Chủ biên: Vũ Anh Tuấn
Nguyễn Hải Yến - Đào Văn Lập – Nguyễn Phan Anh
Hiệu đính: Nguyễn Hồng Mai

BÀI TẬP
SỨC BỀN VẬT LIỆU
Tập 1

NHÀ XUẤT BẢN HÀNG HẢI

LỜI MỞ ĐẦU

Mục đích của Sức bền vật liệu là nhằm trang bị cho kỹ sư và sinh viên những kiến thức cần thiết để giải quyết các bài toán kỹ thuật liên quan tới các khâu từ thi công, thẩm định đến thiết kế. Chính vì thế mà đặc trưng cuối cùng trong quá trình nghiên cứu của khoa học này là việc áp dụng các kết quả nghiên cứu vào thực tiễn và chỉ có thông qua việc ứng dụng vào thực tiễn khoa học này mới có thể đứng vững và phát triển.

Sức bền vật liệu có một vị trí đặc biệt quan trọng trong cơ học, bởi nó đóng vai trò của một chiếc cầu nối giữa các môn khoa học cơ bản với các môn cơ học chuyên ngành. Hơn nữa, nó lại là viên gạch đầu tiên đặt nền móng cho lĩnh vực cơ học vật rắn biến dạng – Một lĩnh vực chuyên nghiên cứu các quy luật tổng quát về sự hình thành và phát triển các tác dụng cơ học sinh ra trong lòng các vật rắn thực do tác dụng ngoài bất kỳ gây ra.

Kinh nghiệm làm việc với sinh viên cho thấy, họ gặp rất nhiều khó khăn khi vận dụng lý thuyết vốn rất trừu tượng và phức tạp của môn học này vào giải các bài tập dưới dạng mô hình dù đã cho sẵn và càng khó khăn hơn khi áp dụng vào các bài toán của thực tế kỹ thuật. Mặt khác, phần lớn trong số những sinh viên say mê nghiên cứu môn khoa học này thường không thỏa mãn với các bài tập giải mẫu theo một khuôn mẫu cứng nhắc như vẫn thường làm trong các sách lý thuyết và bài tập hiện nay. Sách được biên soạn thành nhiều tập nhằm phục vụ cho công tác dạy và học trong các trường đại học kỹ thuật, cho nhu cầu ôn thi cuối khóa, ôn thi tuyển vào các hệ cao học và phục vụ cho nhu cầu tham khảo nâng cao của cán bộ giảng viên trẻ, kỹ sư đang trực tiếp thi công. Với mục đích đó, một mặt ngoài những bài toán ở mức độ dễ và trung bình với nhiều phương án giải khác nhau phục vụ cho đông đảo sinh viên các chuyên ngành: Cơ khí chế tạo máy, cơ khí ô tô, cơ khí đóng tàu, cơ khí giao thông vận tải, xây dựng, cầu đường, công trình thủy lợi..

Với lòng mong mỏi nâng cao kiến thức, trí tuệ về môn học cho sinh viên, chúng tôi thấy cần giới thiệu cuốn Bài tập Sức bền vật liệu 1 cùng các bạn. Mặc dù cuốn sách được biên soạn nghiêm túc, công phu, chặt chẽ với sự cập nhật chọn lọc các thông tin mới nhất, nhưng chắc chắn sẽ không tránh khỏi thiếu sót. Nhóm tác giả rất mong và cảm ơn sự đóng góp, trao đổi ý kiến của các chuyên gia, các thầy cô giáo trực tiếp giảng dạy Sức bền vật liệu, tất cả các bạn sinh viên sử dụng và đọc cuốn sách này để cuốn sách được hoàn thiện hơn trong các lần xuất bản sau.

Hải Phòng, ngày 15 tháng 8 năm 2018

Nhóm tác giả

CHƯƠNG 1: NHỮNG KHÁI NIỆM MỞ ĐẦU

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1.1.NGOẠI LỰC

1.1.1. Định nghĩa.

Ngoại lực là những lực của môi trường xung quanh hay của vật thể khác tác dụng lên vật thể đang xét.

1.1.2. Phân loại ngoại lực.

Ngoại lực được phân thành hai loại chính: tải trọng và phản lực liên kết

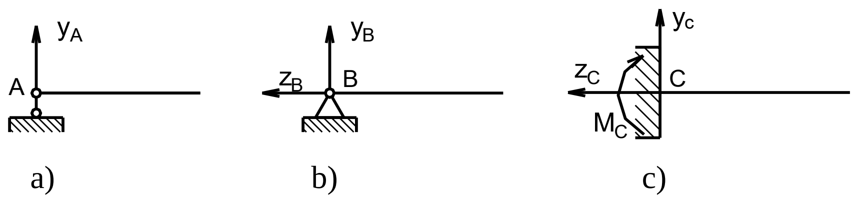
a. Tải trọng: Là lực tác dụng lên vật thể đang xét mà điểm đặt, phương, chiều và trị số (độ lớn) coi như đã biết trước.

b. Phản lực liên kết:

Phản lực liên kết là lực hay ngẫu lực phát sinh ra tại những chỗ tiếp xúc của vật thể đang xét với vật thể khác khi có tải trọng tác dụng lên nó. Trị số và phương chiều của phản lực liên kết ngoài việc phụ thuộc vào tải trọng còn phụ thuộc vào hình thức liên kết. Vì vậy chúng ta sẽ xem xét các loại liên kết và phản lực liên kết ứng với nó.

1.1.3. Các loại liên kết và phản lực liên kết

a. Các loại liên kết phẳng:



Hình 1.1

Gối di động (còn gọi là khớp di động)

Gối di động là loại liên kết cho phép thanh quay xung quanh một khớp và có thể di động theo một phương xác định. Liên kết này hạn chế sự di chuyển một phương. Theo phương bị hạn chế này sẽ phát sinh một phản lực liên kết. Sơ đồ của sự liên kết này như ở hình 1.1a

Gối tựa cố định (hay còn gọi là khớp cố định)

Gối cố định là loại liên kết chỉ cho phép thanh quay xung quanh một khớp, còn mọi di động thẳng khác đều bị hạn chế. Tại liên kết này sẽ xuất hiện một phản liên kết có phương xác định. Phản lực này có thể phân tích thành hai thành phần: thẳng đứng và nằm ngang. Sơ đồ của liên kết này được biểu diễn ở hình 1.1b

Ngàm

Ngàm là loại liên kết hạn chế mọi sự di chuyển của thanh. Tại liên kết này sẽ phát sinh một mômen và hai thành phần lực thẳng đứng và nằm ngang. Sơ đồ của ngàm được biểu diễn ở hình 1.1c

Với liên kết không gian thì số phản lực liên kết sẽ nhiều hơn.

b. Cách xác định phản lực liên kết

Để xác định các phản lực liên kết, ta coi vật thể đang xét như một vật rắn tuyệt đối và tất cả ngoại lực tác dụng lên vật thể tạo thành một hệ lực cân bằng. Trường hợp tất cả các ngoại lực nằm trong mặt phẳng chứa trục thanh gọi là bài toán phẳng. Đối với bài toán phẳng có ba phương trình cân bằng tĩnh học. Còn đối với bài toán không gian có sáu phương trình cân bằng tĩnh học.

Đối với bài toán phẳng có ba dạng phương trình cân bằng tĩnh học sau đây:

a) Tổng hình chiếu của các ngoại lực lên 2 phương x, y không song song và tổng mômen của các ngoại lực lấy đối với một điểm tuỳ ý bằng không.

$$\sum_{i=1}^{n} X(P_i)=0 \;\; ; \sum_{i=1}^{n} Y(P_i)=0 \;\; ; \sum_{i=1}^{n} M_A(P_i)=0 \qquad (1.1)$$

b) Tổng hình chiếu của các lực theo một phương u và tổng mômen của các lực đối với hai điểm không cùng nằm trên phương vuông góc với phương u bằng không

$$\sum_{i=1}^{n} U(P_i)=0 \;\; ; \sum_{i=1}^{n} M_A(P_i)=0 \;\; ; \sum_{i=1}^{n} M_B(P_i)=0 \qquad (1.2)$$

c) Tổng mômen của các lực lấy đối với 3 điểm không thẳng hàng bằng không

$$\sum_{i=1}^{n} M_A(P_i)=0 \; ; \sum_{i=1}^{n} M_B(P_i)=0 \;\; ; \sum_{i=1}^{n} M_C(P_i)=0 \qquad (1.3)$$

Ở đây P_i là các ngoại lực; i = 1,2,...n

Khi số phản lực liên kết cần phải tìm bằng số phương trình cân bằng tĩnh học, bài toán được gọi là bài toán tĩnh định. Khi đó ta có thể xác định được các phản lực liên kết bằng các phương trình cân bằng tĩnh học. Còn khi số phản lực liên kết cần phải tìm lớn hơn số phương trình cân bằng tĩnh học, bài toán được gọi là bài toán siêu tĩnh. Ở bài toàn siêu tĩnh, muốn xác định được các phản lực liên kết phải sử dụng thêm các phương trình về điều kiện biến dạng. Vấn đề này sẽ được xem xét kĩ ở chương sau

1.2. NỘI LỰC

1.2.1. Định nghĩa

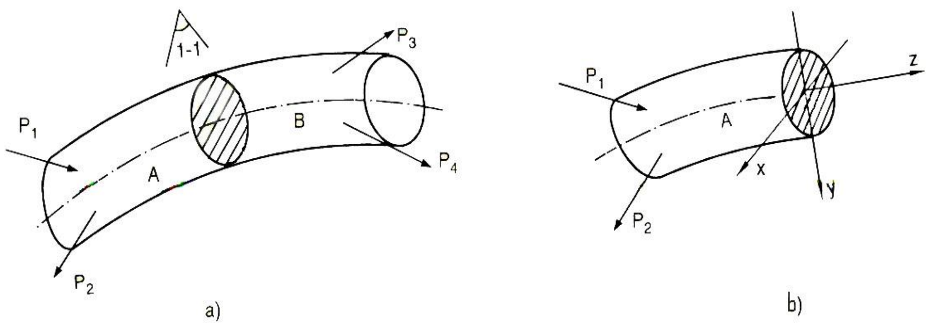
Độ thay đổi lực liên kết giữa các phần tử bên trong vật thể khi vật thể biến dạng được gọi là nội lực.

Theo định nghĩa trên ta thấy rằng nội lực chỉ xuất hiện khi vật thể bị biến dạng tức là chỉ khi có ngoại lực tác dụng lên vật thể.

1.2.2. Phương pháp mặt cắt

Để xác định nội lực, ta dùng phương pháp mặt cắt. Nội dung của phương pháp như sau:

Xét một thanh chịu lực cân bằng. Muốn xác định nội lực trên mặt cắt 1 – 1 hình 1.2a nào đó:



Hình 1.2

Ta tưởng tượng cắt thanh bằng 1 mặt cắt 1 - 1 chia thanh thành 2 phần A, B. Xét cân bằng của 1 phần, phần thanh này cũng phải nằm trong trạng thái cân bằng tĩnh học cho nên nội lực trên mặt cắt và các ngoại lực tác dụng lên phần thanh này tạo thành một hệ lực cân bằng. Từ các phương trình cân bằng tĩnh học ta xác định được các thành phần nội lực trên mặt cắt 1 - 1.

1.2.3. Các thành phần nội lực trên mặt cắt ngang.

Trong trường hợp mặt cắt 1 - 1 là mặt cắt ngang, trên mặt cắt ta chọn hệ trục toạ độ như sau: pháp tuyến của mặt cắt là trục Oz, hai trục Ox và Oy nằm trong mặt cắt và vuông góc với nhau; gốc O trùng với trọng tâm mặt cắt (Hình 1.2b). Tại mọi điểm trên mặt cắt đều có nội lực. Thu gọn tất cả các nội lực về điểm O ta được 1 lực chính $\vec{R}$ và mômen $\vec{M}$ có phương chiều và trị số xác định.

Phân $\vec{R}$ thành 3 thành phần theo phương 3 trục:

- Thành phần theo phương trục z kí hiệu là $\vec{N_z}$ và gọi là lực dọc;

- Thành phần theo phương trục x kí hiệu là $\vec{Q_x}$ và gọi là lực cắt;

- Thành phần theo phương trục y kí hiệu là $\vec{Q_y}$ và gọi là lực cắt.

Phân tích $\vec{M}$ thành 3 thành phần quay quanh 3 trục

- Thành phần quay quanh trục z kí hiệu là $\vec{M_z}$ và gọi là mômen xoắn;

- Thành phần quay quanh trục x kí hiệu là $\vec{M_x}$ và gọi là mômen uốn;

- Thành phần quay quanh trục y kí hiệu là $\vec{M_y}$ và gọi là mômen uốn.

Như vậy tổng quát trên mặt cắt ngang có 6 thành phần nội lực N_z, Q_x, Q_y, M_z, M_x, M_y

1.2.4. Qui ước dấu của các thành phần nội lực

- Lực dọc $\mathbf{N_z}$ được coi là dương khi nó có chiều đi ra khỏi mặt cắt.

- Lực cắt $\mathbf{Q_x}$, $\mathbf{Q_y}$ được coi là dương khi nó có chiều trùng với pháp tuyến ngoài đã quay một góc 90^o theo chiều kim đồng hồ.

- Mômen xoắn $\mathbf{M_z}$ được coi là dương khi ta đứng nhìn vào mặt cắt thấy nó quay theo chiều kim đồng hồ.

- Mômen uốn $\mathbf{M_x}$ được coi là dương khi nó làm dãn (kéo) về phía dương của trục y. Nếu chiều dương trục y chọn hướng hướng xuống dưới thì M_x dương khi làm dãn (kéo) thớ dưới.

- Mômen uốn $\mathbf{M_y}$ được coi là dương khi nó làm dãn (kéo) về phía dương của trục x.

1.2.5. Cách xác định các thành phần nội lực trên mặt cắt ngang

Phần thanh đang xét nằm trong trạng thái cân bằng tĩnh học, cho nên nội lực trên mặt cắt ngang và các ngoại lực tác dụng lên phần thanh này tạo thành hệ lực cân bằng. Ta lập được các phương trình cân bằng tĩnh học như sau:

$$N_z + \sum_{i=1}^{n} Z(P_i) = 0 \qquad (1)$$

$$Q_x + \sum_{i=1}^{n} X(P_i) = 0 \qquad (2)$$

$$Q_y + \sum_{i=1}^{n} Y(P_i) = 0 \qquad (3)$$

$$M_z + \sum_{i=1}^{n} M_z(P_i) = 0 \qquad (4)$$

$$M_x + \sum_{i=1}^{n} M_x(P_i) = 0 \qquad (5)$$

$$M_y + \sum_{i=1}^{n} M_y(P_i) = 0 \qquad (6)$$

Ở đây P_i là ngoại lực tác dụng lên phần thanh đang xét.

Sáu phương trình trên biểu diễn mối quan hệ giữa các thành phần nội lực trên mặt cắt với ngoại lực. Chúng ta sẽ sử dụng mối quan hệ này để xác định các thành phần nội lực.

1.2.6. Biểu đồ nội lực

a. *Khái niệm*: Đồ thị biểu diễn sự biến thiên của các thành phần nội lực dọc theo trục của thanh

b. *Trình tự vẽ biểu đồ nội lực*:

Bước 1: Chọn hệ trục toạ độ

Bước 2: Xác định phản lực liên kết và mômen phản lực liên kết.

Bước 3: Chia thanh thành từng đoạn nhỏ sao cho dọc theo mỗi đoạn nội lực biến thiên theo một qui luật liên tục. Qua thực tế người ta thấy rằng điểm chia sẽ là những điểm có ngoại lực tập trung, điểm bắt đầu và điểm kết thúc ngoại lực phân bố.

Bước 4: Sử dụng phương pháp mặt cắt và các phương trình cân bằng tĩnh học để xác định hàm của nội lực dọc theo mỗi đoạn thanh

Bước 5: Vẽ biểu đồ biểu diễn các hàm nội lực đã xác định trên, đánh dấu, gạch biểu đồ.

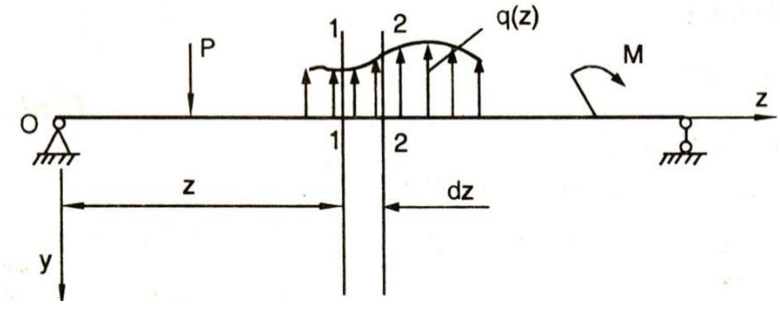
Trong biểu đồ nội lực người ta vạch các đoạn thẳng theo phương vuông góc với trục thanh để biểu diễn trị số nội lực trên mặt cắt ngang tương ứng.

Chú ý: + Khi vẽ biểu đồ nội lực thì đường chuẩn (trục hoành) được lấy song song với trục thanh và nội lực trên mặt cắt ngang sẽ được biểu thị bởi những đoạn thẳng theo phương vuông góc với trục.

+ Biểu đồ mômen uốn M_x, M_y được vẽ về phía thớ bị kéo.

1.2.7 Mối quan hệ vi phân giữa mômen uốn M_x, lực cắt Q_y và tải trọng phân bố q(z)

Tách ra từ một thanh chịu lực một đoạn thanh chiều dài dz (hình 1.12a bằng 2 mặt cắt (1-1) và (2-2). Khoảng dz nhỏ đến mức có thể coi q(z) = const. Các thành phần nội lực trên mặt cắt của dz được biểu diễn ở hình 1.13b



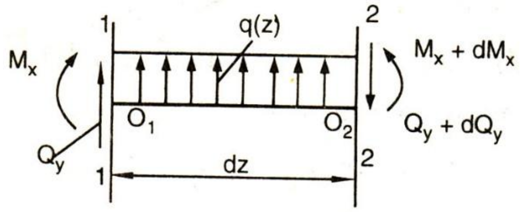
Hình 1.3a

Xét cân bằng phân tố trên ta được

$$\sum Y = -Q_y - q(z)dz + (Q_y + dQ_y) = 0$$

$$\sum M_{O_2} = -Q_y dz - M_x + q(z)\frac{dz^2}{z} + (M_x + dM_x) = 0$$

Bỏ qua lượng vô cùng bé bậc cao $q(z)\dfrac{(dz)^2}{2}$ từ các phương trình trên ta được:



Hình 1.3b

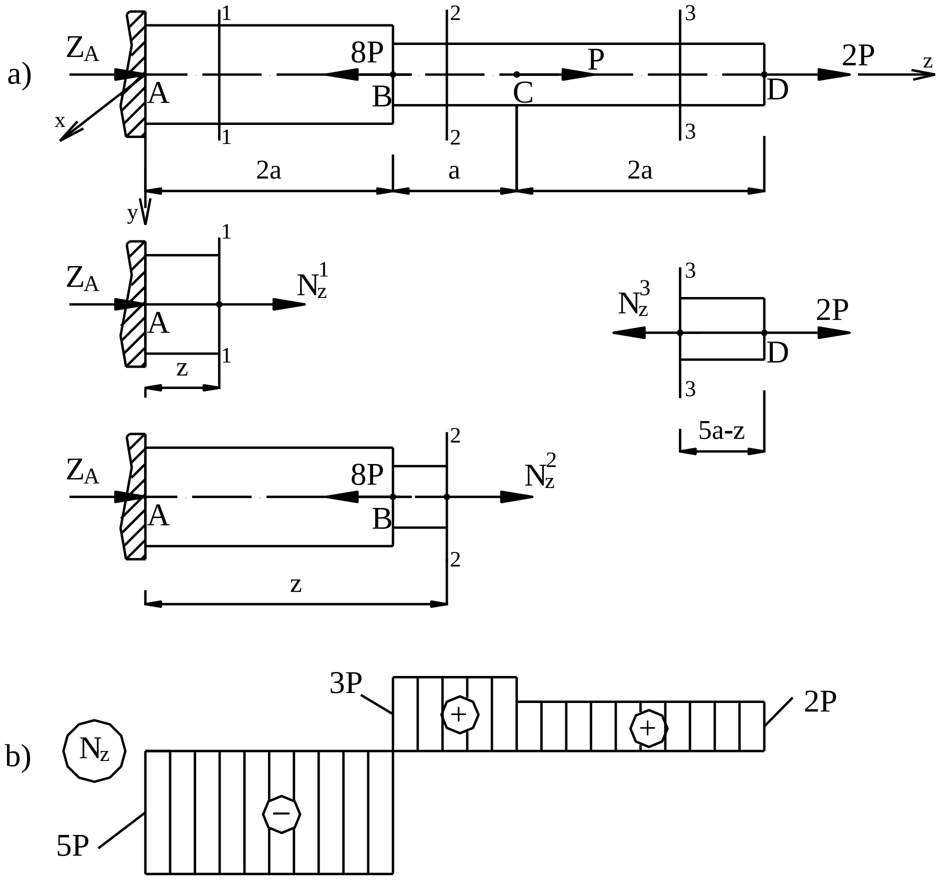
$$\begin{cases} \dfrac{dQ_y}{dz} = q(z) \\ \dfrac{dM_x}{dz} = Q_y \\ \dfrac{d^2M_x}{dz^2} = q(z) \end{cases} \qquad (1\text{-}5)$$

Người ta có thể sử dụng mối quan hệ trên để vẽ, kiểm tra biểu đồ nội lực.

II. CÁC BÀI TẬP GIẢI MẪU

Vẽ biểu đồ nội lực cho các thanh sau:

Bài 1.3.1: Sơ đồ hình 1.4a



Hình 1.4

- Chọn hệ trục tọa độ như trên hình 1.4a: gốc O tại A, trục z đi từ trái sang phải.

- Xác định phản lực liên kết: đối với bài toán này tại ngàm A chỉ tồn tại một phản lực liên kết là Z_A (chiều giả định).

Sử dụng phương trình cân bằng tĩnh học:

$$\Sigma F_z: Z_A + 2P + P - 8P = 0$$

$\rightarrow Z_A = 5P > 0$ (chiều giả định là đúng)

- Chia thanh thành 3 đoạn AB, BC, CD. Điểm chia đoạn là điểm đặt các lực tập trung.

- Xét đoạn AB: Dùng mặt cắt 1 – 1 cắt AB tại vị trí bất kỳ có tọa độ z ($0 \leq z \leq 2a$)

Giữ lại phần thanh bên trái mặt cắt 1 – 1. Căn cứ vào các ngoại lực tác dụng lên thanh nhận thấy trên mặt cắt 1 – 1 chỉ có một thành phần nội lực là lực dọc N_z^1. Lực dọc N_z^1 được biểu diễn theo chiều dương quy ước, xét cân bằng của phần thanh được giữ lại:

ΣF_z: $N_z^1 + Z_A = 0$

$\rightarrow N_z^1 = - Z_A = - 5P$

Như vậy dọc theo đoạn AB lực dọc là hằng số.

- Xét đoạn BC: Dùng mặt cắt 2 – 2 cắt BC tại vị trí bất kỳ có tọa độ z ($2a \leq z \leq 3a$).

