế. Do đó, nguyên lý I có những hạn chế sau:

+ Không chỉ rõ được chiều hướng diễn biến của quá trình xảy ra trong thực tế.

+ Không nêu lên được sự khác biệt giữa công và nhiệt (công có thể chuyển hoàn toàn thành nhiệt, nhưng nhiệt không thể chuyển hoàn toàn thành công).

+ Không chỉ ra được chất lượng của nhiệt: thực tế cho thấy nhiệt lấy từ nơi có nhiệt độ cao có chất lượng cao hơn nhiệt đó lấy từ nơi có nhiệt độ thấp hơn.

### 2. Quá trình thuận nghịch và không thuận nghịch

*a. Quá trình thuận nghịch*

Quá trình biến đổi của hệ từ trạng thái 1 sang trạng thái 2 được gọi là thuận nghịch nếu nó có thể tiến hành ngược lại và trong quá trình ngược đó hệ đi qua đầy đủ các trạng thái trung gian như trong quá trình thuận => Khi xảy ra quá trình biến đổi thuận nghịch thì môi trường xung quanh không có sự biến đổi nào cả.

Ví dụ: Con lắc dao động không có ma sát và nhiệt độ của nó bằng nhiệt độ của môi trường, quá trình nén, giãn khí đoạn nhiệt vô cùng chậm.

*b. Quá trình không thuận nghịch*

Quá trình biến đổi của hệ từ trạng thái 1 sang trạng thái 2 được gọi là không thuận nghịch nếu ta tiến hành ngược lại thì hệ không đi qua đầy đủ các trạng thái trung gian như trong quá trình thuận => Khi xảy ra quá trình biến đổi không thuận nghịch thì môi trường xung quanh đã có sự biến đổi.

Ví dụ: Các quá trình xảy ra có ma sát, quá trình truyền nhiệt từ vật nóng sang vật lạnh.

## §2. NGUYÊN LÝ II NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC.

### 1. Máy nhiệt

Là một hệ hoạt động tuần hoàn biến công thành nhiệt hoặc biến nhiệt thành công.

+ *Tác nhân :* trong các máy nhiệt tác nhân chính là chất vận chuyển làm nhiệm vụ biến nhiệt thành công hoặc ngược lại.

+ *Nguồn nóng :* là nguồn có nhiệt độ cao.

+ *Nguồn lạnh :* là nguồn có nhiệt độ thấp.

Hai loại máy nhiệt gồm: *động cơ nhiệt và máy làm lạnh.*

*a. Động cơ nhiệt:* là loại máy biến nhiệt thành công.

Ví dụ: Máy hơi nước hay động cơ đốt trong.

Nguyên tắc: biến nhiệt thành công có ích.

Cấu tạo: gồm 3 bộ phận chính là nguồn nóng, nguồn lạnh, bộ phận sinh công. Trong các động cơ nhiệt, chất vận chuyển (hơi nước, khí....) biến nhiệt thành công gọi là tác nhân. Các vật trao đổi nhiệt với tác nhân gọi là nguồn nhiệt.

Hoạt động: tác nhân nhận nhiệt từ nguồn nóng, dẫn đến bộ phận sinh công nó dãn nở sinh công, lượng nhiệt thừa dẫn đến nguồn lạnh.

Hiệu suất: giả sử sau khi tác nhân thực hiện một chu trình, nó nhận nhiệt lượng $Q_1(T_1)$ của nguồn nóng, nhả nhiệt lượng $Q'_2(T_2)$ cho nguồn lạnh và sinh công A'.

