

**TOÁN CHUYÊN ĐỀ**  
**XÁC SUẤT VÀ ĐẠI LƯỢNG NGẪU NHIÊN**

**Bài 1.** Sinh viên phải chọn học ít nhất 1 trong 3 môn tự chọn: Toán, Lý, Hoá. Biết có 60% sinh viên học Toán, 40% học Lý, 50% học Hoá, 28% học Toán và Lý, 21% học Lý và Hoá, 20% học Toán và Hoá.

- a) Tính tỷ lệ sinh viên học cả 3 môn Toán, Lý, Hoá.
- b) Chọn ngẫu nhiên 1 sinh viên trong lớp học Toán, tính xác suất sinh viên đó học Hoá.
- c) Chọn ngẫu nhiên 3 sinh viên, tính xác suất để trong đó có đúng 1 sinh viên chỉ chọn học duy nhất 1 môn Toán.

**Bài 2.** Một hộp có 10 sản phẩm, trong đó có 6 chính phẩm và 4 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên từ hộp đó 4 sản phẩm.

- a) Tính xác suất trong 4 sản phẩm lấy ra có đúng 3 chính phẩm.
- b) Tính xác suất lấy được chính phẩm trong số sản phẩm được lấy ra.
- c) Biết trong số 4 sản phẩm lấy ra có chính phẩm, tính xác suất để trong đó có ít nhất 2 phế phẩm.
- d) Gọi  $X$  là số phế phẩm được lấy ra. Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $X$ .
- e) Tính  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma_X$ ,  $\text{mod}(X)$ .
- f) Tính xác suất  $P(|X - M(X)| < 2\sigma_X)$
- g) Tính xác suất để trong 5 lần thử độc lập thì có lần  $X \in (M(X) - \sigma; M(X) + \sigma)$ .

**Bài 3.** Có hai lô hàng: Lô 1 có 90 chính phẩm và 10 phế phẩm; Lô 2 có 80 chính phẩm và 20 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi lô hàng một sản phẩm.

- a) Tính xác suất để chỉ lấy được 1 chính phẩm.
- b) Tính xác suất để lấy được ít nhất một chính phẩm.
- c) Gọi  $X$  là số phế phẩm được lấy ra. Lập bảng phân phối xác suất của  $X$ .
- d) Tính  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma_X$ ,  $\text{mod}(X)$ .
- e) Giả sử lấy ngẫu nhiên từ mỗi lô hàng 2 sản phẩm. Hãy lập bảng phân phối xác suất của số chính phẩm được lấy ra.

**Bài 4.** Một cầu thủ nổi tiếng về đá phạt đền, xác suất đá vào gôn là 0,8.

- a) Nếu cầu thủ đó đá 5 quả phạt đền thì xác suất để có đúng 4 quả trúng là bao nhiêu?
- b) Giả sử cầu thủ đó đá 9 quả phạt đền, tính số quả trúng có khả năng xảy ra nhiều nhất và xác suất để điều đó xảy ra.
- c) Nếu cầu thủ đó đá 8 quả phạt đền thì xác suất trúng ít nhất 6 quả là bao nhiêu?
- d) Giả sử cầu thủ đó đá 7 quả phạt đền, biết có ít nhất 2 quả trúng, tính xác suất để tất cả đều trúng.

- e) Nếu muốn tất cả các quả phạt đền đều trúng với xác suất không nhỏ hơn 0,6 thì cầu thủ đó có thể đá nhiều nhất bao nhiêu quả?
- f) Giả sử cầu thủ đó đá 4 quả phạt đền. Gọi  $X$  là số quả không trúng, hãy lập bảng phân phối xác suất của  $X$ . Tính  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma_X$ ,  $\text{mod}(X)$ .

**Bài 5.** Một xí nghiệp có 3 ô tô hoạt động độc lập. Xác suất để trong một ngày các ô tô bị hỏng tương ứng là 0,1; 0,2; 0,15.

- a) Tính xác suất để trong ngày có đúng 1 ô tô bị hỏng.
- b) Biết trong ngày có 2 ô tô bị hỏng, tính xác suất để đó là ô tô thứ 1 và 2.
- c) Tính xác suất trong 5 ngày liên tiếp đều có ô tô hỏng.
- d) Tính xác suất trong 5 ngày liên tiếp có đúng 4 ngày mà mỗi ngày đều chỉ 1 ô tô hỏng.
- e) Gọi  $X$  là số ô tô hoạt động tốt trong ngày. Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $X$ . Tính  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma_X$ ,  $\text{mod}(X)$ .