Giữ lại phần thanh bên trái mặt cắt 2 – 2 ta có phương trình:

ΣF_z: $N_z^2 + Z_A - 8P = 0$

$\rightarrow N_z^2 = 3P$

N_z^2 cũng là hằng số khi mặt cắt 2 – 2 thay đổi dọc theo đoạn BC

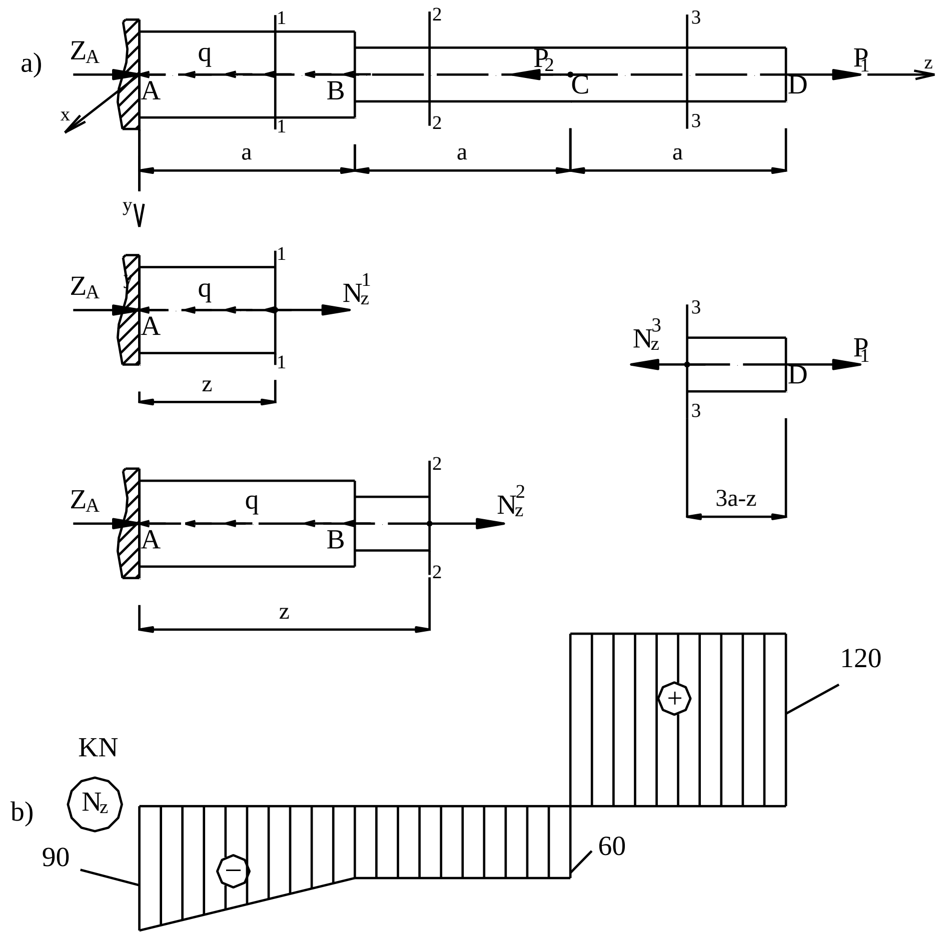
Xét đoạn CD: : Dùng mặt cắt 3 – 3 cắt CD tại vị trí bất kỳ có tọa độ z ($3a \leq z \leq 5a$). Lực dọc N_z^3 được biểu diễn theo chiều dương quy ước, giữ lại phần thanh bên phải mặt cắt 3 – 3 ta có phương trình:

ΣF_z: $N_z^3 - 2P = 0$

$\rightarrow N_z^3 = 2P = const$

Biểu đồ lực dọc N_z được vẽ như trên hình 1.4b

Bài 1.3.2: Sơ đồ hình 1.5a. Biết P_1 = 120KN, P_2 = 180KN, q = 20KN/m, a = 1,5m



Hình 1.5

- Chọn hệ trục tọa độ như trên hình 1.5a: gốc O tại A, trục z đi từ trái sang phải.

- Xác định phản lực liên kết: đối với bài toán này tại ngàm A chỉ tồn tại một phản lực liên kết là Z_A (chiều giả định).

Sử dụng phương trình cân bằng tĩnh học:

ΣF_z: $Z_A + P_1 – P_2 – qa = 0$

$\rightarrow Z_A = - P_1 + P_2 + qa > 0$

$\rightarrow Z_A = 90KN > 0$ (chiều giả định là đúng).

- Chia thanh thành 3 đoạn AB, BC, CD.

- Xét đoạn AB ($0 \le z \le a$): Căn cứ vào các ngoại lực tác dụng lên thanh nhận thấy trên mặt cắt 1 – 1 chỉ có một thành phần nội lực là lực dọc N_z^1. Phương trình cân bằng của phần thanh được giữ lại:

ΣF_z: $N_z^1 + Z_A - qz = 0$

$\rightarrow N_z^1 = - Z_A + qz$

Ta thấy N_z ở đoạn này là hàm bậc nhất theo z.

- Xét đoạn BC ($a \le z \le 2a$): phương trình cân bằng của phần thanh được giữ lại:

ΣF_z: $N_z^2 + Z_A - qa = 0$

$\rightarrow N_z^2 = - Z_A + qa = - 60KN$

Vậy trên đoạn BC lực dọc N_z là hằng số.

- Xét đoạn CD ($2a \le z \le 3a$): phương trình cân bằng của phần thanh được giữ lại:

ΣF_z: $N_z^3 - P_1 = 0$

$\rightarrow N_z^3 = P_1 = 120KN$

Vậy trên đoạn CD lực dọc N_z là hằng số.

Biểu đồ lực dọc N_z được vẽ như trên hình 1.5b.

Bài 1.3.3: Sơ đồ chịu lực hình 1.6a

Dời hai lực P về trọng tâm mặt cắt C ta được sơ đồ tính như hình 1.6b.

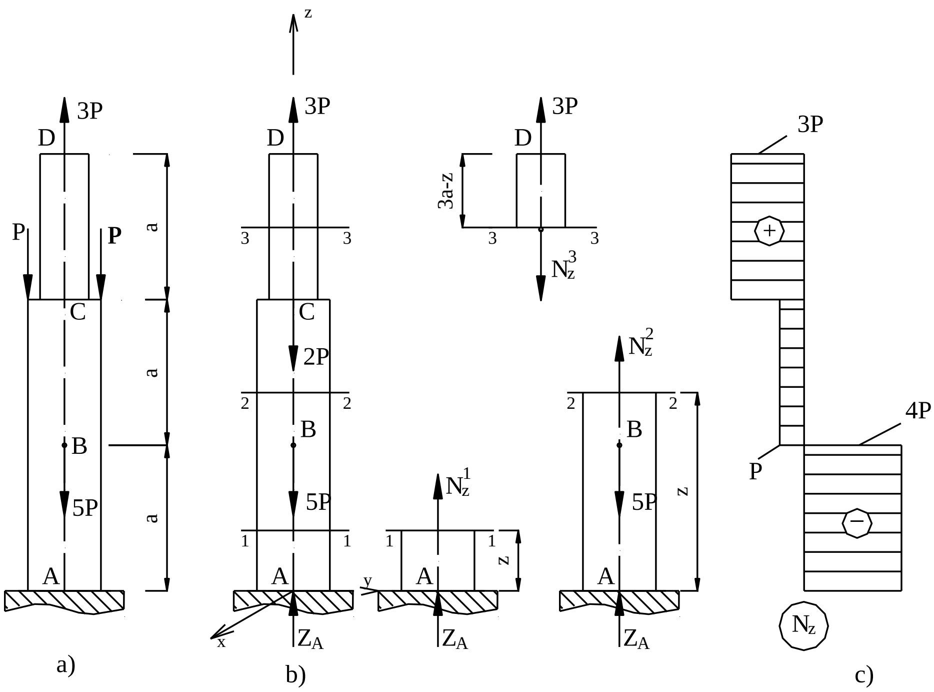
- Chọn hệ trục tọa độ như trên hình vẽ: gốc O tại A, trục z đi từ dưới lên trên.

- Xác định phản lực liên kết: đối với bài toán này tại ngàm A chỉ tồn tại một phản lực liên kết là Z_A (chiều giả định).

Sử dụng phương trình cân bằng tĩnh học:

ΣF_z: $Z_A + 3P - 2P - 5P = 0$

$\rightarrow Z_A = 4P > 0$ (chiều giả định là đúng).



Hình 1.6

- Chia thanh thành 3 đoạn AB, BC, CD

Căn cứ vào các ngoại lực tác dụng lên thanh nhận thấy trên mặt cắt chỉ có một thành phần nội lực là lực dọc N_z

- Xét đoạn AB ($0 \le z \le a$): phương trình cân bằng của phần thanh được giữ lại:

ΣF_z: $N_z^1 + Z_A = 0$

$\rightarrow N_z^1 = - Z_A = - 4P$

Ta thấy N_z ở đoạn này là hằng số

- Xét đoạn BC ($a \le z \le 2a$): phương trình cân bằng của phần thanh được giữ lại:

ΣF_z: $N_z^2 + Z_A - 5P = 0$

$\rightarrow N_z^2 = - Z_A + 5P = P$

Vậy trên đoạn BC lực dọc N_z là hằng số

- Xét đoạn CD ($2a \le z \le 3a$): phương trình cân bằng của phần thanh được giữ lại:

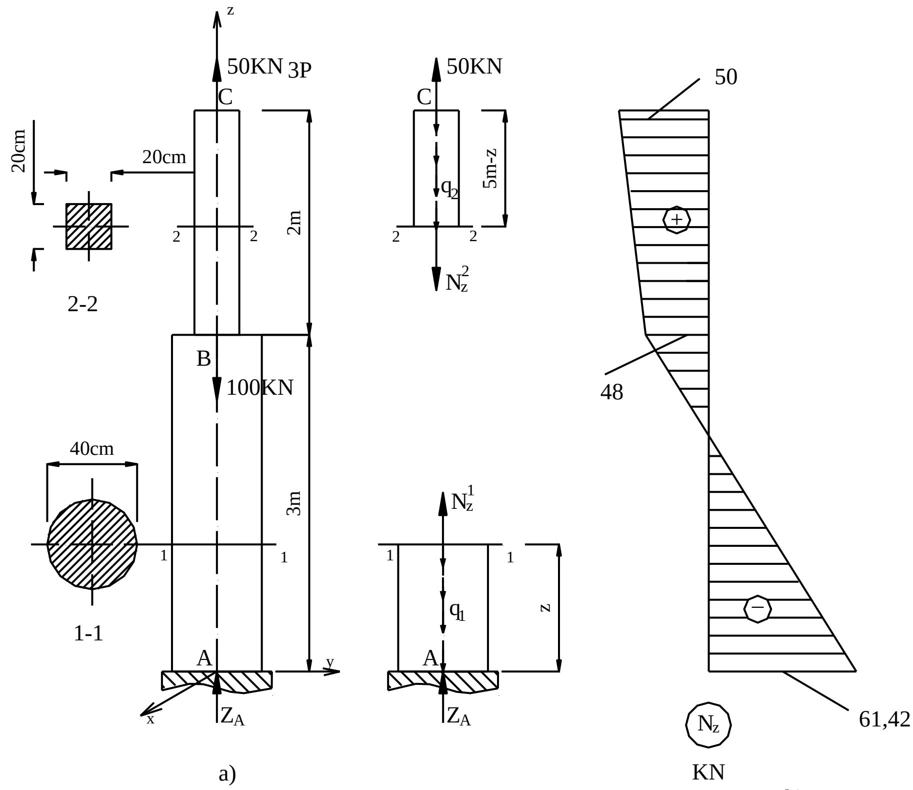
ΣF_z: $N_z^3 - 3P = 0$

$\rightarrow N_z^3 = 3P$

Vậy trên đoạn CD lực dọc N_z là hằng số

Biểu đồ lực dọc N_z được vẽ như trên hình1.6c

Bài 1.3.4: Vẽ biểu đồ nội lực cho thanh trên hình 1.7a khi kể đến trọng lượng bản thân của thanh. Biết thanh có cùng vật liệu, trọng lượng riêng là $\gamma = 25KN/m^3$.



Hình 1.7

Khi kể đến trọng lượng bản thân của thanh thì trên đoạn AB có lực phân bố dọc trục thanh là q_1, trên đoạn BC có lực phân bố dọc trục thanh là q_2.

$q_1 = \gamma.\ F_1 = \gamma.\ \pi d^2/4 = 3{,}14KN/m$

$q_2 = \gamma.\ F_2 = \gamma.\ b^2 = 1KN/m$ (b = 20cm)

- Chọn hệ trục tọa độ như trên hình vẽ: gốc O tại A, trục z đi từ dưới lên trên

- Xác định phản lực liên kết: đối với bài toán này tại ngàm A chỉ tồn tại một phản lực liên kết là Z_A (chiều giả định).

Sử dụng phương trình cân bằng tĩnh học:

ΣF_z: $Z_A + 50 - 100 - q_1.3 - q_2.2 = 0$

$\rightarrow Z_A = 61,42KN > 0$ (chiều giả định là đúng).

- Chia thanh thành 2 đoạn AB, BC.

Căn cứ vào các ngoại lực tác dụng lên thanh nhận thấy trên mặt cắt chỉ có một thành phần nội lực là lực dọc N_z.

- Xét đoạn AB ($0 \leq z \leq 3m$): phương trình cân bằng của phần thanh được giữ lại:

ΣF_z: $N_z^1 + Z_A - q_1.z = 0$

$\rightarrow N_z^1 = - Z_A + q_1.z$

Ta thấy N_z ở đoạn này là hàm số bậc nhất.

- Xét đoạn BC ($3m \leq z \leq 5m$): Phương trình cân bằng của phần thanh được giữ lại:

ΣF_z: $N_z^2 + q_2.(5m-z) - 50 = 0$

$\rightarrow N_z^2 = - q_2.(5m-z) + 50$

Vậy trên đoạn BC lực dọc N_z là hàm bậc nhất

Biểu đồ lực dọc N_z được vẽ như trên hình1.7b

Bài 1.3.5: Cho thanh chịu lực như hình 1.8a

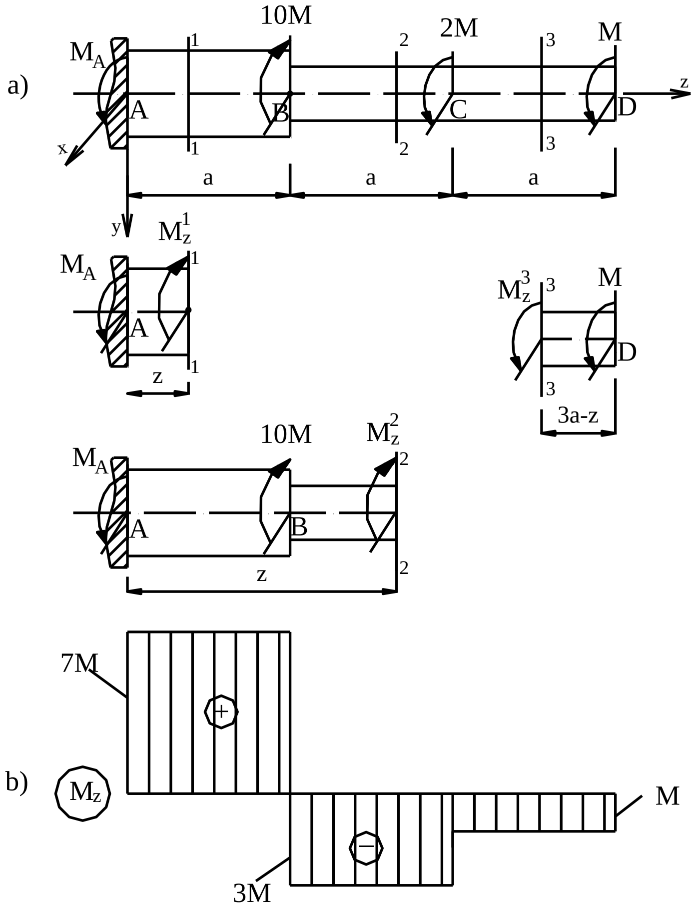
- Chọn hệ trục tọa độ như trên hình 1.8a: gốc O tại A, trục z đi từ trái sang phải.

- Xác định phản lực liên kết: đối với bài toán này tại ngàm A chỉ tồn tại một phản lực liên kết là M_A (chiều giả định).

Sử dụng phương trình cân bằng tĩnh học:

Σm_z: $M_A - 10M + 2M + M = 0$

$\rightarrow M_A = 7M > 0$ (chiều giả định là đúng)



Hình 1.8

- Chia thanh thành 3 đoạn AB, BC, CD

Căn cứ vào các ngoại lực tác dụng lên thanh nhận thấy trên mặt cắt chỉ có một thành phần nội lực là mô men xoắn M_z.

- Xét đoạn AB ($0 \leq z \leq a$): phương trình cân bằng của phần thanh được giữ lại:

Σm_z: $M_z^1 - M_A = 0$

$\rightarrow M_z^1 = M_A = 7M$

Ta thấy M_z ở đoạn này là hằng số.

- Xét đoạn BC ($a \leq z \leq 2a$): phương trình cân bằng của phần thanh được giữ lại:

Σm_z: $M_z^2 - M_A + 10M = 0$

$\rightarrow M_z^2 = -3M$

Vậy trên đoạn BC mô men xoắn M_z là hằng số.

- Xét đoạn CD ($2a \leq z \leq 3a$): phương trình cân bằng của phần thanh được giữ lại:

Σm_z: $M_z^3 + M = 0$

$\rightarrow M_z^3 = -M$

Ta thấy M_z ở đoạn này là hằng số.

Biểu đồ mô men xoắn M_z được vẽ như trên hình1.8b.

Bài 1.3.6: Sơ đồ chịu lực hình 1.9a

- Xác định trị số của mô men phân bố m.

- Vẽ biểu đồ nội lực cho thanh.

Giải:

- Trị số của m được xác định từ điều kiện cân bằng về ngoại lực:

$\Sigma m_z = 0 \rightarrow M_1 + M_2 - m.2a = 0$

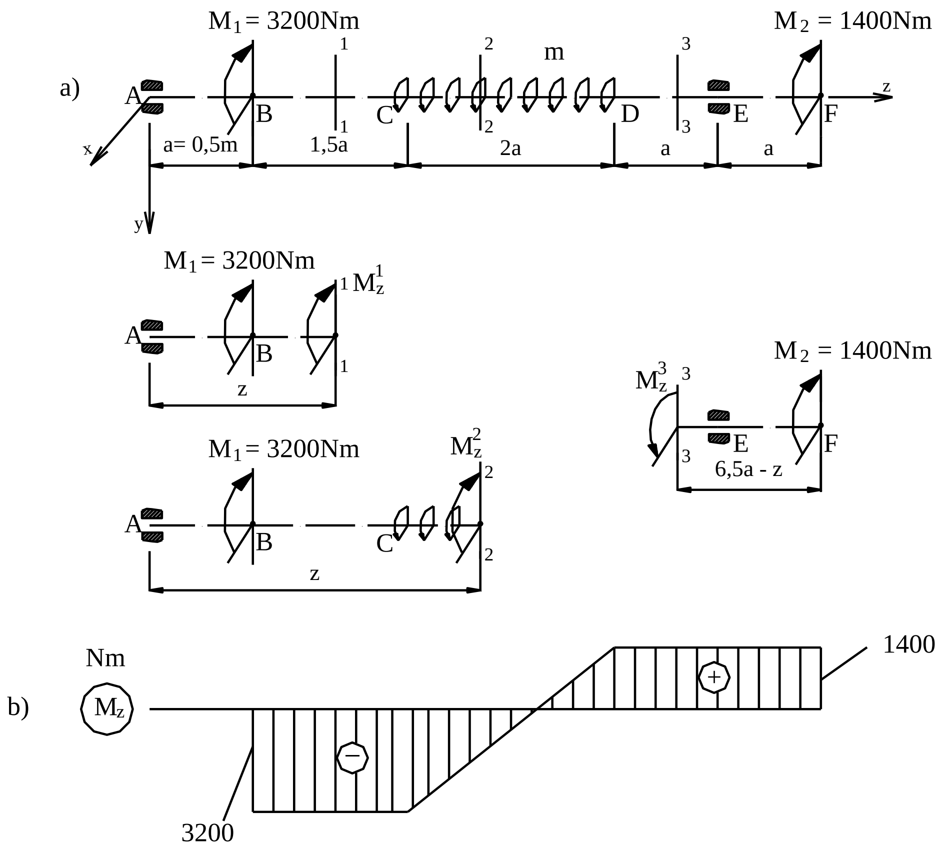
$\rightarrow m = \frac{M_1+M_2}{2.a} = \frac{3200+1400}{2.0,5} = 4600\,\frac{Nm}{m}$

- Chọn hệ trục tọa độ như trên hình 1.9a: Gốc O tại A, trục z đi từ trái sang phải.

- Xác định phản lực liên kết: Đối với bài toán này tại các gối đỡ trục (ngàm trượt) A và E không phát sinh phản lưc liên kết.

- Chia thanh thành 4 đoạn AB, BC, CD, DF.

Căn cứ vào các ngoại lực tác dụng lên thanh nhận thấy trên mặt cắt chỉ có một thành phần nội lực là mô men xoắn M_z



Hình 1.9

- Xét đoạn AB ($0 \le z \le a$): Trên đoạn AB mô men xoắn bằng 0.

- Xét đoạn BC ($a \le z \le 2,5a$): phương trình cân bằng của phần thanh được giữ lại:

Σm_z: $M_z^1 + M_1 = 0$

$\rightarrow M_z^1 = -M_1 = -3200Nm$

Vậy trên đoạn BC mô men xoắn M_z là hằng số.

- Xét đoạn CD ($2,5a \le z \le 4,5a$): Phương trình cân bằng của phần thanh được giữ lại:

Σm_z: $M_z^2 + M_1 – m.(z - 2,5a) = 0$

$\rightarrow M_z^2 = -M_1 + m.(z - 2,5a)$

Vậy trên đoạn CD mô men xoắn M_z là hàm bậc nhất.

- Xét đoạn DF ($4,5a \le z \le 6,5a$): phương trình cân bằng của phần thanh được giữ lại:

Σm_z: $M_z^3 - M_2 = 0$

$\rightarrow M_z^3 = M_2 = 1400Nm$

Vậy trên đoạn DF mô men xoắn M_z là hằng số.

Biểu đồ mô men xoắn M_z được vẽ như trên hình 1.9b.

Bài 1.3.7: Sơ đồ chịu lực như hình 1.10a

- Chọn hệ trục tọa độ oxyz như hình vẽ có gốc o trùng với A.

- Xác định phản lực liên kết.

Tại gối cố định A tồn tại phản lực liên kết Z_A, Y_A.

Tại gối di động D tồn tại phản lực liên kết Y_D.