Hiệu suất của động cơ nhiệt là: $$\eta = \frac{A'}{Q_1} \quad (8.1)$$

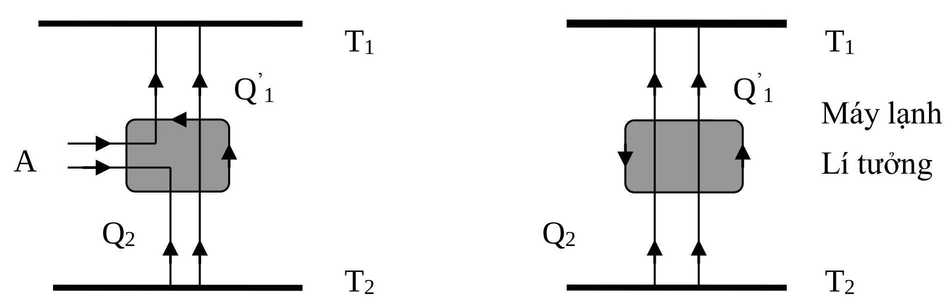
Theo nguyên lý 1, trong một chu trình độ biến thiên nội năng của tác nhân bằng không.

$$\Delta U = 0 \Rightarrow -A' + Q_1 - Q_2^{'} = 0 \Rightarrow A' = Q_1 - Q'_2$$

Hiệu suất còn được tính bởi biểu thức: $$\eta = \frac{Q_1 - Q_2^{'}}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2^{'}}{Q_1} \quad (8.2)$$

*b Máy làm lạnh:* Là loại máy tiêu thụ công cơ học để vận chuyển nhiệt từ nguồn lạnh sang nguồn nóng.

Trong máy lạnh tác nhân hoạt động theo chu trình ngược chiều kim đồng hồ. Tác nhân nhận công A để nhận nhiệt $Q_2$ từ nguồn lạnh $T_2$ và toả nhiệt $Q'_1$ cho nguồn nóng $T_1$. Ta có sơ đồ máy lạnh :




Hệ số máy lạnh được định nghĩa: $$\varepsilon = \frac{|Q_2|}{|A|} \quad (8.3)$$

**2. Nguyên lý thứ hai nhiệt động lực học**

*a. Phát biểu của Clausius*

*Nhiệt không thể tự động truyền từ vật lạnh hơn sang vật nóng hơn*. Hay nói cách khác, *không có máy lạnh lí tưởng.*

Như vậy chiều truyền nhiệt trong tự nhiên là chiều từ nơi có nhiệt độ cao tới nơi có nhiệt độ thấp.

*b. Phát biểu của Thomspson*

*Không thể tạo một máy hoạt động tuần hoàn biến liên tục nhiệt thành công nhờ làm lạnh một vật mà môi trường xung quanh không có sự thay đổi đồng thời nào*. Hay nói cách khác, *không có động cơ nhiệt lí tưởng***.**

Như vậy trong tự nhiên chỉ có quá trình **công** hoàn toàn biến thành **nhiệt** mà không có quá trình ngược lại **nhiệt** hoàn toàn biến thành **công**. => Không thể chế tạo được động cơ vĩnh cửu loại II.

## §3. CHU TRÌNH CACNÔ VÀ ĐỊNH LÝ CACNÔ

### 1. Chu trình Cacnô thuận nghịch

*a. Cấu tạo*

Gồm 4 quá trình thuận nghịch:

($1 \leftrightarrow 2$): Quá trình đẳng nhiệt thuận nghịch ở nhiệt độ $T_1$.

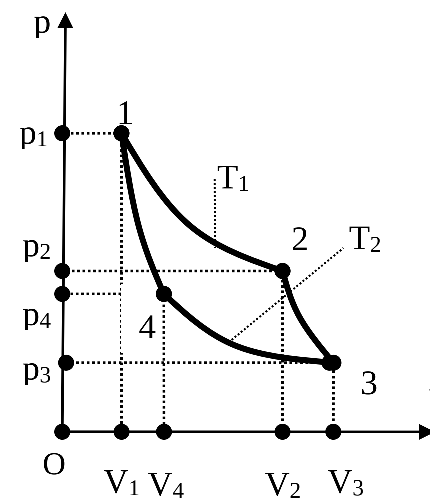
($2 \leftrightarrow 3$): Quá trình đoạn nhiệt thuận nghịch .

($3 \leftrightarrow 4$): Quá trình đẳng nhiệt thuận nghịch ở nhiệt độ $T_2$ .

($4 \leftrightarrow 1$): Quá trình đoạn nhiệt thuận nghịch .

Chu trình Cacnô thuận nghịch chạy theo chiều kim đồng hồ được gọi chu trình Cacnô thuận.