**Bài 6.** Đại lượng ngẫu nhiên rời rạc  $X$  nhận các giá trị -1; 0 và 1. Biết  $M(X) = 0,1$  và  $D(X) = 0,89$ .

- a) Lập bảng phân phối xác suất của  $X$ .
- b) Tìm hàm phân phối xác suất và vẽ đồ thị hàm số đó.
- c) Tính xác suất để trong 5 phép thử có ít nhất một lần  $X < M(X)$ .
- d) Cho đại lượng ngẫu nhiên  $Y$  có  $D(Y) = 2,5$ . Tìm số  $p \in (0,1)$  sao cho đại lượng ngẫu nhiên  $pX + (1 - p)Y$  có độ lệch tiêu chuẩn nhỏ nhất.

**Bài 7.** Đại lượng ngẫu nhiên rời rạc  $X$  tuân theo quy luật phân phối nhị thức với  $M(X) = 3,6$  và  $D(X) = 2,52$ .

- a) Lập bảng phân phối xác suất của  $X$ .
- b) Tính  $\text{mod}(X)$ .
- c) Tính xác suất  $P(6 < X < 9)$ .
- d) Tính xác suất để trong 5 phép thử có ít nhất 1 lần  $|X - M(X)| < \sigma_X$ .

**Bài 8.** Xác suất để một chi tiết đạt tiêu chuẩn là 0,9.

- a) Tiến hành kiểm tra chất lượng 9 chi tiết, tính xác suất để có ít nhất 8 chi tiết đạt tiêu chuẩn.
- b) Việc kiểm tra chất lượng sản phẩm được tiến hành độc lập thành nhiều đợt với số sản phẩm được kiểm tra như nhau. Muốn trung bình có 12 sản phẩm đạt tiêu chuẩn thì mỗi đợt cần kiểm tra bao nhiêu sản phẩm.
- c) Tiến hành kiểm tra chất lượng 900 chi tiết, tính xác suất để có 805 chi tiết đạt tiêu chuẩn.
- d) Tiến hành kiểm tra chất lượng 900 chi tiết, tính xác suất để có từ 800 đến 825 chi tiết đạt tiêu chuẩn.

- e) Tiến hành kiểm tra chất lượng 900 chi tiết, hãy tìm với xác suất 0,9544 xem số sản phẩm đạt tiêu chuẩn nằm trong khoảng đối xứng nào xung quanh giá trị trung bình.

**Bài 9.** Kích thước chi tiết do một máy ngẫu nhiên sản xuất ra là đại lượng ngẫu nhiên phân phối chuẩn với  $\mu=5\text{cm}$  và  $\sigma_X=8,1\text{mm}$ .

- a) Tìm xác suất để lấy ngẫu nhiên 1 chi tiết có kích thước từ 4cm đến 7cm.  
b) Tìm xác suất để lấy ngẫu nhiên 1 chi tiết có kích thước sai lệch với kỳ vọng toán không quá 2cm.  
c) Tính xác suất khi lấy ngẫu nhiên 5 chi tiết có 2 chi tiết có kích thước lớn hơn 6cm.

**Bài 10.** Cho  $X$  là đại lượng ngẫu nhiên phân phối chuẩn  $N(50, 8)$ .

- a) Tính xác suất  $P(48 < X < 55)$ .  
b) Tính xác suất trong 5 lần thử, có không ít hơn một lần  $X > M(X)$ .  
c) Tính xác suất trong 500 lần thử, có từ 370 đến 400 lần  $X > 48$ .

**Bài 11.** Nhu cầu hàng năm về loại hàng A là đại lượng ngẫu nhiên liên tục  $X$  (ngàn sản phẩm) có hàm mật độ xác suất:

$$f(x) = \begin{cases} k(30 - x) & \text{với } x \in (0; 30) \\ 0 & \text{với } x \notin (0; 30) \end{cases}$$

- a) Tính hệ số  $k$ .  
b) Tính nhu cầu trung bình hàng năm về loại hàng đó.  
c) Tính  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma_X$ .  
d) Tính xác suất  $P(|X - M(X)| \leq 12)$   
e) Tính xác suất để trong 5 năm liên tiếp, nhu cầu về loại hàng đó đều không vượt quá 12 ngàn sản phẩm trong một năm.  
f) Tìm hàm phân phối xác suất của  $X$ .

**Bài 12.** Thời gian xếp hàng chờ mua hàng của khách là đại lượng ngẫu nhiên liên tục với hàm phân phối xác suất:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{với } x \leq 0 \\ ax^3 - 3x^2 + 2x + b & \text{với } 0 < x \leq 1 \\ 1 & \text{với } x > 1 \end{cases}$$

- a) Tìm các hệ số  $a$ ,  $b$ .  
b) Tính xác suất để  $|X| < 0,5$ .  
c) Tính  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma_X$ .  
d) Tìm xác suất để trong 3 người xếp hàng thì có không quá 2 người phải chờ quá 0,5 phút.