Sử dụng hệ phương trình cân bằng tĩnh học:

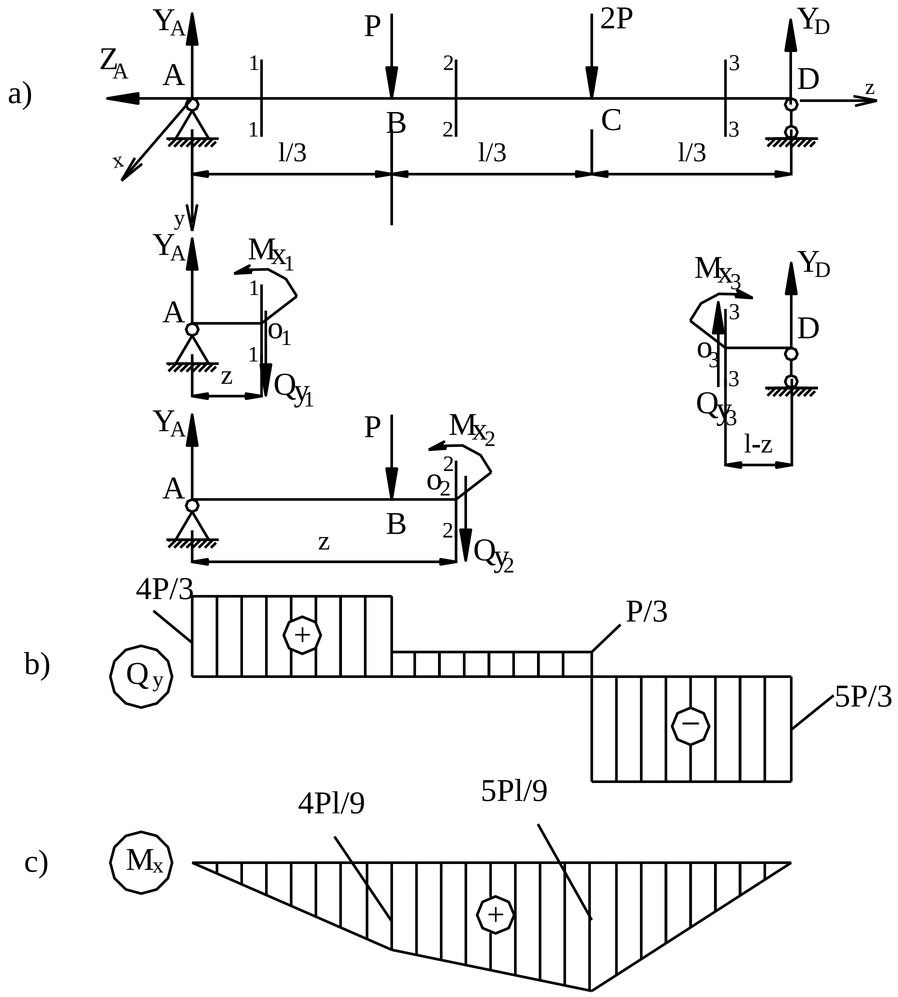
$$\begin{cases} \sum F_z: Z_A = 0 \\ \sum F_y: Y_A + Y_D - 2P - P = 0 \\ \sum m_D: Y_A.l - P.\dfrac{2l}{3} - 2P.\dfrac{l}{3} = 0 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình tìm được:

$Z_A = 0$, $Y_A = 4P/3$, $Y_D = 5P/3$ (Chiều giả định là đúng).

- Chia thanh thành 3 đoạn AB, BC, CD

- Xét đoạn AB: Dùng mặt cắt 1-1 cách O một khoảng z và giữ lại phần thanh bên trái ($0 \leq z \leq l/3$). Trên mặt cắt 1-1 chỉ tồn tại hai thành phần nội lực là Q_y và M_x. Chiều dương của chúng được biểu diễn như trên hình vẽ. Q_y và M_x được xác định bằng các phương trình:



Hình 1.10

ΣF_y: Q_{y1} - Y_A = 0 → Q_{y1} = Y_A = 4P/3. Vậy Q_y là hằng số trên đoạn AB.

$$\sum m_{o1}: M_{x1} - Y_A.z = 0$$

$$\Rightarrow M_{x1} = Y_A.z = \frac{4P}{3}.z$$

Vậy M_x là hàm bậc nhất trên đoạn AB

- Xét đoạn BC: Dùng mặt cắt 2-2 cách O một khoảng z và giữ lại phần thanh bên trái (l/3 ≤ z ≤ 2 l/3). Trên mặt cắt 2-2 chỉ tồn tại hai thành phần nội lực là Q_y và M_x. Chiều dương của chúng được biểu diễn như trên hình vẽ. Q_y và M_x được xác định bằng các phương trình:

ΣF_y: Q_{y2} - Y_A + P = 0 → Q_{y2} = P/3. Vậy Q_y là hằng số trên đoạn BC

$$\sum m_{o2}: M_{x2} - Y_A.z + P.(z - \frac{l}{3}) = 0$$

$$\Rightarrow M_{x2} = Y_A.z - P.\left(z - \frac{l}{3}\right) = \frac{4P}{3}.z + P.\left(z - \frac{l}{3}\right)$$

Vậy M_x là hàm bậc nhất trên đoạn BC

- Xét đoạn CD: Dùng mặt cắt 3-3 cách O một khoảng z và giữ lại phần thanh bên phải (2l/3 ≤ z ≤ l). Trên mặt cắt 3-3 chỉ tồn tại hai thành phần nội lực là Q_y và M_x. Chiều dương của chúng được biểu diễn như trên hình vẽ. Q_y và M_x được xác định bằng các phương trình:

ΣF_y: Q_{y3} + Y_D = 0 → Q_{y3} = -Y_D = -5P/3. Vậy Q_y là hằng số trên đoạn CD.

$$\sum m_{o3}: M_{x3} - Y_D.(l - z) = 0$$

$$\Rightarrow M_{x3} = Y_D.(l - z) = \frac{5P}{3}.(l - z)$$

Vậy M_x là hàm bậc nhất trên đoạn CD

Biểu đồ Q_y và M_x với quy ước và cách vẽ được biểu diễn như trên hình 1.10 b, c

Bài 1.3.8: Sơ đồ chịu lực như hình 1.11a

- Chọn hệ trục tọa độ oxyz như hình vẽ có gốc o trùng với A.

- Xác định phản lực liên kết.

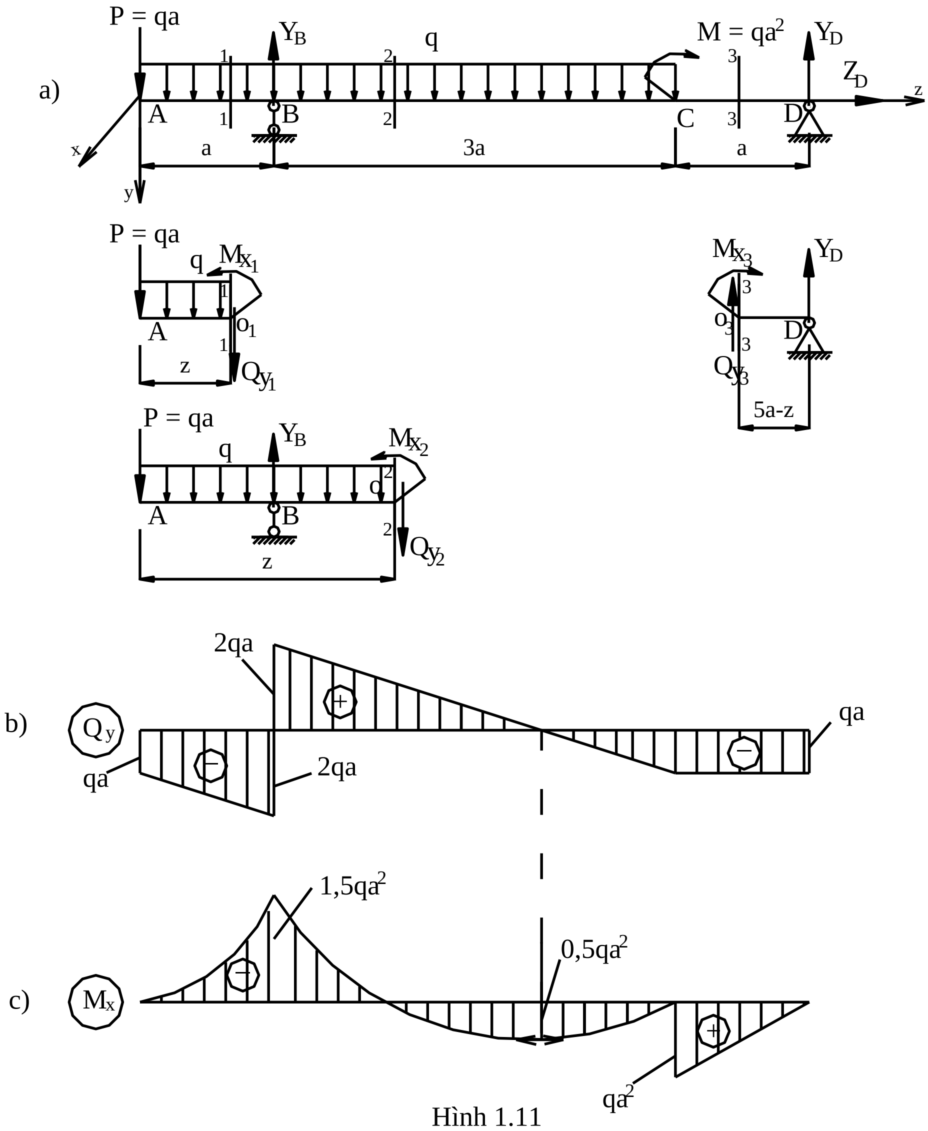
Tại gối di động B tồn tại phản lực liên kết Y_B.

Tại gối cố định D tồn tại phản lực liên kết Z_D, Y_D.

Sử dụng hệ phương trình cân bằng tĩnh học:

$$\begin{cases} \Sigma F_Z: Z_D = 0 \\ \Sigma F_y: Y_B + Y_D - P - q.4a = 0 \\ \Sigma m_D: Y_B.4a - P.5a - q.4a.3a + M = 0 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình tìm được: Z_D = 0; Y_B = 4qa, Y_D = qa (Chiều giả định là đúng).



Hình 1.11

- Chia thanh thành 3 đoạn AB, BC, CD

- Xét đoạn AB: Dùng mặt cắt 1-1 cách O một khoảng z và giữ lại phần thanh bên trái ($0 \leq z \leq a$). Trên mặt cắt 1-1 chỉ tồn tại hai thành phần nội lực là Q_y và M_x. Chiều dương của chúng được biểu diễn như trên hình vẽ. Q_y và M_x được xác định bằng các phương trình:

ΣF_y: $Q_{y1} + P + qz = 0 \rightarrow Q_{y1} = -P - qz = -qa - qz$. Vậy Q_y là hàm bậc nhất trên đoạn AB

$$\sum m_{o1}: M_{x1} + Pz + \frac{qz^2}{2} = 0$$

$$\Rightarrow M_{x1} = -qaz - \frac{qz^2}{2}$$

Vậy M_x là hàm bậc hai trên đoạn AB có cực trị tại z = 0

- Xét đoạn BC: Dùng mặt cắt 2-2 cách O một khoảng z và giữ lại phần thanh bên trái

($a \le z \le 4a$). Trên mặt cắt 2-2 chỉ tồn tại hai thành phần nội lực là Q_y và M_x. Chiều dương của chúng được biểu diễn như trên hình vẽ. Q_y và M_x được xác định bằng các phương trình:

ΣF_y: $Q_{y2} - Y_B + P + qz = 0 \rightarrow Q_{y2} = 3qa - qz$. Vậy Q_y là hàm bậc nhất trên đoạn BC

$$\sum m_{o2}: M_{x2} - Y_B.(z-a) + Pz + \frac{qz^2}{2} = 0$$

$$\Rightarrow M_{x2} = 4qa(z-a) - qaz - \frac{qz^2}{2}$$

Vậy M_x là hàm bậc hai trên đoạn BC có cực trị tại mặt cắt có tọa độ z = 3a

- Xét đoạn CD: Dùng mặt cắt 3-3 cách O một khoảng z và giữ lại phần thanh bên phải ($4a \le z \le 5a$). Trên mặt cắt 3-3 chỉ tồn tại hai thành phần nội lực là Q_y và M_x. Chiều dương của chúng được biểu diễn như trên hình vẽ. Q_y và M_x được xác định bằng các phương trình:

ΣF_y: $Q_{y3} + Y_D = 0 \rightarrow Q_{y3} = -Y_D = -qa$. Vậy Q_y là hằng số trên đoạn CD

$$\sum m_{o3}: M_{x3} - Y_D.(5a - z) = 0$$

$$\Rightarrow M_{x3} = Y_D.(5a - z) = qa(5a - z)$$

Vậy M_x là hàm bậc nhất trên đoạn CD

Biểu đồ Q_y và M_x được vẽ như trên hình 1.11 b, c

Bài 1.3.9: Sơ đồ chịu lực như hình 1.12

- Chọn hệ trục tọa độ oxyz như hình vẽ có gốc o trùng với A

- Xác định phản lực liên kết

Tại ngàm A tồn tại phản lực liên kết Y_A, Z_A, M_A

Sử dụng hệ phương trình cân bằng tĩnh học

$$\begin{cases} \Sigma F_Z: Z_A = 0 \\ \Sigma F_y: Y_A - P_1 - q2a + P_2 = 0 \\ \Sigma m_A: M_A - P_1.a - q.2a.a - M + P_2.3a = 0 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình tìm được: $Z_A = 0$; $Y_A = qa$, $M_A = qa^2$ (Chiều giả định là đúng)

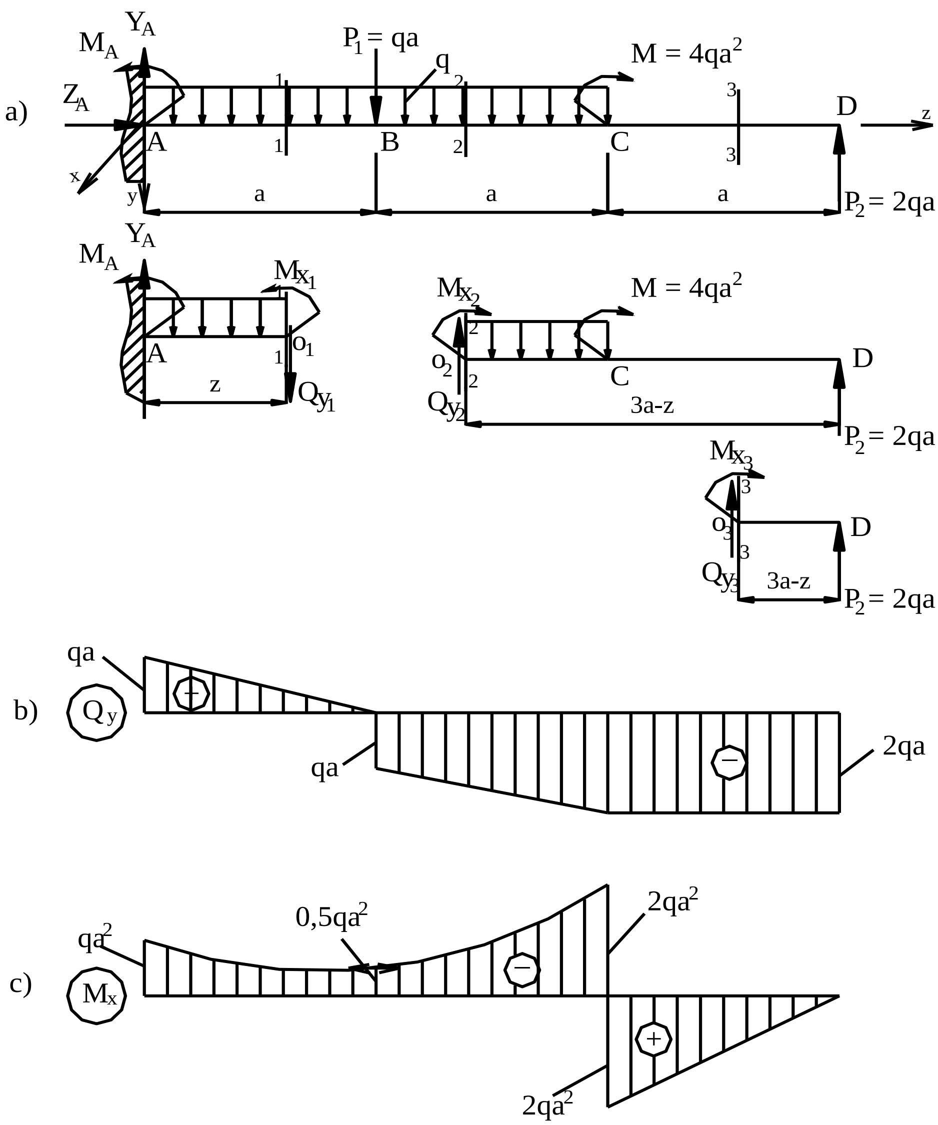
- Xét đoạn AB: ($0 \leq z \leq a$)

ΣF_y: $Q_{y1} - Y_A + qz = 0 \rightarrow Q_{y1} = qa - qz$. Vậy Q_y là hàm bậc nhất trên đoạn AB

$$m_{o1}: M_{x1} - Y_A z + \frac{qz^2}{2} + M_A = 0$$

$$\Rightarrow M_{x1} = qaz - \frac{qz^2}{2} - qa^2.$$

Vậy M_x là hàm bậc hai trên AB có cực trị tại z = a



Hình 1.12

- Xét đoạn BC: (a ≤ z ≤ 2a).

ΣF_y: $Q_{y2} + P_2 - q(2a-z) = 0 \rightarrow Q_{y2} = -2qa + q(2a-z)$. Vậy Q_y là hàm bậc nhất trên đoạn BC

$$\sum m_{o2}: M_{x2} + M - P_2(3a - z) + q(2a - z)\frac{(2a - z)}{2} = 0$$

$$\Rightarrow M_{x2} = -4qa^2 + P_2(3a - z) - q\frac{(2a-z)^2}{2}$$

Vậy M_x là hàm bậc hai trên đoạn BC

- Xét đoạn CD: ($a \le z \le 3a$).

ΣF_y: $Q_{y3} + P_2 = 0 \rightarrow Q_{y3} = -P_2 = -2qa$.

Vậy Q_y là hằng số trên đoạn CD.

$$\sum m_{o3}: M_{x3} - P_2.(3a - z) = 0$$

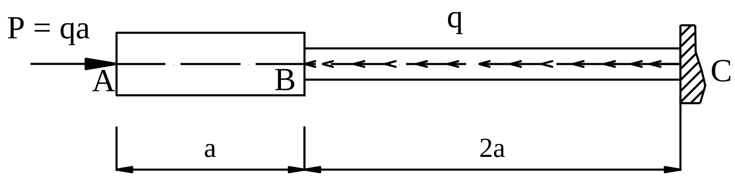
$$\Rightarrow M_{x3} = P_2.(3a - z) = 2qa(3a - z)$$

Vậy M_x là hàm bậc nhất trên đoạn CD.

Biểu đồ Q_y và M_x được vẽ như trên hình 1.12 b, c.

III. BÀI TẬP TỰ GIẢI

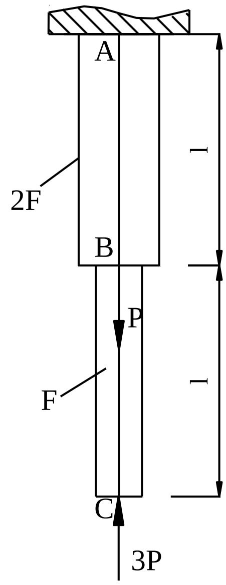
Bài 1.4.1: Vẽ biểu đồ nội lực cho thanh như hình 1.13a



Hình 1.13a

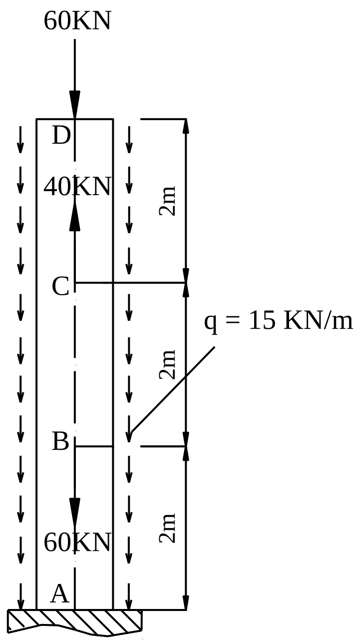
Bài 1.4.2: Vẽ biểu đồ nội lực cho thanh như hình 1.14a khi kể đến trọng lượng thanh.

Biết $P = \gamma Fl$



Hình 1.14a

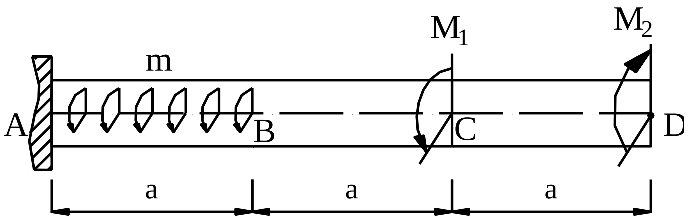
Bài 1.4.3: Vẽ biểu đồ nội lực cho thanh như hình 1.15a



Hình 1.15a

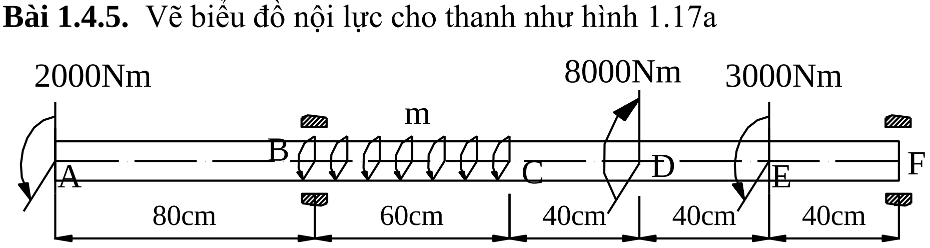
Bài 1.4.4:

Vẽ biểu đồ nội lực cho thanh như hình 1.16a.