Chu trình Cacnô thuận nghịch chạy ngược chiều kim đồng hồ được gọi chu trình Cacnô nghịch.




*b. Hiệu suất của máy nhiệt chạy theo chu trình Cacnô với tác nhân lý tưởng*

Theo chu trình Cacnô thuận (động cơ nhiệt):

Áp dụng biểu thức (2.2) cho chu trình Cacnô ta có

$$\eta_C = 1 - \frac{Q_2^{'}}{Q_1} \qquad (8.1)$$

Trong đó $Q_1$ là nhiệt lượng mà tác nhân nhận được từ nguồn nóng $T_1$ trong quá trình dãn đẳng nhiệt từ thể tích $V_1$ đến $V_2$ .

$$Q_1 = \frac{m}{\mu} R T_1 \ln\frac{V_2}{V_1} \qquad (8.2)$$

$Q'_2$ là nhiệt lượng mà tác nhân nhả cho nguồn lạnh $T_2$ trong quá trình nén đẳng nhiệt từ $V_3$ đến $V_4$. $Q_2$ là nhiệt lượng mà tác nhân nhận được của nguồn lạnh $T_2$ trong quá trình trên

$$Q_2^{'} = -Q_2 = -\frac{m}{\mu} R T_2 \ln\frac{V_4}{V_3} = \frac{m}{\mu} R T_2 \ln\frac{V_3}{V_4} \qquad (8.3)$$

Thay $Q'_2$ và $Q_1$ vào (8.1) ta được:

$$\eta_C = 1 - \frac{T_2}{T_1}\frac{\ln\frac{V_3}{V_4}}{\ln\frac{V_2}{V_1}} \qquad (8.4)$$

Mặt khác ta có trong quá trình ($2 \rightarrow 3$) và ($4 \rightarrow 1$) ta có:

$$\left.\begin{aligned} T_1 V_2^{\gamma-1} &= T_2 V_3^{\gamma-1} \\ T_1 V_1^{\gamma-1} &= T_2 V_4^{\gamma-1} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{V_3}{V_4} = \frac{V_2}{V_1}$$

$$\eta_C = 1 - \frac{T_2}{T_1} \qquad (8.5)$$

=> Hiệu suất của động cơ nhiệt chạy theo chu trình Cacnô với tác nhân lý tưởng chỉ phụ thuộc vào nhiệt độ nguồn nóng và nguồn lạnh.

*Theo chu trình Cacnô nghịch (máy lạnh):*

Đối với máy lạnh, tác nhân hoạt động theo chu trình Canô nghịch, ngược chiều kim đồng hồ. Từ biểu thức (8.3) ta có: $\varepsilon = \dfrac{|Q_2|}{|Q_1^{'}| - |Q_2|}$ (8.6)

Trong quá trình đẳng nhiệt (4 → 3), khí lí tưởng nhận vào một nhiệt lượng $Q_2$ từ nguồn lạnh $T_2$

$$Q_2 = \frac{m}{\mu} R T_2 \ln \frac{V_4}{V_3} \quad (8.7)$$

Trong quá trình đẳng nhiệt (2 → 1) khí lí tưởng toả ra cho nguồn nóng $T_1$ một nhiệt lượng $Q'_1$ :

$$Q'_1 = -Q_1 = \frac{m}{\mu} R T_1 \ln \frac{V_1}{V_2} \quad (8.8)$$

Trong quá trình đoạn nhiệt (3 → 2) ta có: $T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}$

Trong quá trình đoạn nhiệt (1 → 4) ta có: $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1}$

Suy ra : $$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$$

Vậy: $$\varepsilon = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{1}{\frac{T_1}{T_2} - 1} \quad (8.9)$$

**2. Định lý Cacnô**

Hiệu suất của mọi động cơ nhiệt chạy theo chu trình Cacnô có cùng nhiệt độ nguồn nóng $T_1$ và nguồn lạnh $T_2$ chỉ phụ thuộc vào nhiệt độ nguồn nóng $T_1$ và nhiệt độ nguồn lạnh $T_2$, mà không phụ thuộc vào tác nhân cũng như cách chế tạo máy. Hiệu suất của động cơ không thuận nghịch nhỏ hơn hiệu suất của động cơ thuận nghịch.