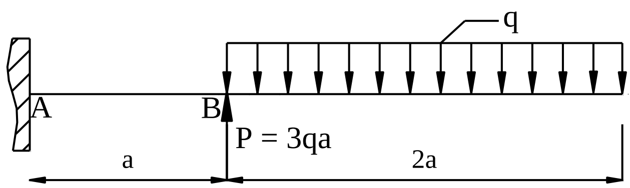
Hình 1.16a

Bài 1.4.5. Vẽ biểu đồ nội lực cho thanh như hình 1.17a

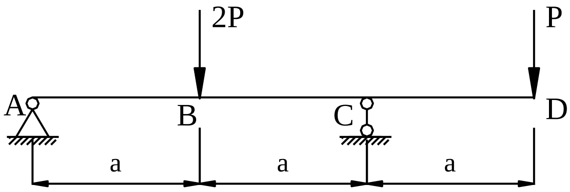


Hình 1.17a

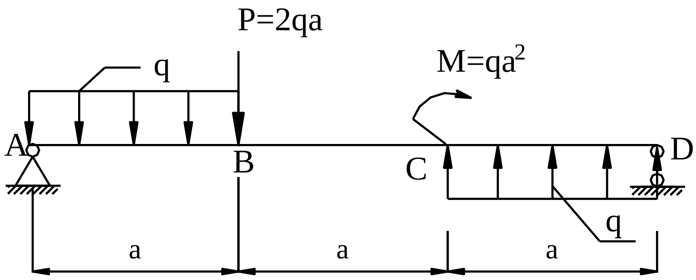
Bài 1.4.6. Vẽ biểu đồ nội lực cho thanh như hình 1.18a, 1.19a, 1.20a, 1.21a



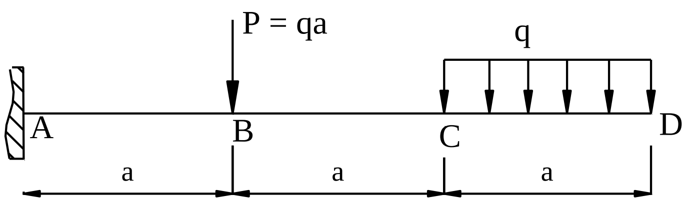
Hình 1.18a



Hình 1.19a



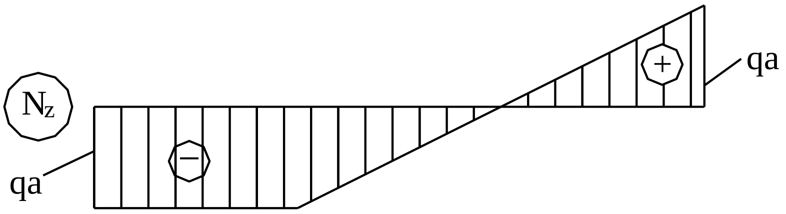
Hình 1.20a



Hình 1.21a

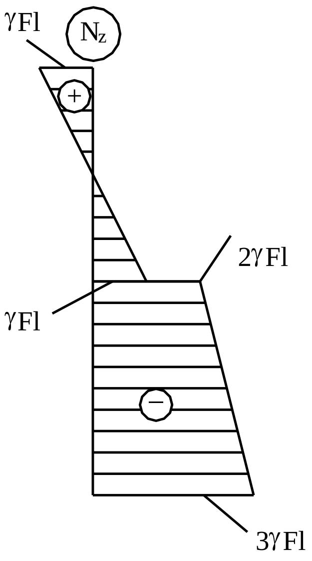
IV. ĐÁP SỐ

Bài 1.4.4: Hình 1.13b

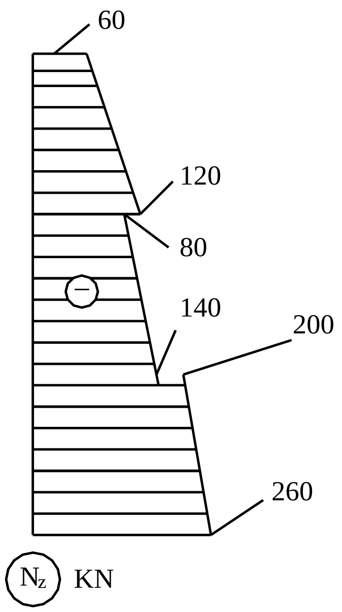


Hình 1.13b

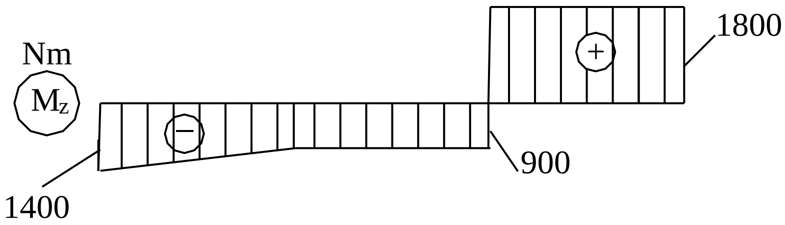
Bài 1.4.2: Hình 1.14b
Bài 1.4.3: Hình 1.15b
Bài 1.4.4: Hình 1.16b
Bài 1.4.5: Hình 1.17b



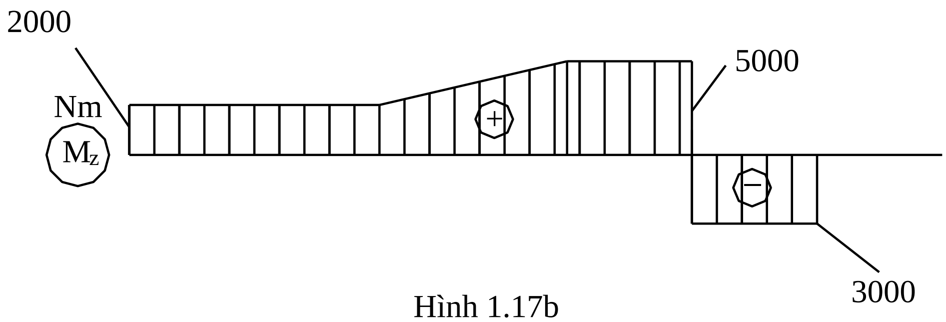
Hình 1.14b



Hình 1.15b

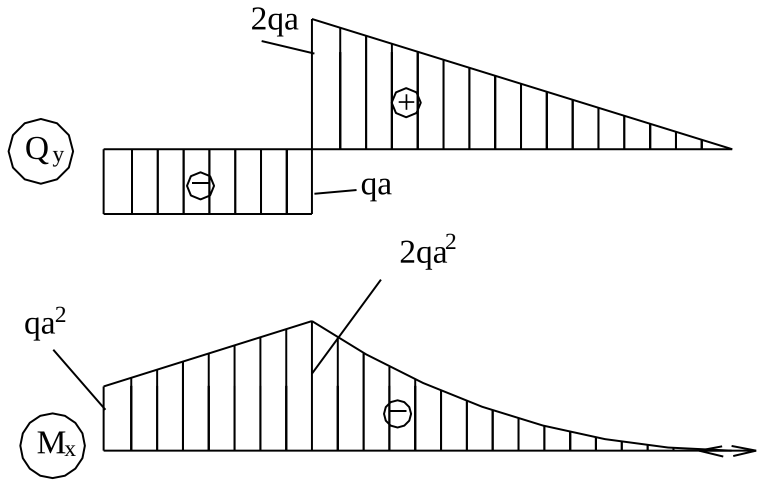


Hình 1.16b

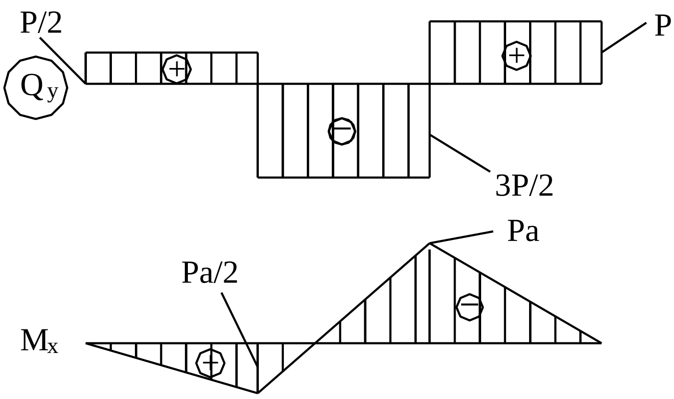


Hình 1.17b

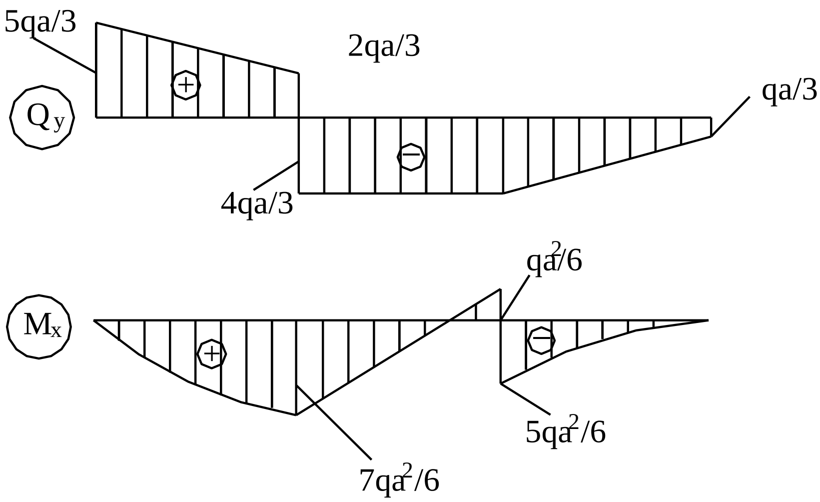
Bài 1.4.6: Hình 1.18b, 1.19b, 1.20b, 1.21b



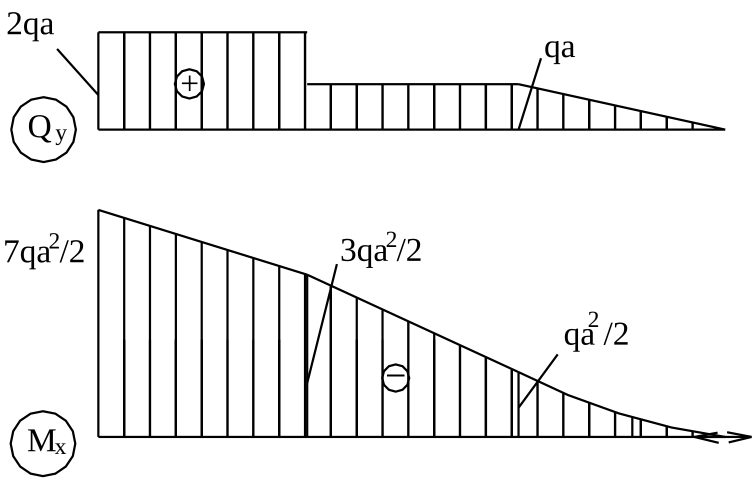
Hình 1.18b



Hình 1.19b



Hình 1.20b



Hình 1.21b

CHƯƠNG 2: KÉO NÉN ĐÚNG TÂM THANH THẲNG

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa, lực dọc, ứng suất, biến dạng

Một thanh được gọi là chịu kéo hoặc nén đúng tâm nếu dưới tác dụng của ngoại lực, trên mặt cắt ngang của thanh chỉ có một thành phần nội lực là lực dọc N_z khác không.

Lực dọc N_z được xem là dương khi gây kéo và được xem là âm khi gây nén với phần được xét.

Ứng suất pháp σ_z phân bố đều trên mặt cắt ngang và được tính theo công thức:

$$\sigma_z = \frac{N_z}{F}$$

Trong đó: N_z – Lực dọc trên mặt cắt ngang

F – Diện tích mặt cắt ngang

Trên mặt cắt nghiêng có pháp tuyến n tạo một góc α với phương trục của thanh có thành phần ứng suất pháp là σ_α và ứng suất tiếp τ_α ta được xác định qua công thức:

$$\sigma_\alpha = \frac{1}{2}\sigma_z(1-\cos 2\alpha) \qquad \tau_\alpha = \frac{1}{2}\sigma_z \sin 2\alpha$$

Biến dạng dọc ε_z (Biến dạng dài tỷ đối theo phương dọc trục)

Định luật Húc (Hooke)

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} = \frac{N_z}{EF}$$

Trong đó: E – Mô đun đàn hồi về kéo nén của vật liệu.

EF – Độ cứng chống kéo nén

Biến dạng dài tuyệt đối giữa 2 mặt cắt cách nhau 1 đoạn l:

$$\Delta l = \int_0^l \frac{N_z}{EF} dz$$

Nếu $\frac{N_z}{EF} = const$ trên toàn bộ chiều dài thanh thì biểu thức tính Δl có dạng:

$$\Delta l = \frac{N_z l}{EF}$$

Nếu thanh gồm có n đoạn có chiều dài l_i (i = 1, 2, 3…n), trên mỗi đoạn l_i có $\frac{N_z}{EF} = const$ thì biểu thức tính Δl sẽ là:

$$\Delta l = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{N_z l}{EF} \right)_i$$

2. Tính toán điều kiện bền

Đối với thanh làm bằng vật liệu dẻo, ta có điều kiện bền:

$$\max |\sigma_Z| = \max \left| \frac{N_Z}{F} \right| \leq [\sigma]$$

Trong đó: [σ] – Ứng suất cho phép của vật liệu

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{ch}}{n}$$

σ_{ch} – Giới hạn chảy

n – Hệ số an toàn

Đối với thanh làm bằng vật liệu giòn, ta có điều kiện bền:

$$\begin{cases} \max |\sigma_z^k| \leq [\sigma]_k = \dfrac{\sigma_b^k}{n} \\ \max |\sigma_z^n| \leq [\sigma]_n = \dfrac{\sigma_b^n}{n} \end{cases}$$

Trong đó: $[\sigma]_k$, $[\sigma]_n$ – Ứng suất cho phép về kéo và ứng suất cho phép về nén của vật liệu thanh

σ_b^k, σ_b^n - Giới hạn bền kéo và giới hạn bền nén của vật liệu thanh

n – Hệ số an toàn

3. Tính toán điều kiện cứng

Để 1 thanh chịu kéo nén đúng tâm được làm việc an toàn ngoài thỏa mãn điều kiện về bền, thanh còn phải thỏa mãn cả điều kiện về cứng.

Theo biến dạng tỷ đối:

$$\left|\varepsilon_Z\right|_{\max}=\left|\frac{N_z}{EF}\right|_{\max}\leq[\varepsilon]$$

Theo độ co dãn giữa 2 đầu của thanh:

$$\left|\Delta l_{AB}\right| \leq [\Delta l]$$

Theo chuyển vị mặt cắt ngang:

$$\Delta_z^K \leq [\Delta]$$

Trong đó: [ε] – Biến dạng cho phép

[Δl] – Độ co giãn cho phép

[Δ] – Chuyển vị cho phép

4. Ba bài toán cơ bản

Từ điều kiện bền và điều kiện cứng ta có ba dạng bài toán cơ bản:

- Bài toán kiểm tra
- Bài toán xác định tải trọng cho phép
- Bài toán xác định kích thước mặt cắt

5. Bài toán siêu tĩnh

Bài toán siêu tĩnh trong thanh chịu kéo nén đúng tâm là những bài toán mà chỉ với các phương trình cân bằng tĩnh học ta chưa thể xác định được nội lực và ứng suất trong thanh hoặc hệ thanh. Để giải quyết bài toán siêu tĩnh ta phải viết thêm các phương trình nêu lên các điều kiện về biến dạng của thanh hoặc hệ thanh.

Số bậc siêu tĩnh của bài toán siêu tĩnh được tính bằng số phản lực liên kết trừ đi số phương trình cân bằng tĩnh học có thể thiết lập được.

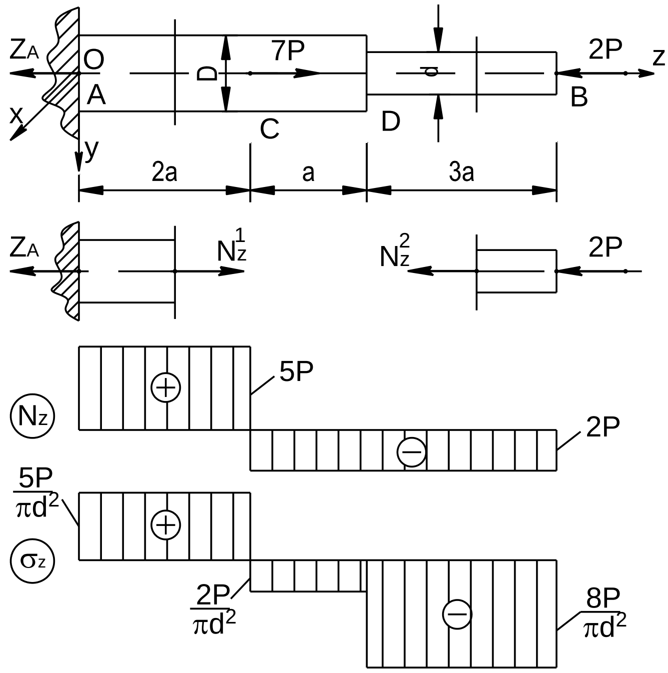
II. CÁC BÀI TẬP GIẢI MẪU

Bài 2.1. Cho thanh tròn chịu lực như hình vẽ Hình 2.1: Biết D = 2d

Vẽ biểu đồ lực dọc N_z, ứng suất σ_z

Tìm $\left|\sigma_z\right|_{\max}$, $\left|\varepsilon_z\right|_{\max}$

Tính độ co giãn giữa 2 đầu thanh Δl_{AB}.



Hình 2.1

Chọn hệ trục Oxyz như hình vẽ.

Xác định phản lực liên kết tại A: Z_A

ΣF_z : $Z_A - 7P + 2P = 0$

$\rightarrow$ $Z_A = 5P$

Chia thanh làm 2 đoạn AC và CB

Xét trên đoạn thanh AC $(0 \le z \le 2a)$. Dùng mặt cắt (1-1) cắt đoạn AC, xét cân bằng phần bên trái:

ΣF_z : $N_z^1 - Z_A = 0 \rightarrow N_z^1 = Z_A = 5P$

Xét trên đoạn thanh CB $(2a \le z \le 6a)$. Dùng mặt cắt (2-2) cắt đoạn CB, xét cân bằng phần bên phải:

ΣF_z : $N_z^2 + 2P = 0 \rightarrow N_z^2 = -2P$

Vẽ biểu đồ lực dọc N_z.

Tính ứng suất pháp σ_z cho từng đoạn thanh: $\sigma_z = \frac{N_z}{F}$

$$\rightarrow \sigma_z^{AC} = \frac{5P}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{5P}{\pi d^2} \qquad \sigma_z^{CD} = \frac{-2P}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{-2P}{\pi d^2} \qquad \sigma_z^{DB} = \frac{-2P}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{-8P}{\pi d^2}$$

Vẽ biểu đồ ứng suất σ_Z:

Từ biểu đồ σ_Z $\rightarrow |\sigma_z|_{max} = \frac{8P}{\pi d^2}$

Tính biến dạng dọc cho từng đoạn thanh: $\varepsilon_Z = \frac{\sigma_Z}{E}$

$$\rightarrow \varepsilon_Z^{AC} = \frac{5P}{E\pi d^2} \qquad \varepsilon_Z^{CD} = \frac{-2P}{E\pi d^2} \qquad \varepsilon_Z^{DB} = \frac{-8P}{E\pi d^2}$$

Biến dạng dọc lớn nhất trên thanh.

$$\rightarrow |\varepsilon_z|_{max} = \frac{8P}{E\pi d^2}$$

Tính độ co giãn giữa 2 đầu thanh

$\Delta l_{AB} = \Delta l_{AC} + \Delta l_{CD} + \Delta l_{DB}$

$$\Delta l_{AB} = \left(\frac{N_Z l}{EF}\right)_{AC} + \left(\frac{N_Z l}{EF}\right)_{CD} + \left(\frac{N_Z l}{EF}\right)_{DB}$$

$$\Delta l_{AB} = \frac{5P.2a}{E\pi d^2} - \frac{2P.a}{E\pi d^2} - \frac{2P.3a}{E\frac{\pi d^2}{4}}$$

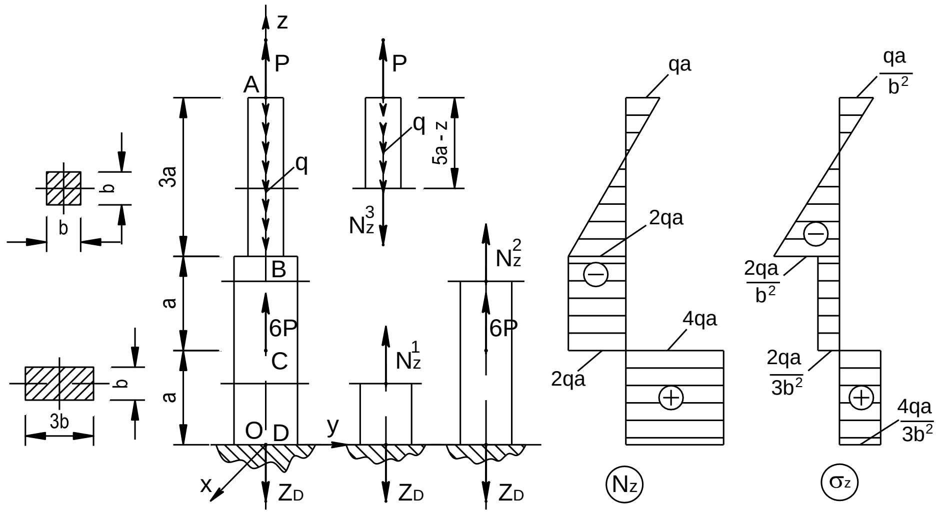
$$\Delta l_{AB} = \frac{-16Pa}{E\pi d^2}$$

Bài 2.2. Cho thanh chịu lực như Hình 2.2:

Biết: P = qa, q = 10 KN/m, b = 5 cm, a = 1 m, [σ] = 160 MN/m^2, [ε] = 2.10^{-4}, E = 2.10^{11} N/m^2.

Vẽ biểu đồ lực dọc N_z, ứng suất pháp σ_z.

Hãy kiểm tra bền và cứng cho thanh.



Hình 2.2

Chọn hệ trục Oxyz như hình vẽ.

Xác định phản lực liên kết tại D: Z_D

ΣF_z: $Z_D - 6P + 3qa - P = 0$

$\rightarrow$ $Z_D = 4qa$

Chia thanh làm 3 đoạn AB, BC và CD

Xét trên đoạn thanh DC $(0 \le z \le a)$. Dùng mặt cắt (1-1) cắt trên đoạn CD , xét cân bằng phần phía dưới thanh:

ΣF_z: $N_z^1 - Z_D = 0 \rightarrow N_z^1 = Z_D = 4qa$

Xét trên đoạn thanh CB $(a \le z \le 2a)$. Dùng mặt cắt (2-2) cắt đoạn CB, xét cân bằng phần dưới:

ΣF_z: $N_z^2 + 6P - Z_D = 0 \rightarrow N_z^2 = -2qa$

Xét trên đoạn thanh BA $(2a \le z \le 5a)$. Dùng mặt cắt (3-3) cắt đoạn BA, xét cân bằng phần trên:

ΣF_z: $N_z^3 - P + q(5a - z) = 0 \rightarrow N_z^3 = qa - q(5a - z)$

Tại: z = 2a $\rightarrow$ $N_z^3 = -2qa$

Tại: z = 5a $\rightarrow$ $N_z^3 = qa$

Vẽ biểu đồ lực dọc N_z.

Tính ứng suất pháp σ_z trên từng đoạn: $\sigma_z = \frac{N_z}{F}$

$\rightarrow \sigma_z^{DC} = \frac{4qa}{3b^2}$ $\sigma_z^{CB} = \frac{-2qa}{3b^2}$ $\sigma_z^{BA} = \frac{qa - q(5a - z)}{b^2}$

Tại: z = 2a $\rightarrow$ $\sigma_z^{B} = \frac{-2qa}{b^2}$

Tại: z = 5a $\rightarrow$ $\sigma_z^{A} = \frac{qa}{b^2}$

Vẽ biểu đồ ứng suất σ_z:

- Kiểm tra bền cho thanh:

Từ biểu đồ σ_z $\rightarrow$ Ứng suất pháp lớn nhất trên thanh

$|\sigma_z|_{max} = |\sigma_z^B| = \frac{2qa}{b^2}$ $\rightarrow$ Mặt cắt nguy hiểm của thanh là tại B

Thay số: $|\sigma_z|_{max} = \frac{2.0,1.100}{5^2} = 0,8$ KN/cm^2 < [σ] = 16 KN/cm^2

Vậy thanh đủ bền

- Kiểm tra điều kiện cứng:

Tính biến dạng dọc trên thanh:

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E}$$

$\rightarrow \varepsilon_z^{DC} = \frac{4qa}{3Eb^2}$ $\varepsilon_z^{CB} = \frac{-2qa}{3Eb^2}$ $\varepsilon_z^{BA} = \frac{qa - q(5a - z)}{Eb^2}$

Tại: z = 2a $\rightarrow$ $\varepsilon_z^{B} = \frac{-2qa}{Eb^2}$

Tại: z = 5a $\rightarrow$ $\varepsilon_z^{A} = \frac{qa}{Eb^2}$

Biến dạng dọc lớn nhất trên thanh.

$\rightarrow |\varepsilon_z|_{max} = \frac{2qa}{Eb^2}$

Thay số và so sánh: $|\varepsilon_z|_{max} = \frac{2.0,1.100}{2.10^4.5^2} = 4.10^{-5}$ < [ε] = 2.10^{-4}

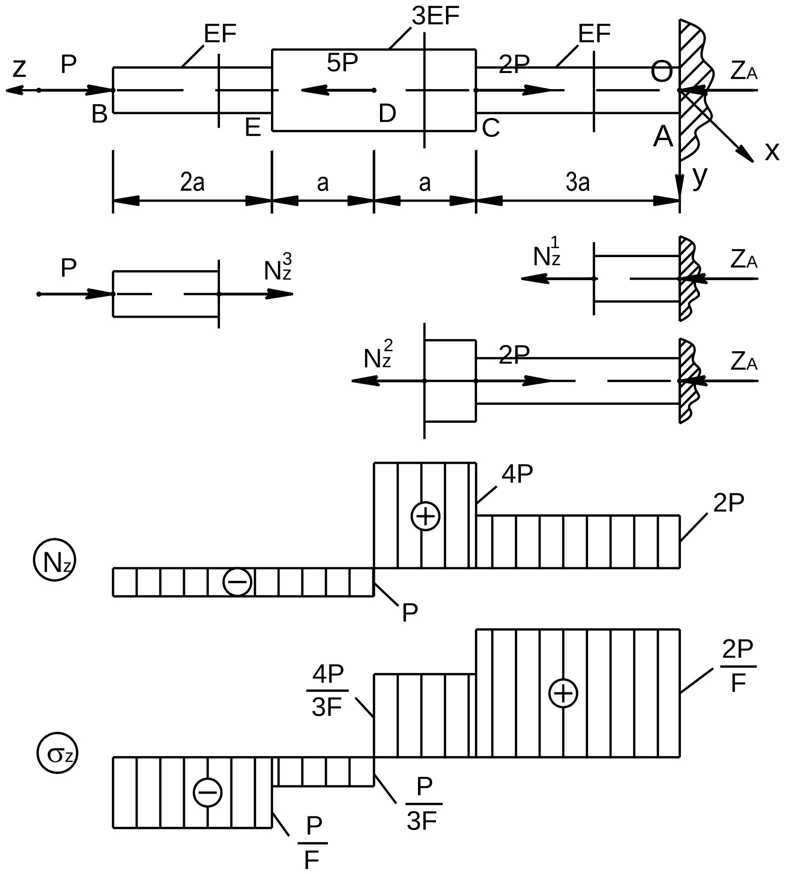
Vậy thanh đủ cứng.

Bài 2.3. Cho thanh chịu kéo nén đúng tâm (Hình 2.3):

Biết: P = 5 KN, a = 0,6 m, [σ] = 10 MN/m^2, [Δl] = 0,4 cm , E = 10^6 N/cm^2.

Vẽ biểu đồ lực dọc N_z, ứng suất pháp σ_z theo P, F, a

Hãy xác định diện tích F.



Hình 2.3

Chọn hệ trục Oxyz như hình vẽ.

Phản lực liên kết tại A: Z_D

ΣF_z: $Z_D - 2P + 5P - P = 0$

$\rightarrow$ $Z_D = -2P$

Chia thanh: 3 đoạn AC, CD và DB

Xét đoạn thanh AC $(0 \le z \le 3a)$.

ΣF_z : $N_z^1 + Z_A = 0 \rightarrow N_z^1 = -Z_A = 2P$

Xét đoạn thanh CD $(3a \le z \le 4a)$.

ΣF_z : $N_z^2 - 2P + Z_A = 0 \rightarrow N_z^2 = 4P$

Xét đoạn thanh DB $(2a \le z \le 5a)$.

ΣF_z : $N_z^3 + P = 0 \rightarrow N_z^3 = -P$

Vẽ biểu đồ lực dọc N_z.

Tính ứng suất pháp σ_z:

$$\sigma_z = \frac{N_z}{F}$$

$$\rightarrow \sigma_z^{AC} = \frac{2P}{F} \qquad \sigma_z^{CD} = \frac{4P}{3F} \qquad \sigma_z^{DE} = \frac{-P}{3F} \qquad \sigma_z^{EB} = \frac{-P}{F}$$

Vẽ biểu đồ ứng suất σ_z:

Từ biểu đồ σ_z $\rightarrow$ Ứng suất pháp lớn nhất trên thanh

$$|\sigma_z|_{max} = |\sigma_z^{AC}| = \frac{2P}{F}$$

$\rightarrow$ Mặt cắt nguy hiểm của thanh thuộc đoạn AC

Theo điều kiện bền: $|\sigma_z|_{max} = \dfrac{2P}{F} \le [\sigma]$

$$\rightarrow F \ge \frac{2P}{[\sigma]} = \frac{2.5}{1,0} = 10cm^2$$

Độ co giãn giữa 2 đầu của thanh:

$\Delta l_{AB} = \Delta l_{AC} + \Delta l_{CD} + \Delta l_{DE} + \Delta l_{EB}$

$$\Delta l_{AB} = \left(\frac{N_z l}{EF}\right)_{AC} + \left(\frac{N_z l}{EF}\right)_{CD} + \left(\frac{N_z l}{EF}\right)_{DE} + \left(\frac{N_z l}{EF}\right)_{EB}$$

$$\Delta l_{AB} = \frac{2P.3a}{EF} + \frac{4P.a}{3EF} - \frac{P.a}{3EF} - \frac{P.2a}{EF}$$

$$\Delta l_{AB} = \frac{5Pa}{EF}$$

Theo điều kiện cứng: $|\Delta l_{AB}| = \dfrac{5Pa}{EF} \le [\Delta l]$

$$\rightarrow F \ge \frac{5Pa}{E[\Delta l]} = \frac{5.5.60}{10^3.0,4} = 3,75(cm^2)$$

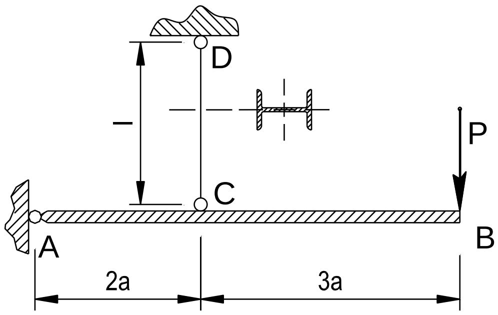
Vậy diện tích F = 10 cm^2.

Bài 2.4. Cho kết cấu chịu lực như Hình 2.4:

Biết: P = 120 KN, l = 4 m, [σ] = 160 MN/m^2 , E = 2.10^4 KN/cm^2.

Hãy tìm số hiệu mặt cắt ngang cho thanh DC.

Với số hiệu tìm được, tính chuyển vị thẳng đứng tại điểm B.



Hình 2.4a

Thanh AB xem như tuyệt đối cứng.

Dùng mặt cắt (1-1) cắt thanh treo DC → trên mặt cắt (1-1) xuất hiện lực dọc .

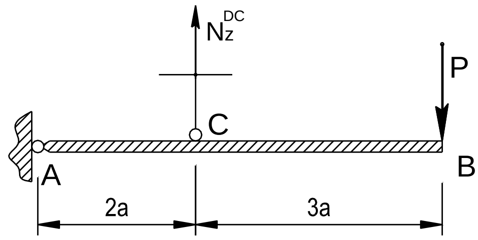
Xét sự cân bằng của thanh AB

Phương trình cân bằng : $\sum M_A = P.5a - N_z^{DC}.2a = 0$

$\rightarrow N_z^{DC} = \dfrac{5}{2}P > 0$ (Thanh DC chịu kéo)

Ứng suất pháp trên thanh DC.

$\sigma_z^{DC} = \dfrac{N_z^{DC}}{F} = \dfrac{5P}{2F}$



Hình 2.4b

Theo điều kiện bền ta có: $\sigma_z^{DC} = \dfrac{5P}{2F} \leq [\sigma] \rightarrow F \geq \dfrac{5P}{2[\sigma]}$

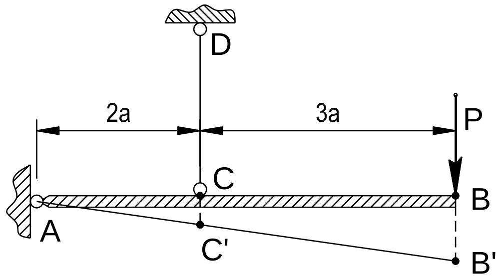
Thay số: $F \geq \dfrac{5.120}{2.16} = 18,75(cm^2)$

Tra bảng số hiệu thép chữ I, chọn thép có số hiệu IN^o14 có F = 18,9 cm^2.

- Tính chuyển vị thẳng đứng tại điểm B.

Khi hệ chịu lực và biến dạng. Ta thấy các điểm trên hệ dịch chuyển C $\rightarrow$ C' và B $\rightarrow$ B'

Từ hình vẽ có:



$$\frac{CC'}{BB'} = \frac{AC}{AB} = \frac{2a}{5a}$$

$$\rightarrow BB' = \frac{5}{2} CC'$$

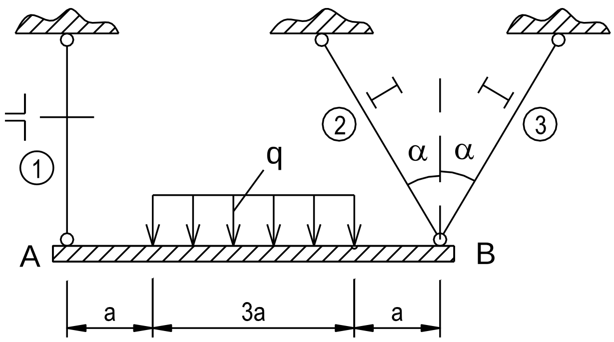
$$CC' = \Delta l_{DC} = \frac{N_z l}{EF} = \frac{5Pl}{2EF}$$

$$\rightarrow BB' = \frac{5}{2} . \frac{5Pl}{2EF} = \frac{25Pl}{4EF}$$

Thay số ta được: $BB' = \dfrac{25.120.400}{4.2.10^4.18,9} = 0,793(cm)$

Bài 2.5. Cho kết cấu chịu lực (Hình 2.5), Xác định số hiệu mặt cắt ngang cho các thanh.

Biết: q = 800 KN/m, l = 4 m, $\alpha = 30^o$, $[\sigma] = 16$ KN/cm^2.



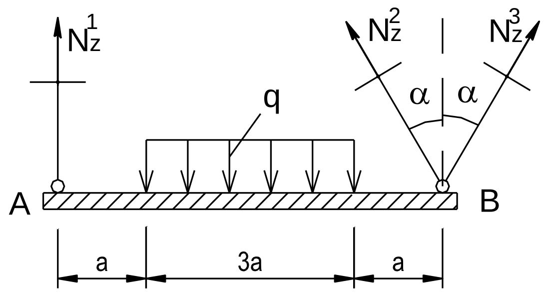
Hình 2.5a

Chọn hệ trục tọa độ phẳng Oxy.

Dùng các mặt cắt (1-1), (2-2) và (3-3) cắt các thanh (1), (2) và (3)

$\rightarrow$ Trên mặt cắt xuất hiện các lực dọc: N_z^1 , N_z^2 , N_z^3

Xét sự cân bằng của thanh AB:



Hình 2.5b

Phương trình cân bằng:

$$\sum F_X : N_Z^3 \sin\alpha - N_Z^2 \sin\alpha = 0 \;\rightarrow\; N_Z^3 = N_Z^2$$

$$\sum F_Y : N_Z^1 + N_Z^3 \cos\alpha + N_Z^2 \cos\alpha - q3a = 0$$

$$\sum M_B : N_Z^1.5a - q3a.\frac{5}{2}a = 0 \;\rightarrow N_Z^1 = \frac{3}{2}qa$$

Thay vào phương trình thứ 2: $N_Z^1 + N_Z^2\frac{\sqrt{3}}{2} + N_Z^2\frac{\sqrt{3}}{2} - q3a = 0$

$$\frac{3}{2}qa + 2N_Z^2\frac{\sqrt{3}}{2} - q3a = 0 \;\rightarrow N_Z^2 = N_Z^3 = \frac{\sqrt{3}}{2}qa$$

Ứng suất pháp trên các thanh:

$$\sigma_Z^1 = \frac{N_Z^1}{F_1} = \frac{3qa}{2F_1} \;;\; \sigma_Z^2 = \frac{N_Z^2}{F_2} = \frac{\sqrt{3}qa}{2F_2} \;;\; \sigma_Z^3 = \frac{N_Z^3}{F_3} = \frac{\sqrt{3}qa}{2F_3}$$

Theo điều kiện bền ta có:

Thanh số 1:

$$\left|\sigma_Z^1\right| = \frac{3qa}{2F_1} \le [\sigma] \rightarrow F_1 \ge \frac{3qa}{2[\sigma]}$$

Thay số ta được: $F_1 \ge \frac{3.8.40}{2.16} = 30(cm^2)$

Như vậy tra bảng thép góc với $F_1 \ge 30$ cm^2, nên ta chọn mặt cắt là 2 thép có số hiệu L90x90x9

Thanh số 2:

$$\left|\sigma_Z^2\right| = \frac{\sqrt{3}qa}{2F_2} \le [\sigma] \rightarrow F_2 \ge \frac{\sqrt{3}qa}{2[\sigma]}$$

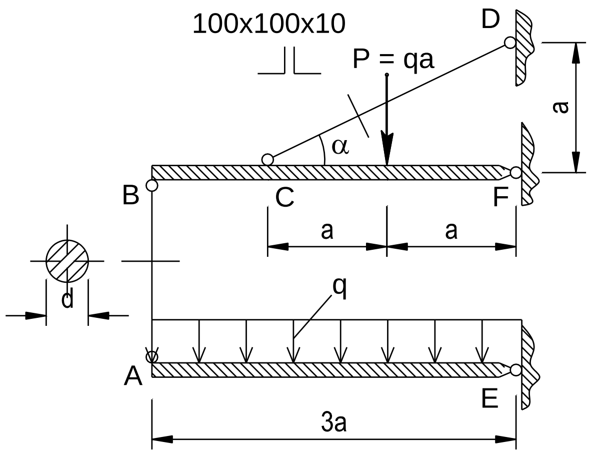
Thay số ta được: $F_2 \ge \dfrac{\sqrt{3}.8.40}{2.16} = 17,32(cm^2)$

Tương tự: $F_3 \ge \dfrac{\sqrt{3}qa}{2.[\sigma]} = 17,32(cm^2)$

Vậy tra bảng ta được thanh thép số 2 và 3 cùng là thép chữ IN^o14 có F = 18,9 cm^2.

Bài 2.6. Cho hệ thống thanh chịu lực (Hình 2.6). Xác định tải trọng cho phép [q]

Biết: P = qa, a = 1,5 m, d = 10 cm, [σ] = 16000 N/cm^2.

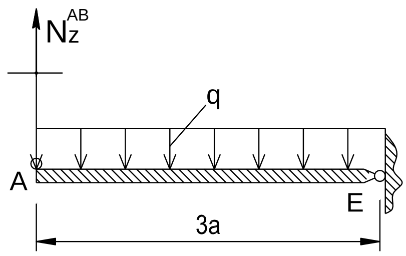


Hình 2.6a

Sử dụng 2 mặt cắt (1-1) và (2-2) để cắt các thanh treo AB và CD

Nội lực trong thanh treo AB là lực dọc N_z^{AB}

Nội lực trong thanh treo CD là lực dọc N_z^{CD}



Hình 2.6b

Trước tiên ta xét sự cân bằng của thanh AE

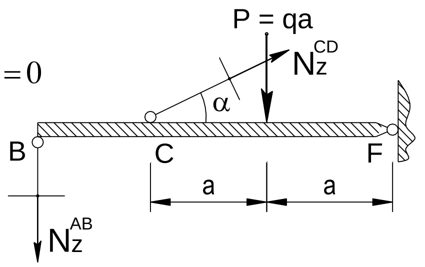
Phương trình: $\sum M_E = q.3a.\dfrac{3}{2}a - N_z^{AB}.3a = 0$

$\rightarrow N_z^{AB} = \dfrac{3}{2}qa > 0$ (Thanh AB chịu kéo)

Xét sự cân bằng của thanh BF

Phương trình cân bằng:

$$\sum M_F = N_Z^{AB}.3a + P.a - N_Z^{CD}.2a.\sin\alpha = 0$$



Hình 2.6c

$$\rightarrow \frac{3}{2}qa.3a + qa.a - N_Z^{CD}.2a.\sin\alpha = 0$$

$$\rightarrow \frac{11}{2}qa^2. - N_Z^{CD}.2a.\sin\alpha = 0$$

$$\rightarrow N_Z^{CD} = \frac{11qa}{4.\sin\alpha}$$ Với $\sin\alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2+(2a)^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$$N_Z^{CD} = \frac{11\sqrt{5}qa}{4} > 0$$

Ứng suất pháp trên các thanh AB và CD:

$$\sigma_Z^{AB} = \frac{N_Z^{AB}}{F_{AB}} = \frac{3qa}{2.\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{6qa}{\pi d^2}$$

$$\sigma_Z^{CD} = \frac{N_Z^{CD}}{F_{CD}} = \frac{11\sqrt{5}.qa}{4F_{CD}}$$

Theo điều kiện bền ta có:

Thanh AB:

$$\left|\sigma_Z^{AB}\right| = \frac{6qa}{\pi d^2} \le [\sigma] \rightarrow q \le \frac{\pi d^2.[\sigma]}{6a}$$

Thay số ta được: $q \le \frac{\pi.5^2.16}{6.150} = 1{,}395$ KN/cm

Thanh CD: FCD = 19,2.2 = 38,4 cm^2

$$\left|\sigma_Z^{CD}\right| = \frac{11\sqrt{5}.qa}{4.F_{CD}} \le [\sigma] \rightarrow q \le \frac{4.F_{CD}.[\sigma]}{11\sqrt{5}.a}$$

Thay số ta được: $q \le \frac{4.19{,}2.2.16}{11\sqrt{5}.150} = 0{,}666$ KN/cm

Vậy tải trọng cho phép là: [q] = 0,666 KN/cm

Bài 2.7. Vẽ biểu đồ lực dọc, ứng suất và chuyển vị của thanh chịu lực như trên Hình 2.7a.

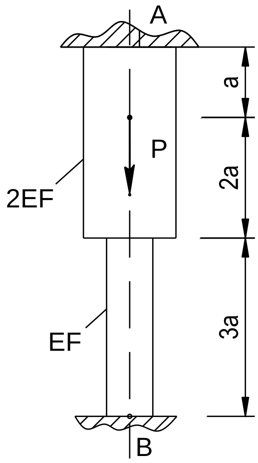
Ta thấy tại 2 đầu A và B của thanh điều bị ngàm chặt.

Theo lý thuyết tại A và B đều xuất hiện 2 thành phần phản lực dọc trục. Z_A, Z_B

Xét cân bằng cho thanh AB:

Phương trình: $\sum F_z = Z_A - P - P + Z_B = 0$

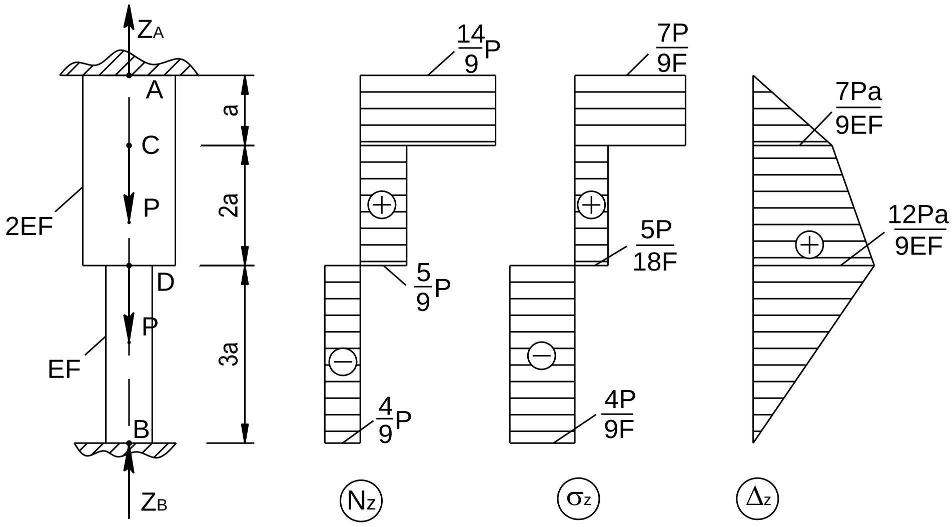
Ta thấy trong phương trình trên có tới 2 ẩn số, như vậy bài toán này là bài toán siêu tĩnh bậc 1.



Hình 2.7a

Để giải quyết bài toán này ta cần lập thêm 1 phương trình biến dạng bổ xung cho thanh.

Phá bỏ ngàm tại đầu B và thay vào đó 1 thành phần phản lực là Z_B.



Hình 2.7b

Sử dụng phương pháp mặt cắt ta tìm được lực dọc trên các đoạn lần lượt là.

$N_z^{DB} = -Z_B$; $N_z^{CD} = P - Z_B$; $N_z^{AC} = 2P - Z_B$

Để thanh AB sau khi loại bỏ đầu ngàm B tương đương về biến dạng như thanh lúc ban đầu thì $\Delta l_{AB} = 0$

Độ co giãn giữa 2 đầu AB của thanh:

$$\Delta l_{AB} = \Delta l_{AC} + \Delta l_{CD} + \Delta l_{DB}$$

$$\Delta l_{AB} = \left(\frac{N_z l}{EF}\right)_{AC} + \left(\frac{N_z l}{EF}\right)_{CD} + \left(\frac{N_z l}{EF}\right)_{DB}$$

$$\Delta l_{AB} = \frac{(2P - Z_B)a}{2EF} + \frac{(P - Z_B)2a}{2EF} - \frac{Z_B 3a}{EF}$$

$$\rightarrow \frac{(2P - Z_B)a}{2EF} + \frac{(P - Z_B)2a}{2EF} - \frac{Z_B 3a}{EF} = 0$$

Giải PT trên ta tìm được: $Z_B = \frac{4}{9}P$.

$$\rightarrow N_Z^{DB} = -\frac{4}{9}P \;\; ; \;\; N_Z^{CD} = \frac{5}{9}P \;\; ; \;\; N_Z^{AC} = \frac{14}{9}P$$

$\rightarrow$ Vẽ được biểu đồ lực dọc N_z

Ứng suất pháp trên các đoạn AC, CD, DB

$$\sigma_Z^{DB} = -\frac{4P}{9F} \;\; ; \;\; \sigma_Z^{CD} = \frac{5P}{18F} \;\; ; \;\; \sigma_Z^{AC} = \frac{14P}{18F} = \frac{7P}{9F}$$

$\rightarrow$ Vẽ biểu đồ ứng suất pháp σ_z

Chọn A làm gốc

Do thanh không tồn tại lực phân bố nên biểu đồ chuyển vị là các đường thẳng bậc nhất.

$$\Delta_Z^C = \Delta l_{AC} = \left(\frac{N_z l}{EF}\right)_{AC} = \frac{14Pa}{9.2EF} = \frac{7Pa}{9EF}$$

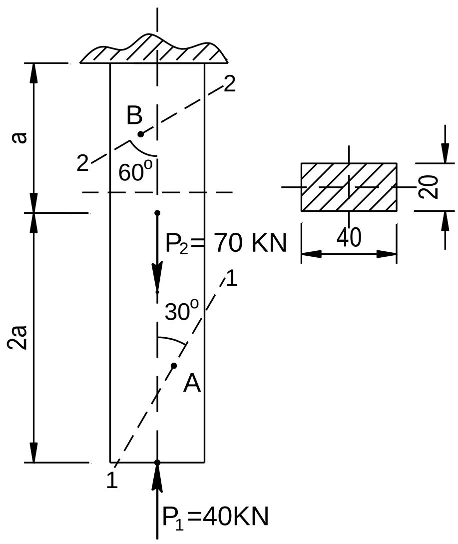
$$\Delta_Z^D = \Delta l_{AD} = \Delta l_{AC} + \Delta l_{CD} = \frac{7Pa}{9EF} + \frac{5P2a}{92EF} = \frac{12Pa}{9EF}$$

$$\Delta_Z^B = 0$$

$\rightarrow$ Ta vẽ được biểu đồ chuyển vị Δ_Z

Bài 2.8.