Với động cơ thuận nghịch: $\eta_{tn} = 1 - \dfrac{T_2}{T_1}$ (8.10)

Với động cơ không thuận nghịch: $\eta_{ktn} < 1 - \dfrac{T_2}{T_1}$ (8.11)

**3. Hiệu suất cực đại của động cơ nhiệt**

Thực tế cho thấy hiệu suất của động cơ chạy theo chu trình Cacnô thuận nghịch là hiệu suất cực đại => ta có thể viết:

$$1 - \frac{Q'_2}{Q_1} \le 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad (8.12)$$

## §4. BIỂU THỨC ĐỊNH LƯỢNG CỦA NGUYÊN LÝ II. NGUYÊN LÝ TĂNG ENTROPI

**1. Biểu thức định lượng của nguyên lý II**

Từ biểu thức hiệu suất của động cơ nhiệt thuận nghịch chạy theo chu trình Cacnô ta có:

$$T_2/T_1 = Q'_2/Q_1 \quad (8.13)$$

Từ biểu thức của hiệu suất của chu trình Cacnô và định nghĩa của hiệu suất ta có

$$\frac{Q_1 - Q_2^{'}}{Q_1} \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1} \qquad (8.14)$$

Biểu thức (8.14) gọi là biểu thức định lượng của nguyên lý thứ hai.

Từ biểu thức (8.14) ta có: $$\frac{Q_2^{'}}{Q_1} \geq \frac{T_2}{T_1} \qquad (8.15)$$

Với $Q_2 = -Q_2^{'}$ là nhiệt lượng hệ nhận vào từ nguồn nhiệt $T_2$. Thay vào biểu thức (8.15) ta được:

$$\frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_1}{T_1} \leq 0 \qquad (8.16)$$

Biểu thức (8.16) được thiết lập đối với hệ biến đổi theo một chu trình gồm hai quá trình đẳng nhiệt và hai quá trình đoạn nhiệt thuận nghịch.

*Trường hợp tổng quát:*

Nếu hệ biến đổi theo một chu trình gồm vô số quá trình đẳng nhiệt và đoạn nhiệt kế tiếp nhau, các quá trình đẳng nhiệt lần lượt tương ứng với nhiệt $T_1$, $T_2$...$T_i$ ... của các nguồn nhiệt bên ngoài và nhiệt lượng $Q_1$, $Q_2$....$Q_i$.... mà hệ nhận được từ bên ngoài, khi đó ta có thể suy rộng biểu thức (8.16):

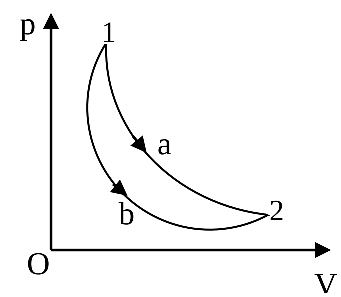
$$\sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{T_i} \leq 0 \qquad (8.17)$$

Nếu trong một chu trình nhiệt độ của hệ biến thiên liên tục, ta có thể coi hệ tiếp xúc lần lượt với vô số nguồn nhiệt có nhiệt độ T vô cùng gần nhau và biến thiên liên tục. Khi đó (8.17) trở

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \qquad (8.18)$$

Trong đó dấu ( = ) ứng với quá trình thuận nghịch và dấu ( < ) ứng với quá trình không thuận nghịch.

Biểu thức (8.18) là biểu thức định lượng tổng quát của nguyên lí thứ hai.