Tính ứng suất pháp trên mặt cắt xiên (1-1) đi qua điểm A và ứng suất tiếp trên mặt cắt xiên (2-2) đi qua điểm B như (Hình 2.8)



Hình 2.8

Sử dụng phương pháp mặt cắt ta tính được lực doc cho 2 đoạn:

$N_z^1 = -P_1 = -40$ KN

$N_z^2 = P_2 - P_1 = 70 - 40 = 30$ KN

Ứng suất pháp:

$\sigma_z^1 = \frac{N_z^1}{F} = -\frac{40}{4.2} = -5$ KN/cm^2

$\sigma_z^2 = \frac{N_z^2}{F} = \frac{30}{4.2} = 3,75$ KN/cm^2

Tại điểm A thuộc đoạn số 1, ứng suất pháp trên mặt cắt xiên được tính theo công thức:

$$\sigma_\alpha^A = \frac{1}{2}\sigma_z^1\left(1-\cos 2\alpha\right) = -\frac{1}{2}.5\left(1-\cos 120\right)$$

Với α = 60^o

$\sigma_\alpha^A = -3,75$ KN/cm^2

Ứng suất tiếp tại điểm B trên mặt cắt xiên được xác định theo công thức.

$$\tau_\alpha^B = \frac{1}{2}\sigma_z^2 \sin 2\alpha = \frac{1}{2}.3,75\sin 60$$

Với α = 30^o

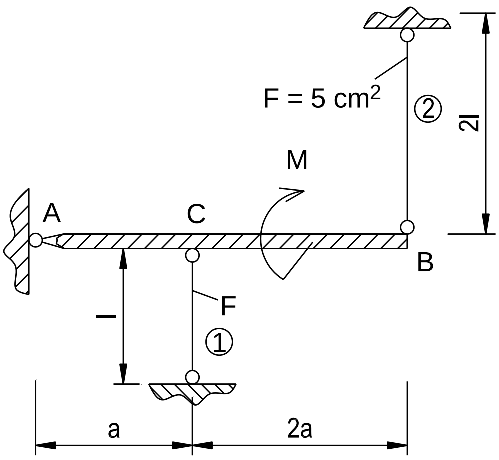
$\tau_\alpha^B = 1,623$ KN/cm^2

Bài 2.9.

Cho kết cấu chịu kéo nén đúng tâm như hình vẽ (Hình 2.8).

Thanh AB tuyệt đối cứng được giữ bởi các thanh treo bằng thép.

Xác định trị số cho phép của tải trọng M biết [σ] = 150 MN/m^2, E = 2.10^4 KN/cm^2.



Hình 2.9a

Ta dùng 2 mặt cắt (1-1) và (2-2) để cắt đồng thời 2 thanh 1 và 2.

Đi xét cân bằng cho thanh AB.

Phương trình : $\sum M_A = N_z^1.a + M - N_z^2.3a = 0$

Trong phương trình trên có 2 ẩn số, đây là bài toán siêu tĩnh bậc 1.

Dựa vào sự biến dạng của hệ khi chịu lực ta có được mối liên hệ:

Phương trình biến dạng: $\frac{CC'}{BB'} = \frac{AC}{AB} = \frac{a}{3a}$

Với $CC' = \Delta l_1$; $BB' = \Delta l_2$

Do 1 trong 2 thanh 1 và 2 có 1 thanh chịu kéo và 1 thanh chịu nén.

$\frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} = -\frac{1}{3} \rightarrow \Delta l_2 = -3\Delta l_1$

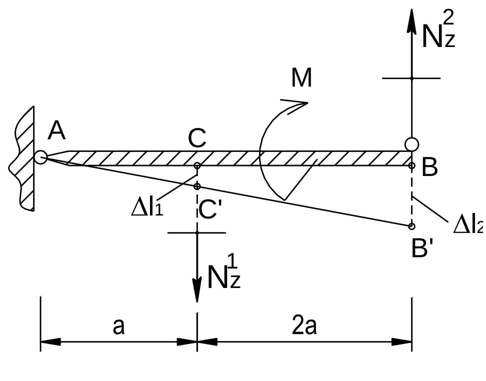
Ta suy ra: $\frac{N_z^2 2l}{EF} = -3\frac{N_z^1 l}{EF}$

$\rightarrow 2N_z^2 = -3N_z^1$

Hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2N_z^2 = -3N_z^1 \\ N_z^1.a + M - N_z^2.3a = 0 \end{cases}$$

Kết quả: $N_z^1 = \frac{-2M}{11a}$; $N_z^2 = \frac{3M}{11a}$



Hình 2.9b

Ứng suất pháp trên các thanh: $\sigma_z^1 = \frac{-2M}{11aF}$; $\sigma_z^2 = \frac{3M}{11aF}$

Theo điều kiện bền ta có:

$$\begin{cases} \left|\sigma_z^1\right| = \dfrac{2M}{11aF} \le [\sigma] \\ \left|\sigma_z^2\right| = \dfrac{3M}{11aF} \le [\sigma] \end{cases} \rightarrow \begin{cases} M \le \dfrac{[\sigma].11aF}{2} \\ M \le \dfrac{[\sigma].11aF}{3} \end{cases}$$

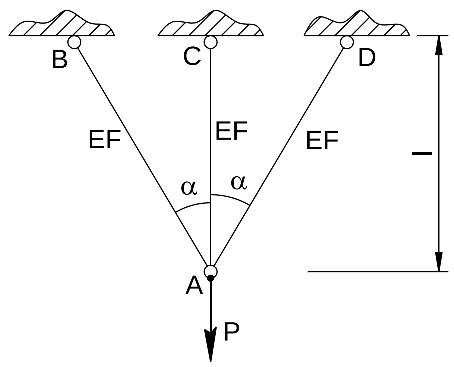
$$\rightarrow M \le \frac{[\sigma].11aF}{3} = \frac{15.11.100.5}{3} = 27500 \text{ KN.cm}$$

Vậy tải trọng cho phép [M] = 27500 KN.cm

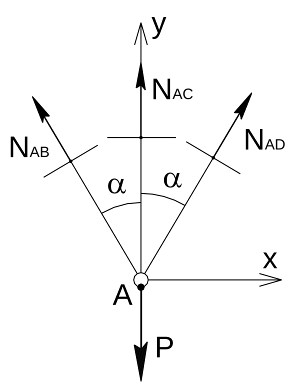
Bài 2.10.

Cho một hệ gồm 3 thanh thép cùng loại có mặt cắt ngang như hình (Hình 2.10a). Biết F = 4 cm^2, vật liệu có $[\sigma] = 150$ MN/m^2, $\alpha = 30^o$, l = 2 m.

Xác định tải trọng cho phép [P] để thanh thỏa mãn điều kiện bền. Với tải trọng tìm được tính chuyển vị thẳng đứng tại điểm A.



Hình 2.10a



Chọn hệ trục tọa độ phẳng Oxy.

Dùng 3 mặt cắt (1-1), (2-2) và (3-3) đồng thời cắt các thanh AB, AC và AD.

Trên mặt cắt xuất hiện các thành phần lực dọc N_{AB}, N_{AC}, N_{AD}.

Xét cân bằng tại điểm nút A.

Phương trình:

$$\sum F_x = N_{AB}.\sin\alpha - N_{AD}.\sin\alpha = 0$$

$\rightarrow N_{AB} = N_{AD}$

$\sum F_Y = N_{AB}.\cos\alpha + N_{AD}.\cos\alpha + N_{AC} - P = 0$

$\rightarrow N_{AB}\dfrac{\sqrt{3}}{2} + N_{AD}\dfrac{\sqrt{3}}{2} + N_{AC} - P = 0$

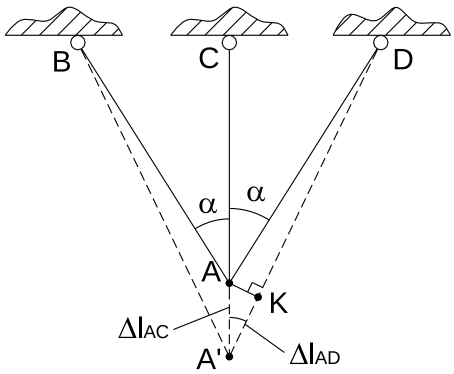
Ta thấy đây là 1 hệ gồm có 2 PT nhưng có 3 ẩn số $\rightarrow$ Đây là bài toán siêu tĩnh bậc 1

Cần lập thêm 1 phương trình bổ xung.

Khi chịu lực $\rightarrow$ Điểm A dịch chuyển tới A'

Kẻ AK vuông góc với A'D

Dựa vào sự biến dạng của hệ ta tìm được mối quan hệ.



$\cos\alpha = \dfrac{A'K}{A'A} = \dfrac{\Delta l_{AD}}{\Delta l_{AC}} \quad \rightarrow \Delta l_{AD} = \Delta l_{AC}\cos\alpha$

Hay: $\dfrac{N_{AD} l_{AD}}{EF} = \dfrac{N_{AC} l_{AC}}{EF}\cos\alpha$

Với $l_{AC} = l$; $l_{AD} = {l}/{\cos\alpha} = \dfrac{2l}{\sqrt{3}} \rightarrow N_{AD} = \dfrac{3}{2}N_{AC}$

Ta có hệ PT: $\begin{cases} N_{AB} = N_{AD} \\ N_{AB}\dfrac{\sqrt{3}}{2} + N_{AD}\dfrac{\sqrt{3}}{2} + N_{AC} - P = 0 \\ N_{AD} = \dfrac{3}{2}N_{AC} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} N_{AB} = N_{AD} = \dfrac{3P}{3\sqrt{3}+2} \\ N_{AC} = \dfrac{2P}{3\sqrt{3}+2} \end{cases}$

Ứng suất pháp trên 3 thanh: $\sigma_z^{AD} = \sigma_z^{AD} = \dfrac{3P}{(3\sqrt{3}+2).F}$;

$\sigma_z^{AC} = \dfrac{2P}{(3\sqrt{3}+2).F}$

Ứng suất pháp lớn nhất: $|\sigma_z|_{\max} = \sigma_z^{AD} = \sigma_z^{AD} = \dfrac{3P}{(3\sqrt{3}+2).F}$

Dựa vào điều kiện bền: $|\sigma_z|_{\max} = \dfrac{3P}{(3\sqrt{3}+2).F} \le [\sigma]$

$\rightarrow P \le \dfrac{[\sigma].(3\sqrt{3}+2).F}{3}$

Thay số: $P \le \dfrac{15.(3\sqrt{3}+2).4}{3} = 143{,}923$ KN

Vậy tải trọng cho phép [P] = 143,923 KN

Với tải trọng [P] tìm được tính chuyển vị thẳng đứng tại A

Chuyển vị thẳng đứng tại A: $AA' = \Delta l_{AC} = \left(\dfrac{N_{AC}l}{EF}\right)_{AC}$

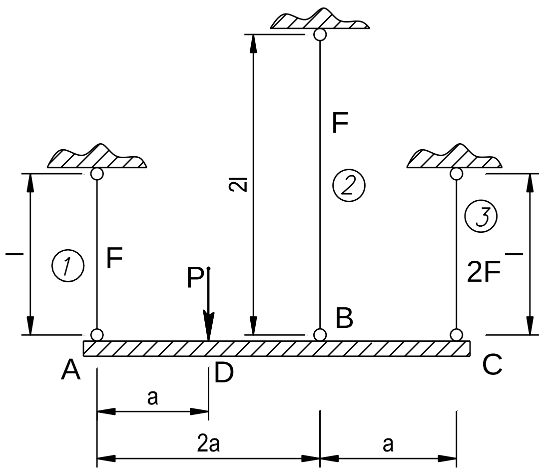
Thay vào ta có: $AA' = \dfrac{1}{EF}.\dfrac{2Pl}{3\sqrt{3}+2} = \dfrac{2.143{,}923.200}{2.10^4.4.(3\sqrt{3}+2)} = 0{,}0999$ cm.

Vậy chuyển vị thẳng đứng tại A: AA’ = 0,0999 cm.

Bài 2.11.

Cho một hệ như hình (Hình 2.11). Thanh AC tuyệt đối cứng, chiều dài thanh 1 và 3 bằng l, thanh 2 bằng 2l. Tất cả các thanh đều làm từ cùng loại vật liệu.

1) Tính tải trọng cho phép [P] theo điều kiện bền khi đặt P tại D cách A một khoảng bằng a. Biết F = 6

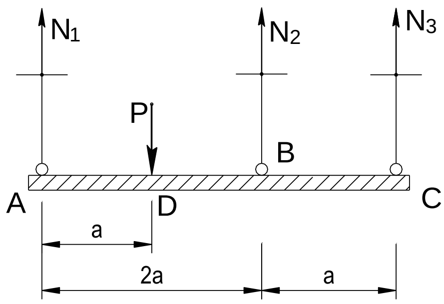


Hình 2.11

cm^2, [σ] = 160 MN/m^2

2) Xác định vị trí điểm đặt lực P (a = ?) để thanh AC chỉ có dịch chuyển tịnh tiến và xác định nội lực của các thanh treo trong trường hợp này.

1) Xác định tải trọng cho phép [P]



Sử dụng đồng thời 3 mặt cắt (1-1), (2-2) và (3-3) cắt các thanh 1, 2 và 3

Xét cân bằng phần bên dưới của hệ.

Trên mặt cắt ngang xuất hiện các thành phần lực dọc là N_1, N_2, N_3

Ta có hệ lực cân bằng (N_1, N_2, N_3, P) = 0

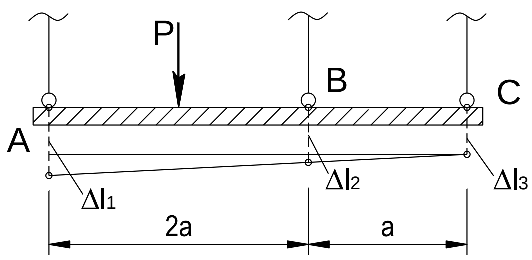
Hệ PT cân bằng:

$\sum F_Y = N_1 + N_2 + N_3 - P = 0$

$\sum M_A = N_2.2a - P.a + N_3 3a = 0$

Như vậy số phương trình lập được ở hệ lực trên là 2, mà số ẩn cần tìm là 3 $\rightarrow$ Đây là bài toán siêu tĩnh bậc 1.

Từ biến dạng của hệ ta có mối quan hệ như sau:



$$\frac{\Delta l_2 - \Delta l_3}{\Delta l_1 - \Delta l_3} = \frac{CB}{AC} = \frac{1}{3}$$

$$\rightarrow 3\left(\Delta l_2 - \Delta l_3\right) = \Delta l_1 - \Delta l_3$$

$$\Delta l_1 - 3\Delta l_2 + 2\Delta l_3 = 0$$

Áp dụng công thức tính độ co giãn của thanh chịu kéo nén đúng tâm ta được:

$$\frac{N_1.l}{EF}-3\frac{N_2.2l}{EF}+2\frac{N_3.l}{2EF}=0\to N_1-6N_2+N_3=0$$

Giải hệ 3 phương trình trên ta tìm được:

$$\to N_1=\frac{13}{21}P;N_2=\frac{1}{7}P;N_3=\frac{5}{21}P$$

Ứng suất pháp trong các thanh 1, 2 và 3 lần lượt là:

$$\sigma_z^1=\frac{13P}{21F};\sigma_z^2=\frac{P}{7F};\sigma_z^3=\frac{5P}{21F}$$

Ứng suất pháp lớn nhất trong thanh:

$$|\sigma_z|_{max}=\sigma_z^1=\frac{13P}{21F}$$

Theo điều kiện bền ta có:

$$|\sigma_z|_{max}=\frac{13P}{21F}\le[\sigma]\to P\le\frac{21F.[\sigma]}{13}$$

Thay số ta tìm được: $P\le\frac{21.6.16}{13}=155{,}076$ KN

2) Xác định vị trí của điểm đặt lực P sao cho thanh AC chỉ có dịch chuyển tịnh tiến.

Để thanh AC chỉ có dịch chuyển tịnh tiến thì:

$$\Delta l_1=\Delta l_3=\Delta l_3$$

$$\to\frac{N_1.l}{EF}=\frac{N_2.2l}{EF}=\frac{N_3.l}{2EF}$$

$N_1=2N_2$; $2N_2=\frac{N_3}{2}$

Mặt khác ta luôn có mối quan hệ cân bằng:

$$\sum F_Y=N_1+N_2+N_3-P=0$$

Thế vào PT trên ta được: $2N_2+N_2+4N_2-P=0$

$$\to N_2=\frac{1}{7}P;N_1=\frac{2}{7}P;N_3=\frac{4}{7}P$$

Sử dụng điều kiện cân bằng cho thanh AC:

$$\sum M_A=N_2.2a-P.x+N_3 3a=0$$

$$\frac{1}{7}P.2a - P.x + \frac{4}{7}P.3a = 0$$

$$\rightarrow x = 2a$$

Vậy ta cần đặt lực P cách A một khoảng x = 2a (Tại điểm B)

III. BÀI TẬP TỰ GIẢI

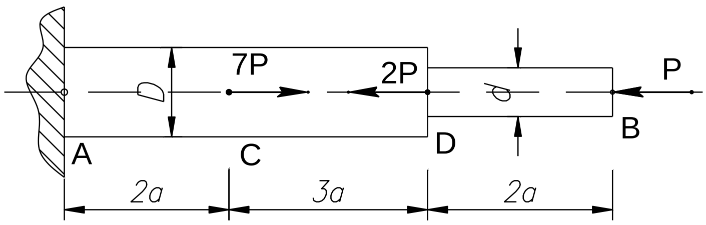
Bài 2.1.

Cho thanh chịu lực như hình vẽ:

Biết: P = 110 KN, D = 2d = 10 cm, a = 1 m, E = 2.10^5 MN/m^2, [σ] = 15 KN/cm^2, [ε] = 2.10^{-3}.

Hãy kiểm tra bền và cứng cho thanh.

Tính độ co giãn giữa 2 đầu thanh Δl_{AB}.



Hình 2.12

Hướng dẫn:

Chia thanh làm 3 đoạn: AC, CD, DB

Lực dọc: $N_z^1 = 4P; N_z^2 = -3P; N_z^3 = -P$

Ứng suất pháp: $\sigma_z^{AC} = \dfrac{4P}{\pi d^2}; \sigma_z^{CD} = -\dfrac{3P}{\pi d^2}; \sigma_z^{DB} = -\dfrac{4P}{\pi d^2}$

Ứng suất pháp lớn nhất trên thanh:

$$\left|\sigma_z\right|_{\max} = \frac{4P}{\pi d^2} = \frac{4.110}{\pi .5^2} = 5,605 < \left[\sigma\right]$$

Biến dạng dọc lớn nhất:

$$\left|\varepsilon_z\right|_{\max} = \frac{4P}{E\pi d^2} = \frac{4.110}{2.10^4 \pi .5^2} = 2,802.10^{-4} < \left[\varepsilon\right]$$

Độ co giãn giữa 2 đầu AB: $\Delta l_{AB} = -\dfrac{8Pa}{E\pi d^2} = -0,056$ cm

Bài 2.2.

Cho thanh chịu lực như hình vẽ:

Cho biết: F = 10 cm^2, a = 1 m, E = 2.10^7 N/cm^2, [σ] = 140 MN/m^2, [Δl] = 0,3 cm.

Hãy tính tải trọng cho phép [P].

Hướng dẫn:

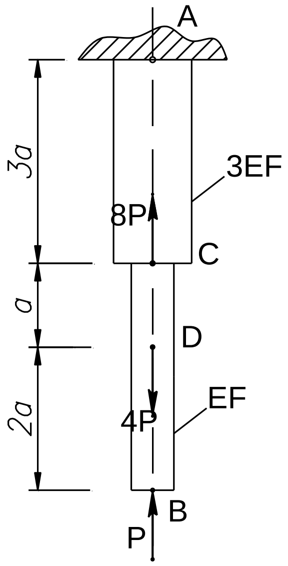
Chia thanh làm 3 đoạn: AC, CD, DB

Lực dọc: $N_z^1 = -5P; N_z^2 = 3P; N_z^3 = -P$

Ứng suất pháp:

$\sigma_z^{AC} = -\frac{5P}{3F}; \sigma_z^{CD} = \frac{3P}{F}; \sigma_z^{DB} = -\frac{P}{F}$

Theo điều kiện bền:



Hình 2.13

$$\left|\sigma_z\right|_{\max} = \frac{3P}{F} \le [\sigma] \to P \le \frac{F[\sigma]}{3} = \frac{10.14}{3} = 46,666 \text{ KN}$$

Theo điều kiện cứng: $\left|\Delta l_{AB}\right| = \left|-\frac{4Pa}{EF}\right| \le [\Delta l] \to P \le \frac{[\Delta l].EF}{4a} = 150$ KN

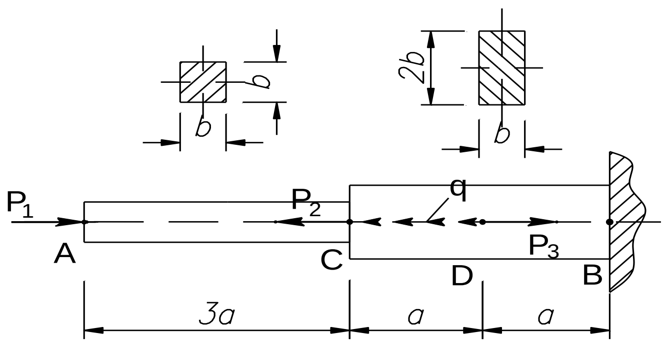
Vậy tải trọng cho phép [P] = 46,666 KN

Bài 2.3.

Cho thanh chịu lực như hình vẽ:

Cho biết: P_1 = 20 KN, P_2 = 70 KN, P_3 = 30 KN, q = 20 KN/m, a = 1 m, E = 2.10^5 MN/m^2, [σ] = 10 KN/cm^2, [ε] = 2.10^{-4}.

Hãy tìm kích thước b của mặt cắt ngang.



Hình 2.14

Hướng dẫn:

Chia thanh làm 3 đoạn: AC, CD, DB

Lực dọc:

$N_z^1 = -P_1 = -20$

$N_z^2 = P_2 - P_1 + q(z - 3a) = 50 + 0,2(z - 3a)$

$N_z^3 = -P_1 + P_2 + qa - P_3 = 40$

Ứng suất pháp: $\sigma_z^{AC} = -\dfrac{20}{b^2}$; $\sigma_z^{CD} = \dfrac{50 + 0,2(z - 3a)}{2b^2}$; $\sigma_z^{DB} = \dfrac{40}{2b^2}$

Từ điều kiện bền: $\left|\sigma_z\right|_{\max} = \dfrac{70}{2b^2} \le [\sigma] \to b \le \sqrt{\dfrac{70}{2.[\sigma]}} = 1,87$ cm

Biến dạng dọc: $\varepsilon_z^{AC} = -\dfrac{20}{Eb^2}$; $\varepsilon_z^{CD} = \dfrac{50 + 0,2(z - 3a)}{2Eb^2}$;

$\varepsilon_z^{DB} = \dfrac{40}{2Eb^2}$

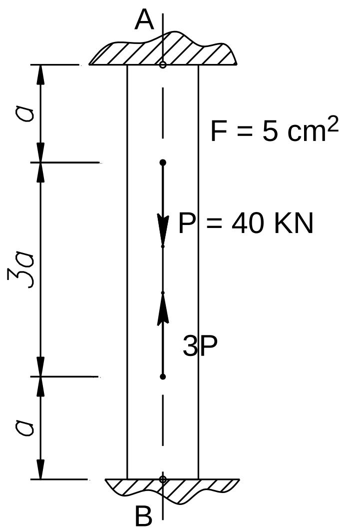
Từ điều kiện cứng: $\left|\varepsilon_{\max}\right| = \left|\dfrac{70}{2Eb^2}\right| \le [\varepsilon] \to b \ge \sqrt{\dfrac{70}{2E[\varepsilon]}} = 2,96$ cm

Vậy kích thước của mặt cắt b = 2,96 cm.

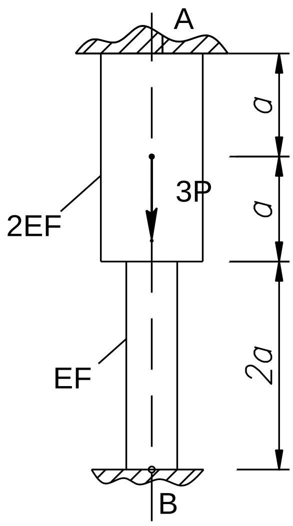
Bài 2.4.

Cho thanh chịu lực như hình vẽ:

Hãy vẽ biểu đồ nội lực, ứng suất, chuyển vị.



Hình 2.15a



Hình 2.15b

a) Tháo bỏ ngàm tại B, thay thế bằng phản lực Y_B

Lực dọc: $N_z^1 = Y_B; N_z^2 = Y_B - 3P; N_z^3 = Y_B - 2P$

PT biến dạng: $\Delta l_{AB} = 0$

$\rightarrow Y_B = \dfrac{11}{5}P$

Kết quả lực dọc: $N_z^1 = \dfrac{11P}{5}; N_z^2 = -\dfrac{4P}{5}; N_z^3 = \dfrac{P}{5}$

Kết quả ứng suất: $\sigma_z^1 = \dfrac{11P}{5F}; \sigma_z^2 = -\dfrac{4P}{5F}; \sigma_z^3 = \dfrac{P}{5F}$

Biểu đồ chuyển vị: Chọn điểm A làm gốc vì $\Delta z^A = 0$

b) Tháo bỏ ngàm tại B, thay thế bằng phản lực Y_B

Lực dọc: $N_z^1 = -Y_B; N_z^2 = -Y_B; N_z^3 = 3P - Y_B$

PT biến dạng: $\Delta l_{AB} = 0$

$$\rightarrow \frac{-Y_B.2a}{EF} + \frac{-Y_B.a}{3EF} + \frac{(3P - Y_B).a}{3EF} = 0$$

Giải PT trên ta được: $Y_B = \frac{3}{8}P$

Kết quả lực dọc: $N_z^1 = -\frac{3P}{8}; N_z^2 = -\frac{P}{8}; N_z^3 = \frac{21P}{8}$

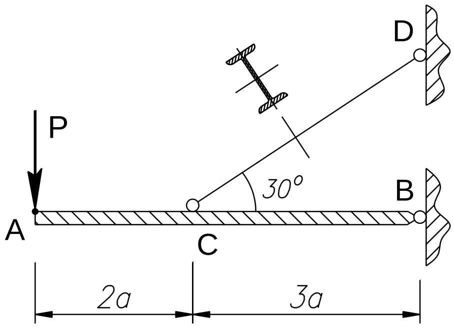
Kết quả ứng suất: $\sigma_z^1 = -\frac{3P}{8F}; \sigma_z^2 = -\frac{P}{8F}; \sigma_z^3 = \frac{7P}{8F}$

Biểu đồ chuyển vị: Chọn điểm A làm gốc vì $\Delta z^A = 0$, Tính chuyển vị tại lần lượt các điểm theo công thức độ co giãn Δl.

Bài 2.5. Cho kết cấu gồm có thanh AB tuyệt đối cứng chịu liên kết khớp tại B và giằng bởi thanh CD như hình. Thanh giằng CD làm bằng thép chữ I có mô đun đàn hồi E.

Biết: P = 150 KN, [σ] = 15 KN/cm^2, E = 2.10^{11} N/m^2, a = 1 m.

Hãy xác định số hiệu của thanh giằng CD. Với số hiệu tìm được, tính chuyển vị thẳng đứng tại điểm A.



Hình 2.16

Hướng dẫn:

Dùng mặt cắt (1-1) để cắt thanh CD, trên thanh CD

Xét cân bằng thanh AB:

$$\sum M_B = P.5a - N_{CD}3a\sin 30 = 0 \rightarrow N_{CD} = \frac{10}{3}P$$

Ứng suất pháp: $\sigma_z^{BD} = \frac{10P}{3F}$

Theo điều kiện bền:

$$\left|\sigma_z^{CD}\right| = \frac{10P}{3F} \le \left[\sigma\right] \to F \ge \frac{10P}{3\left[\sigma\right]} = \frac{10.150}{3.15} = 33,333 \text{ cm}^2$$

Tra bảng thép hình chữ I ta chọn được: IN^o24 có F = 34,8 cm^2

Gọi C’ và A’ là các điểm dịch chuyển của C và A sau khi biến dạng

$$\frac{CC'}{AA'} = \frac{3a}{5a} \to AA' = \frac{5}{3}CC'$$

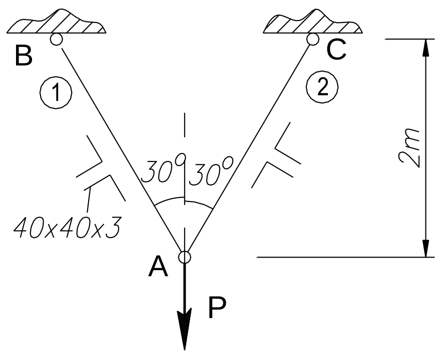
$$CC' = \frac{\Delta l_{CD}}{\sin 30} = 2\left(\frac{N_{CD}.l}{EF}\right) = \frac{40Pa}{\sqrt{3}EF}$$

$$AA' = \frac{5.40Pa}{3\sqrt{3}EF} = \frac{5.40.150.100}{3\sqrt{3}.2.10^4.34,8} = 0,829 \text{ cm.}$$

Bài 2.6. Cho hệ gồm 2 thanh AB và AC liên kết khớp với nhau tại A như hình:

Cho biết rằng: $[\sigma]$ = 15 KN/cm^2, E = 2.10^4 kN/cm^2.

Hãy tìm tải trọng cho phép [P]. Với giá trị [P] tìm được, tính chuyển vị thẳng đứng tại điểm A.



Hình 2.17

Hướng dẫn:

Dùng mặt cắt (1-1) và (2-2) để cắt thanh AB, AC: Lực dọc trên mặt cắt ngang N_{AB}, N_{AC}

Xét cân bằng tại điểm A ta tìm được

$$N_{AB} = N_{AB} = \frac{P}{\sqrt{3}}$$

Ứng suất pháp: $\sigma_z^{AB} = \sigma_z^{AC} = \dfrac{P}{\sqrt{3}F}$

Theo điều kiện bền: $\left|\sigma_z\right|_{\max} = \dfrac{P}{\sqrt{3}F} \le [\sigma] \rightarrow P \le \sqrt{3}F[\sigma] = 122{,}1$ KN/cm^2

Vậy tải trọng cho phép [P] = 122,1 KN

Gọi A' là điểm dịch chuyển của A sau khi biến dạng:

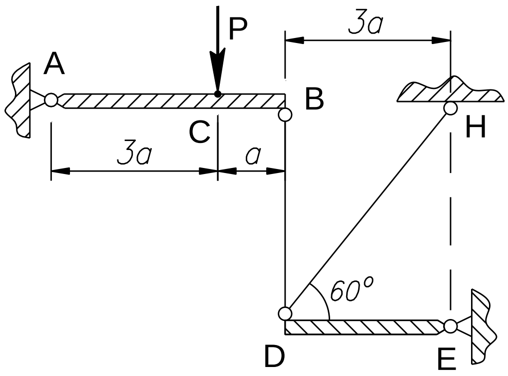
AA' là chuyển vị ta cần tìm

$$AA' = \frac{\Delta l_{AC}}{\cos 30} = \frac{2}{\sqrt{3}}\left(\frac{N_{AC}l}{EF}\right) = \frac{P.800}{3\sqrt{3}EF}$$

$$AA' = \frac{122{,}1.800}{3\sqrt{3}.2.10^4.4{,}7} = 0{,}2 \text{ cm}$$

Bài 2.7. Cho hệ gồm 2 thanh AB, DE là cứng tuyệt đối, các thanh giằng BD và DH có cùng diện tích mặt cắt ngang F = 10 cm^2, ứng suất cho phép [σ] = 140 MN/m^2.

Hãy xác định [P] theo điều kiện bền.



Hình 2.18

Hướng dẫn:

Dùng đồng thời các mặt cắt để cắt thanh BD và DH.

Xét cân bằng thanh AB:

$$\sum M_A = P.3a + N_{BD}4a = 0 \rightarrow N_{BD} = -\frac{3}{4}P$$

Xét cân bằng thanh DE:

$$\sum M_E = N_{BD}3a + N_{DH}3a\sin 60 = 0 \rightarrow N_{DH} = -\frac{2}{\sqrt{3}}N_{BD}$$

$$N_{DH} = \frac{\sqrt{3}}{2}P$$

Ứng suất pháp: $\sigma_z^{BD} = -\frac{3P}{4F}; \sigma_z^{DH} = \frac{\sqrt{3}P}{2F}$

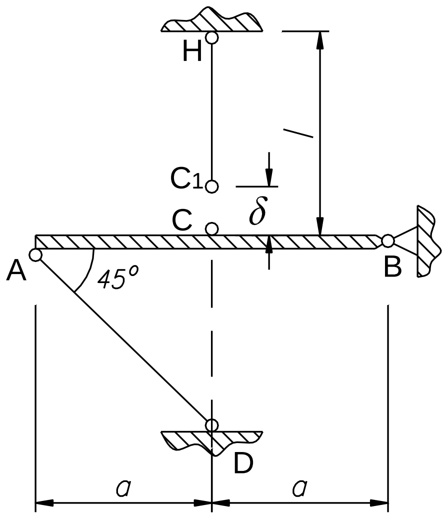
Theo điều kiện bền:

$$|\sigma_z|_{\max} = \frac{\sqrt{3}P}{2F} \le [\sigma] \rightarrow P \le \frac{2F[\sigma]}{\sqrt{3}} = \frac{2.25.12}{\sqrt{3}} = 346,41 \text{ KN}$$

Vậy tải trọng cho phép [P] = 346,41 KN

Bài 2.8. Cho kết cấu gồm thanh tuyệt đối cứng AB và các thanh giằng AD, HC1 như (Hình 2.19). Các thanh AD và HC_1 làm từ cùng vật liệu E và có cùng mặt cắt F. Do sai số gia công, khi thực hiện nối C với C_1 thì trong các thanh giằng phát sinh nội lực.

Hãy xác định khe hở δ để ứng suất trong các thanh giằng không vượt qua ứng suất cho phép [σ]. Cho [σ] = 10 KN/cm^2, E = 2.10^4 KN/cm^2, F = 20 cm^2, a = 1,5 m, l = 2 m.



Hình 2.19

Hướng dẫn:

Khi nối C và C_1, trong thanh CH và AD sẽ xuất hiện các thành phần lực dọc N_{CH}, N_{AD}

Xét cân bằng thanh AB:

$$\sum M_A = N_{CH}a - N_{AD}2a\sin 45 = 0 \rightarrow N_{CH} = N_{AD}\sqrt{2}$$

Xét quan hệ hình học của biến dạng giữa trạng thái trước và sau khi nối điểm C và C_1

$CC_2 + C_2C_1 = \delta$

C_2: Là điểm dịch chuyển của C khi nối C và C_1

CC_2: Là chuyển vị của C trên thanh AB

C_2C_1: Độ giãn dài của thanh C_1H

Ta tìm được lực dọc:

$$N_{CH} = \frac{\sqrt{2}EF\delta}{\sqrt{2}h + a}\ ;\ N_{AD} = \frac{EF\delta}{\sqrt{2}h + a}$$

Theo điều kiện bền:

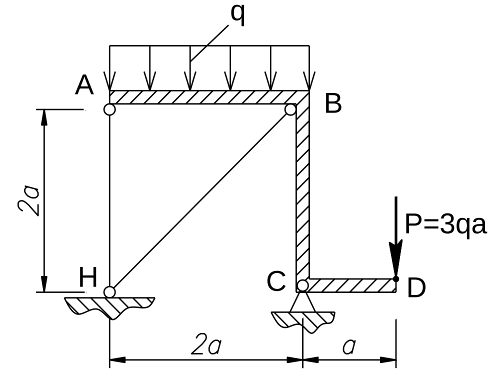
$$\left|\sigma_z\right|_{\max} = \frac{\sqrt{2}E\delta}{\sqrt{2}h + a} \le [\sigma] \rightarrow \delta \le \frac{\left(\sqrt{2}h + a\right)[\sigma]}{\sqrt{2}E} = 0{,}1530 \text{ cm}$$

Vậy δ = 0,153 cm

Bài 2.9. Cho kết cấu gồm có thanh gãy khúc ABCD tuyệt đối cứng được đặt trên gối đỡ C và giằng bởi 2 thanh AH và BH như hình H.4. Thanh AH có diện tích mặt cắt ngang F_1, thanh BH có diện tích mặt cắt ngang F_2. Các thanh có mô đun đàn hồi E.

Cho biết: [σ] = 11 KN/cm^2, F_1 = 20 cm^2, F_2 = 30 cm^2, a = 1,5 m.

Hãy xác định tải trọng cho phép [q] theo điều kiện bền. Với tải trọng [q] tìm được, tính chuyển vị thẳng đứng tại điểm D.



Hình 2.20

Hướng dẫn:

Xét cân bằng cho thanh ABCD

PTCB:

$$\sum M_C = Pa - q.2a.a - N_{AD}.2a - N_{BH}.a\sqrt{2} = 0$$

Mối quan hệ về biến dạng:

$$\Delta l_{AH} = \Delta l_{BH}.\sqrt{2} \to N_{AH} = \frac{4}{3}N_{BH}$$

Giải ra ta được kết quả:

$$N_{AH} = \frac{4qa}{8+3\sqrt{2}}; N_{BH} = \frac{3qa}{8+3\sqrt{2}}$$

Theo điều kiện bền:

$$\left|\sigma_z\right|_{\max} = \frac{4qa}{20\left(8+3\sqrt{2}\right)} \le [\sigma]$$

$$q \le \frac{20\left(8+3\sqrt{2}\right)[\sigma]}{4a} = 4,489 \text{ KN/cm}$$

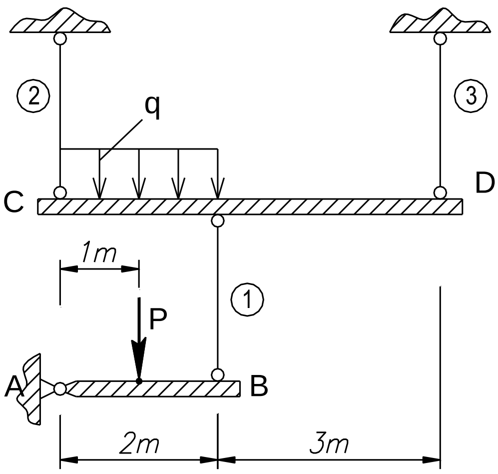
Tính chuyển vị thẳng đứng tại D

$$\frac{DD'}{a} = \frac{BB'}{2a} \to DD' = \frac{BB'}{2} = \frac{\Delta l_{BH}}{\sqrt{2}}$$

$$DD' = \frac{3qa}{8+3\sqrt{2}}.\frac{2a}{EF} = 0,1237 \text{ cm.}$$

Bài 2.10. Cho hệ thống kết cấu như trên Hình.2.21

Hãy xác định diện tích mặt cắt ngang cho các thanh treo. Biết rằng $[\sigma]$ = 16000 N/cm^2, P = 100 kN, q = 100 kN/m.



Hình 2.21

Hướng dẫn:

Dùng đồng thời các mặt cắt để cắt thanh 1, 2 và 3, trên mặt cắt xuất hiện các thành phần lực dọc N_1, N_2, N_3

Xét cân bằng thanh AB:

$$\sum M_A = P.1 + N_1 2 = 0 \rightarrow N_1 = \frac{1}{2}P = 50 \text{ KN}$$

Từ điều kiện bền cho thanh 1

$$F_1 \geq \frac{P}{2[\sigma]} = 3{,}125 \text{ cm}^2$$

Xét cân bằng thanh CD:

$$\sum F_Y = N_2 + N_3 - q.2 - N_1 = 0$$

$$\sum M_C = q.2.1 + N_1 2 - N_3.5 = 0 \rightarrow N_3 = 60 \text{ KN}$$

$$N_2 = 190 \text{ KN}$$

Áp dụng điều kiện bền cho thanh 2 và 3

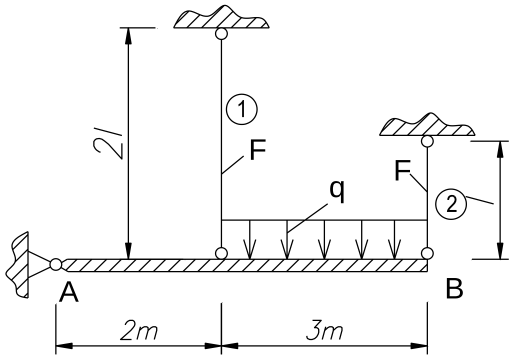
$$F_2 \geq \frac{N_2}{[\sigma]} = \frac{190}{16} = 11{,}875 \text{ cm}^2$$

$$F_3 \geq \frac{N_3}{[\sigma]} = \frac{60}{16} = 3{,}75 \text{ cm}^2$$

Bài 2.11. Cho thanh tuyệt đối cứng được giữ bởi các thanh treo 1 và 2 bằng thép như hình vẽ (Hình 2.22).

Biết: Diện tích mặt cắt của 2 thanh 1 và 2 đều là F = 6 cm2, thép có giới hạn chảy là σ_{ch} = 25 KN/cm^2, mô đun đàn hồi E = 2.10^4 KN/cm^2, hệ số an toàn của kết cấu n = 1,6.

Hãy xác định giá trị cho phép của tải trọng tác dụng lên thanh tuyệt đối cứng.



Hình 2.22

Hướng dẫn:

Gọi lực dọc trên 2 thanh 1 và 2 là: N_z^1 ; N_z^2

$$\sum M_A = N_z^1.200 + N_z^2.500 - q.300.350 = 0$$

$$\frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} = \frac{2}{5} \rightarrow \Delta l_1 = \frac{2}{5}\Delta l_2$$

Giải hệ PT ra ta được: $N_z^1 = \dfrac{350.q}{9}$; $N_z^2 = \dfrac{1750.q}{9}$

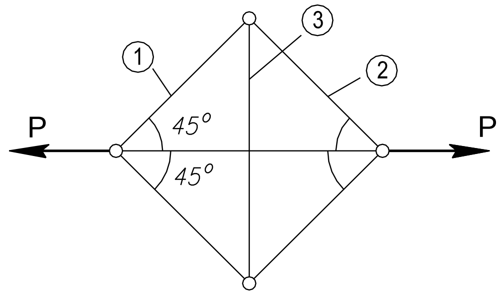
Theo điều kiện bền:

$$\left|\sigma_z\right|_{max} = \frac{1750.q}{9F} \le [\sigma] \rightarrow q \le \frac{9.F.[\sigma]}{1750} = 0,482 \text{ KN/cm}$$

Vậy tải trọng cho phép: [q] = 0,482 KN/cm

Bài 2.12. Cho kết cấu chịu lực như hình vẽ (Hình 2.23):

Cho biết độ cứng của các thanh là như nhau và bằng EF. Hãy tính nội lực phát sinh ra trong các thanh.



Hình 2.23

Đáp số:

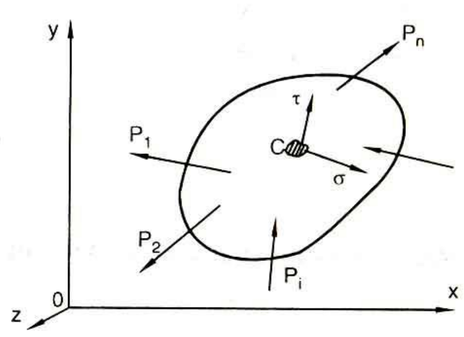
$$N_z^1 = \frac{\sqrt{2}-1}{2}.P \; ; \; N_z^2 = \frac{\sqrt{2}}{2}.P \; ; \; N_z^3 = \frac{2-\sqrt{2}}{2}.P$$

CHƯƠNG 3: TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT – CÁC LÝ THUYẾT BỀN

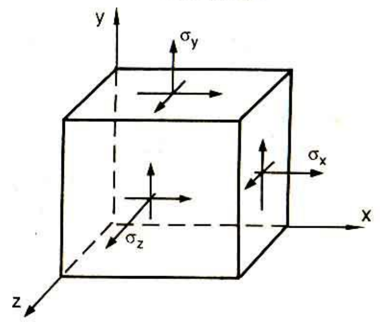
I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Một số khái niệm cơ bản

- **Trạng thái ứng suất tại một điểm:** Tập hợp tất cả các thành phần ứng suất trên tất cả các mặt cắt đi qua một điểm gọi là trạng thái ứng suất tại điểm đó.



Hình 3.1

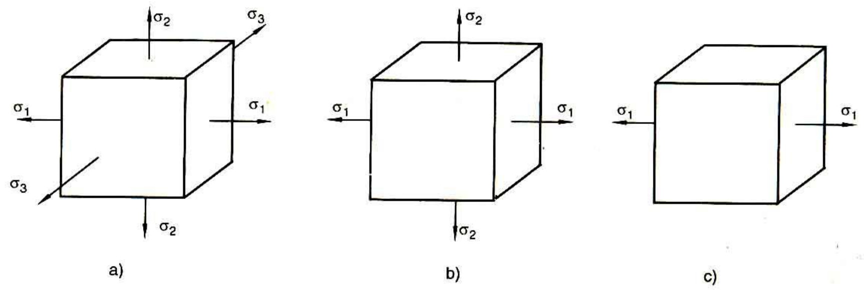


Hình 3.2

- **Mặt chính:** Là mặt cắt mà trên đó ứng suất tiếp bằng không được gọi là mặt chính, qua một điểm luôn tìm được ba mặt chính vuông góc với nhau .

- **Phương chính:** Phương pháp tuyến của các mặt chính gọi là phương chính .

- **Ứng suất chính:** Ứng suất pháp trên mặt chính gọi là ứng suất chính. Ký hiệu là σ_1, σ_2, σ_3 theo thứ tự $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$.