**2. Hàm Entrôpi và nguyên lý tăng entrôpi**

*a. Hàm entrôpi*

Từ biểu thức (8.18), khi hệ biến đổi theo một chu trình thuận nghịch thì:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0 \qquad (8.19)$$

Xét hệ biến đổi từ trạng thái 1 sang trạng thái 2 theo hai quá trình thuận nghịch khác nhau 1a2 và 1b2. Vì 1b2 là thuận nghịch nên ta có thể tiến hành theo quá trình ngược 2b1 qua các trạng thái trung gian như cũ. Kết quả ta thu được chu trình thuận nghịch 1a2b1. Áp dụng (8.19) cho chu trình ta có:

$$\oint_{1a2b1} \frac{\delta Q}{T} = 0 \qquad (8.20)$$

hay

$$\int_{1a2} \frac{\delta Q}{T} + \int_{2b1} \frac{\delta Q}{T} = 0 \Rightarrow \int_{1a2} \frac{\delta Q}{T} + \int_{1b2} -\frac{\delta Q}{T} = 0$$

Do đó:

$$\int_{1a2} \frac{\delta Q}{T} = \int_{1b2} \frac{\delta Q}{T} \qquad (8.21)$$

Như vậy tích phân $\int \frac{\delta Q}{T}$ theo các quá trình thuận nghịch từ trạng thái 1 đến trạng thái 2 không phụ thuộc vào quá trình mà chỉ phụ thuộc vào trạng thái đầu và trạng thái cuối.

Định nghĩa: Hàm S của hệ là một hàn trạng thái, sao cho biến thiên của S từ 1 sang 2 có giá trị bằng tích phân $\int \frac{\delta Q}{T}$ từ 1 đến 2 theo một quá trình thuận nghịch nào đó.

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \qquad (8.22)$$

Hàm S được gọi là hàm Entropy của hệ, vi phân của hàm S cho bởi $dS = \frac{\delta Q}{T}$ (8.23)

*Một số tính chất quan trọng của hàm entrôpi:*

S là một hàm trạng thái nghĩa là ở mỗi trạng thái của hệ nó có một giá trị xác định và nó không phụ thuộc vào quá trình của hệ từ trạng thái này sang trạng thái khác.

S là một hàm có tính cộng được nghĩa là entrôpi của một hệ cân bằng bằng tổng các entrôpi của từng phần riêng biệt.

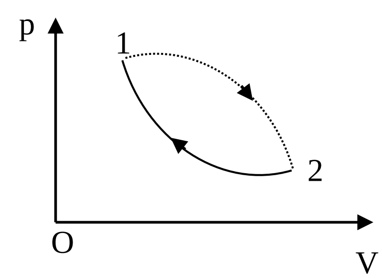
Từ (8.22) ta suy ra được entrôpi được xác định sai kém một hằng số cộng:

$$S = S_0 + \int \frac{\delta Q}{T} \qquad (8.24)$$

trong đó $S_0$ là entrôpi tại gốc tính toán, thường qui ước $S_0 = 0$ ở trạng thái có T = 0K. Khi đó S sẽ đơn trị. Đơn vị của S trong hệ SI là J/K.

*b. Nguyên lý tăng entrôpi*

Giả thiết có một quá trình thực xảy ra trong một hệ cô lập đưa hệ từ trạng thái 1 sang trạng thái 2. Vì là quá trình thực nên không thể là quá trình cân bằng, do đó ta không thể biểu diễn bằng một đường cong liên tục nào đó mà ta biểu diễn bằng đường chấm chấm 1a2. Sau đó ta đưa hệ trở về trạng thái 1 bằng một quá trình thuận nghịch bất kỳ 2b1 nào đó, ta được một chu trình không thuận nghịch.




Từ biểu thức định lượng tổng quát của nguyên lý II ta có:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \int_{1a2} \frac{\delta Q}{T} + \int_{2b1} \frac{\delta Q}{T} < 0 \qquad (8.25)$$

Theo định nghĩa của S vì quá trình 2b1 là thuận nghịch nên $\int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = S_1 - S_2$ (8.26)

Thay (8.26) vào (8.25) ta được: $S_1 - S_2 > \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$ (8.27)

Vì hệ cô lập, không trao đổi nhiệt với bên ngoài ( $\delta Q = 0$) nên: $S_1 - S_2 > 0$

Hay $S_2 > S_1$ (8.28)

Nguyên lý tăng entrôpi: ***"Trong một hệ cô lập các quá trình thực xảy ra theo chiều tăng entrôpi".***