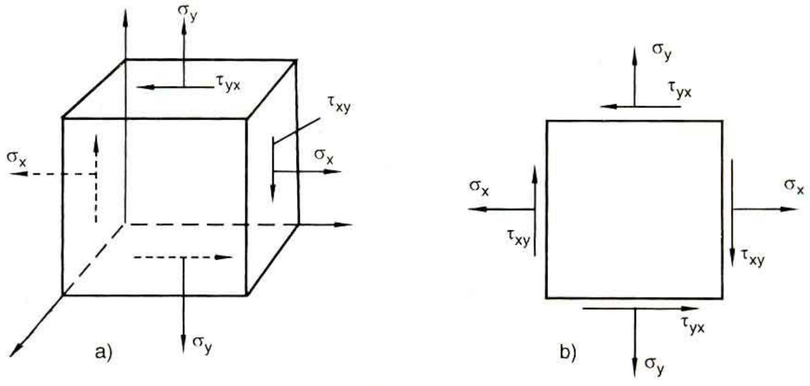
Hình 3.3

- **Trạng thái ứng suất khối:** Là trạng thái ứng suất tồn tại cả ba ứng suất chính khác không. (Hình 3.3a)

- **Trạng thái ứng suất phẳng:** Là trạng thái ứng suất có một ứng suất chính bằng không, còn lại hai ứng suất chính khác không. (Hình 3.3b)

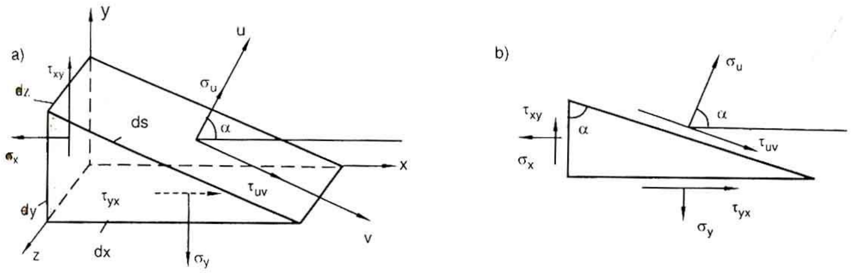
- **Trạng thái ứng suất đơn:** Là trạng thái ứng suất có hai ứng suất chính bằng không, còn lại một ứng suất chính khác không. (Hình 3.3c)

2. Nghiên cứu trạng thái ứng suất phẳng bằng giải tích



Hình 3.4

- **Ứng suất trên mặt phẳng cắt nghiêng song song với trục z**



Hình 3.5

$$\sigma_u = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\alpha - \tau_{xy}\sin 2\alpha$$

$$\tau_{uv} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\alpha + \tau_{xy}\cos 2\alpha$$

Tính chất : $\sigma_u + \sigma_v = \sigma_x + \sigma_y = \text{const}$

$$\tau_{vu} = -\tau_{uv}$$

- Xác định phương chính, ứng suất chính:

Công thức xác định phương chính: $\mathrm{tg}2\alpha_0 = -\dfrac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$

Công thức này dùng để xác định ứng suất chính:

$$\sigma_{1;3} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$$

Công thức xác định ứng suất tiếp cực trị :

$$\tau_{\substack{max\\min}} = \pm\frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$$

3. Nghiên cứu trạng thái ứng suất phẳng bằng vòng tròn Mor

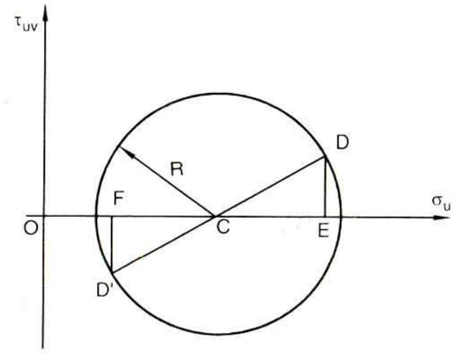
- Phương trình vòng tròn Mor

$$(\sigma_u - C)^2 + \tau_{uv}^2 = R^2$$

Trong đó: $C = \dfrac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$

$$R^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2$$

Phương trình trên cho ta một vòng tròn vẽ trên hệ trục toạ độ; trục hoành là trục σ_u song song với phương x, trục tung là trục τ_{uv} song song với phương y; có tâm C cách gốc toạ độ một khoảng $\overline{OC} = \dfrac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$; có bán kính $R = \dfrac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$ và mỗi điểm nằm trên đường tròn sẽ tương ứng với một mặt cắt của phân tố. Toạ độ của điểm nằm trên đường tròn cho ta giá trị ứng suất trên mặt cắt tương ứng hoành độ là ứng suất pháp, tung độ là ứng suất tiếp. Vòng tròn có phương trình này gọi là vòng tròn Mor.

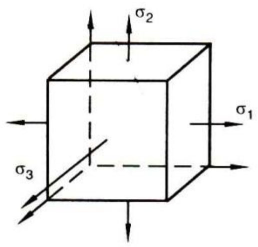


Hình 3.6

4. Nghiên cứu trạng thái ứng suất khối

- Ứng suất tiếp lớn nhất

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$



Hình 3.7

- Định luật Húc tổng quát

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}\left[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)\right]$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}\left[\sigma_2 - \mu(\sigma_1 + \sigma_3)\right]$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E}\left[\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)\right]$$

Định luật Húc này sẽ đúng cho cả trường hợp một phân tố biểu diễn bằng ba mặt có phương x, y, z không phải là mặt chính :

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \mu\left(\sigma_y + \sigma_z\right)\right]$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \mu\left(\sigma_x + \sigma_z\right)\right]$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \mu\left(\sigma_x + \sigma_y\right)\right]$$

- Biến đổi thể tích tương đối $\frac{\Delta V}{V} = \theta$

Trong đó: Thay đổi thể tích của phân tố là ΔV

Thể tích ban đầu của phân tố là V

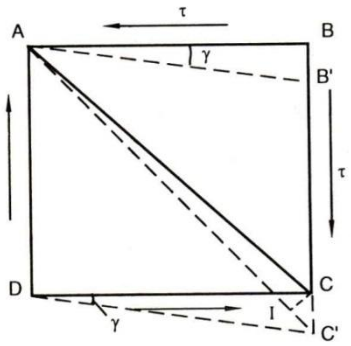
Người ta đã chứng minh được rằng $\theta = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$ và $\theta = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$

- Định luật Húc về trượt

- Biểu thức biến dạng $\varepsilon_1 = \frac{1+\mu}{E}\tau$

- Biến dạng trượt, góc trượt: $\gamma = \frac{2(1+\mu)}{E}\tau$

- môđun đàn hồi về trượt $\frac{E}{2(1+\mu)} = G$



(b)

Hình 3.8

- ***Định luật Húc về trượt*** : $\gamma = \frac{\tau}{G}$ (3-17)

5. Các lý thuyết bền

a) Lý thuyết ứng suất pháp cực đại (hay lý thuyết số 1)

$$\sigma_{t1} = \sigma^k_{max} = \sigma_1 \le [\sigma]_k = \frac{\sigma_{ok}}{n}$$

$$\sigma_{t1} = \sigma^n_{max} = |\sigma_3| \le [\sigma]_n = \frac{\sigma_{on}}{n}$$

b) Lý thuyết biến dạng dài tương đối lớn nhất (hay lý thuyết bền số 2)

$$\sigma_{t2} = \sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \le [\sigma]_k$$

hoặc $\sigma_{t2} = \sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2) \le [\sigma]_n$

c) Lý thuyết ứng suất tiếp lớn nhất (hay lý thuyết bền số 3)

$$\sigma_{t3} = \sigma_1 - \sigma_3 \le [\sigma]$$

d) Lý thuyết thế năng biến đổi hình dáng (hay lý thuyết số 4)

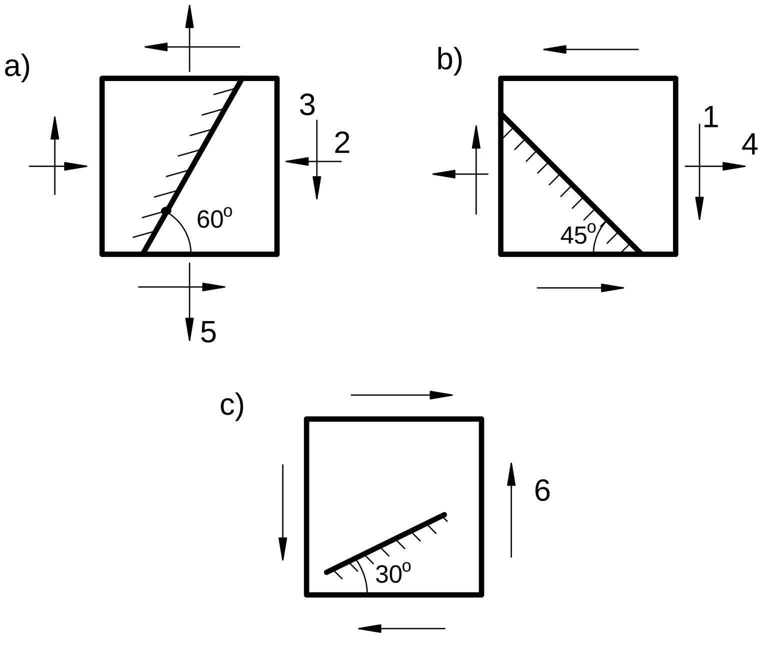
$$\sigma_{14} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_1\sigma_3} \le [\sigma]$$

e) Lý thuyết bền Mor

$$\sigma_{1Mo} = \sigma_1 - \frac{\sigma_{ok}}{|\sigma_{on}|}\sigma_3 \le [\sigma]_k$$

II. CÁC BÀI TẬP GIẢI MẪU

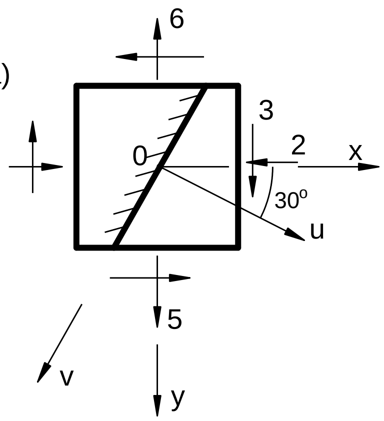
Ví dụ 1: Tìm giá trị ứng suất pháp và ứng suất tiếp trên các mặt cắt xiên của phân tố trên hình vẽ. Các ứng suất cho trước tính bằng KN/cm^2



Hình 3.9

Bài giải :

a) Với hệ trục Oxy và Ouv như hình vẽ ta có:



$$\sigma_x = -2$$
$$\sigma_y = 5$$
$$\tau_{xy} = 3$$
$$\alpha_o = -30°$$

Áp dụng công thức xác định ứng suất trên mặt cắt xiên ta có :

$$\sigma_u = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}.\cos 2\alpha - \tau_{xy}.\sin 2\alpha$$

$$= \frac{-2+5}{2} + \frac{-2-5}{2}.\cos 2(30°)\text{-}3.\sin 2(\text{-}30°)$$

$$= 1,5 + 3,5.0,5 - 3.(-0,87)$$

$$= 5.86(KN/cm^2)$$

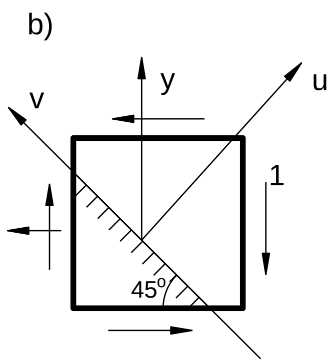
$$\tau_{uv} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}.\sin 2\alpha + \tau_{xy}.\cos 2\alpha$$

$$= \frac{-2-5}{2}.\sin 2(-30°) + 3.\cos 2(\text{-}30°)$$

$$=3,5.(-0,87)+3.0,5$$

$$=-1,545\ (KN/cm^2)$$

b) Với hệ trục Oxy và Ouv như hìn vẽ ta có:



$$\sigma_x = 4$$
$$\sigma_y = 0$$
$$\tau_{xy} = 1$$
$$\alpha_o = 45°$$

Áp dụng công thức xác định ứng suất trên mặt cắt nghiêng ta có :

$$\sigma_u = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}.\cos 2\alpha - \tau_{xy}.\sin 2\alpha$$

$$= \frac{4}{2} + \frac{4}{2}.\cos 2.45° - 1.\sin 2.45°$$

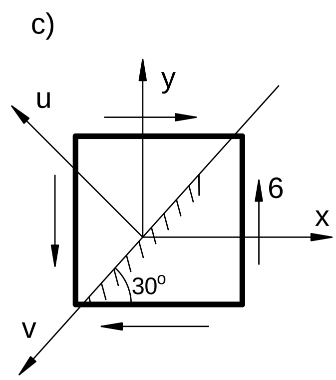
$$= 1(KN/cm^2)$$

$$\tau_{uv} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}.\sin 2\alpha + \tau_{xy}.\cos 2\alpha$$

$$= \frac{4}{2}.\sin 2.45° + 1.\cos 2.45°$$

$$= 2(KN/cm^2)$$

c) Với hệ trục Oxy và Ouv như hình vẽ ta có:



$$\sigma_x = 0$$

$$\sigma_y = 0$$

$$\tau_{xy} = -6$$

$$\alpha_o = 120°$$

Áp dụng công thức xác định ứng suất trên mặt cắt nghiêng ta có:

$$\sigma_u = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}.\cos 2\alpha - \tau_{xy}.\sin 2\alpha$$

$$= -6.\sin 2.120°$$

$$= -5,2(KN/cm^2)$$

$$\tau_{uv} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}.\sin 2\alpha + \tau_{xy}.\cos 2\alpha$$

$$= 6.\cos 2.120°$$

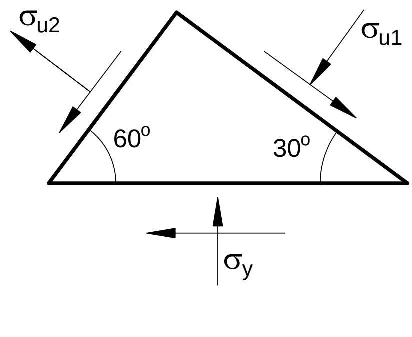
$$= -3(KN/cm^2)$$

Ví dụ 2 : Trên các mặt cắt đi qua 1 điểm của vật thể trạng thái ứng suất phẳng chịu tác dụng bởi những ứng suất ghi trên hình vẽ. Tính ứng suất chính và phương chính tại điểm đó.

$$\sigma_{u1} = -8\,KN/cm^2$$

$$\sigma_{u2} = 4\,KN/cm^2$$

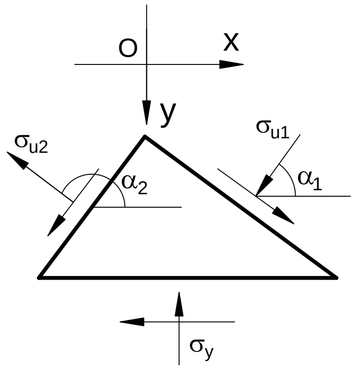
$$\sigma_y = -7\ KN/cm^2$$



Bài giải:

Hình 3.10

- Gắn với hệ trục Oxy như hình vẽ ta có: $\begin{matrix} \alpha_1 = 60^\circ \\ \alpha_2 = 150^\circ \end{matrix}$



- Sử dụng công thức tính ứng suất trên mặt cắt nghiêng ta có:

$$\begin{cases} \sigma_{u1} = \dfrac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2}.\cos 2\alpha_1 - \tau_{xy}.\sin 2\alpha_1 \\ \sigma_{u2} = \dfrac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2}.\cos 2\alpha_2 - \tau_{xy}.\sin 2\alpha_2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sigma_{u1} = \dfrac{\sigma_x - 7}{2} + \dfrac{\sigma_x + 7}{2}.\cos 2.60^\circ - \tau_{xy}.\sin 2.60^\circ \\ \sigma_{u2} = \dfrac{\sigma_x - 7}{2} + \dfrac{\sigma_x + 7}{2}.\cos 2.120^\circ - \tau_{xy}.\sin 2.120^\circ \end{cases}$$

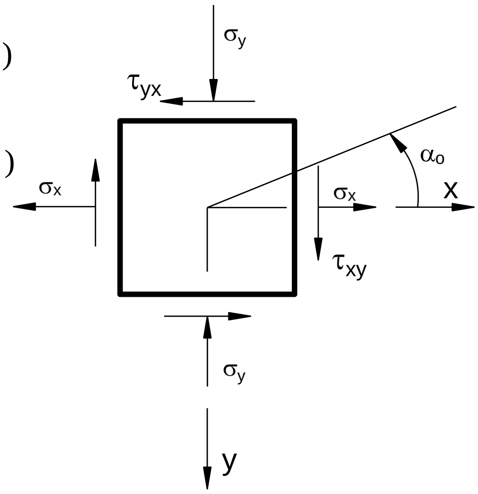
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0,5.\sigma_x - 3,5 + 0,25\sigma_x + 1,75 - \tau_{xy}.0,875 = -8 \\ 0,5.\sigma_x - 3,5 - 0,25\sigma_x - 1,75 + \tau_{xy}.0,875 = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0,75.\sigma_x - \tau_{xy}.0,875 = -4,675 \\ 0,25.\sigma_x + \tau_{xy}.0,875 = 9,25 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sigma_x = 4,575(KN/cm^2) \\ \tau_{xy} = 9,264(KN/cm^2) \end{cases}$$

Vậy ta có :

$$\begin{cases} \sigma_x = 4,575(KN/cm^2) \\ \sigma_y = -7(KN/cm^2) \\ \tau_{xy} = 9,264(KN/cm^2) \end{cases}$$



- Xác định phương chính :

Gọi α_0 là góc tạo bởi trục x với phương chính như hình vẽ,ta có theo công thức xác định phương chính

$$tg2\alpha_0 = \frac{-2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{-2.9,264}{4,575+7}$$

$$\Leftrightarrow tg2\alpha_0 = -1,6$$

$$\Leftrightarrow 2\alpha_0 = -58° + k.180°(k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \alpha_0 = -29^o + k.90^o$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \alpha_0 = -29^o \\ \alpha_0 = 61° \end{array}\right.$$

Vậy phương chính là 2 phương tạo với trục x các góc -29^o và 61^o

- Xác định ứng suất chính :

Áp dụng công thức tính ứng suất chính

$$\sigma_{\substack{\max \\ \min}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$$

Ta có :

$$\sigma_{\substack{\max \\ \min}} = \frac{4,575-7}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(4,575+7)^2 + 4.9,264^2}$$

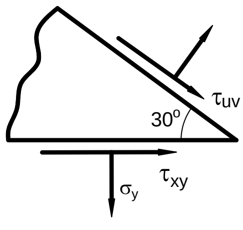
$$\Leftrightarrow \sigma_{\substack{\max \\ \min}} = -1,2125 \pm 10,9232$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sigma_{\max} = 9,71(KN/cm^2) \\ \sigma_{\min} = -12,14(KN/cm^2) \end{cases}$$

So sánh với ứng suất chính đã có σ_z=0 ta kết luận

$$\begin{cases} \sigma_1 = 9,71(KN/cm^2) \\ \sigma_2 = 0(KN/cm^2) \\ \sigma_3 = 12,14(KN/cm^2) \end{cases}$$

Ví dụ 3: Trên 2 mặt tạo với nhau 1 góc bằng 30^o và đi qua 1 điểm ở trạng thái ứng suất phẳng có các ứng suất σ_y=5 (KN/cm^2) ;τ_{xy}= -7 (KN/cm^2) và τ_{uv} = 9 (KN/cm^2)



Tính những ứng suất chính tại điểm ấy.

Bài giải :

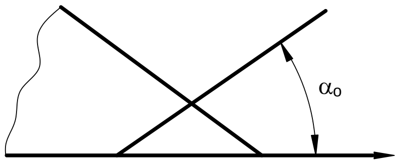
Hình 3.11

Theo quan hệ ứng suất trên 2 mặt cắt vuông góc ta có :

$$\tau_{xy} = -\tau_{yx} = 7(KN/cm^2)$$

Áp dụng công thức tính ứng suất trên mặt cắt nghiêng

$$\tau_{uv} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}.\sin 2\alpha + \tau_{xy}.\cos 2\alpha$$



$$\Leftrightarrow \frac{\sigma_x - 5}{2}.\sin 2.60^0 + 7.\cos 2.60^0 = 6$$

$$\Leftrightarrow (\sigma_x - 5).0,433 - 3,5 = 6$$

$$\Leftrightarrow \sigma_x = 26,94(KN/cm^2)$$

$$\Rightarrow \text{ Như vậy ta có: } \begin{cases} \sigma_x = 26,94(KN/cm^2) \\ \sigma_y = 5(KN/cm^2) \\ \tau_{xy} = 7(KN/cm^2) \end{cases}$$

Gọi góc α_0 là góc hợp bởi phương chính với trục x

Theo công thức để xác định phươn chính ta có:

$$tg2\alpha_0 = \frac{-2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{-2.7}{26,94 - 5} = -0,64$$

$$\Leftrightarrow 2\alpha_0 = -32,6° + k.180°$$

$$\Leftrightarrow \alpha_0 = -16,3° + k.90°$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \alpha_0 = 73,7° + k.180° \\ \alpha_0 = 163,7° + k.180° \end{array}\right.$$

Như vậy có 2 phương chính ứng với các góc α_0 là $73,7^0$ và $163,7^0$

- Xác định ứng suất chính

Ta có :

$$\sigma_{u\max,\min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$$

$$= \frac{26,94 + 5}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(26,94 - 5)^2 + 4.7^2}$$

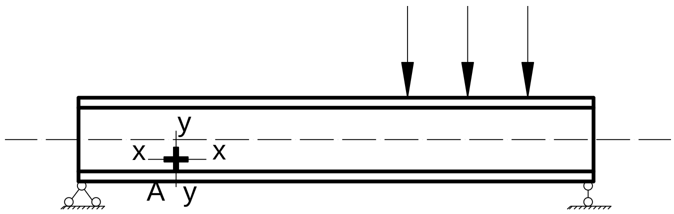
$$= 15,97 \pm 13$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sigma_{u\max} = 28,97(KN/cm^2) \\ \sigma_{u\min} = 2,97(KN/cm^2) \end{cases}$$

Kết hợp với 1 ứng suất chính đã có là σ_z=0

Ta có $\begin{cases} \sigma_1 = 28,97(KN/cm^2) \\ \sigma_2 = 2,97(KN/cm^2) \\ \sigma_3 = 0(KN/cm^2) \end{cases}$

Ví dụ 4: Nhờ dụng cụ đo biến dạng (tenxomet)người ta đo được độ giãn dài tỷ đối tại điểm A của dầm dọc theo cầu khi có tải trọng. Độ giãn dài theo phương x-x (song song với trục dầm) là ε_x=0,0004, theo phương vuông góc với trục dầm ε_y=0,00012. Xác định ứng suất pháp theo phương x và y cho biết: E=2.10^4(KN/cm^2), μ=0,3



Hình 3.12

Bài giải :

Khi dầm có tải, theo hình vẽ ta có $\sigma_z = 0$

Sử dụng định luật Húc ta có:

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \dfrac{1}{E}(\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)) \\ \varepsilon_y = \dfrac{1}{E}(\sigma_y - \mu(\sigma_x + \sigma_z)) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0,0004 = \dfrac{1}{2.10^4}(\sigma_x - 0,3\sigma_y) \\ -0,00012 = \dfrac{1}{2.10^4}(\sigma_y - 0,3\sigma_x) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sigma_x - 0,3\sigma_y = 8 \\ \sigma_y - 0,3\sigma_x = -2,4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sigma_x = 8(KN/cm^2) \\ \sigma_y = 0(KN/cm^2) \end{cases}$$

Ví dụ 5: Tìm ứng suất chính và phương chính của phân tố ở trong trạng thái ứng suất phẳng vẽ trên hình 3-3 bằng phương pháp giải tích và phương pháp đồ thị

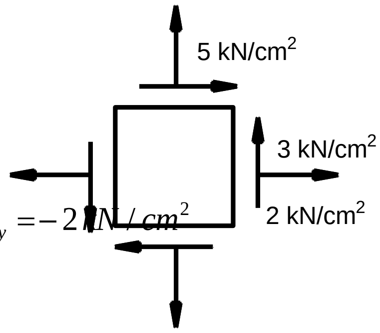
Bài giải :

Phương pháp giải tích

Ta có :

$\sigma_x = 3kN/cm^2, \sigma_y = 5kN/cm^2, \tau_{xy} = -2kN/cm^2$

Những ứng suất chính bằng :



Hình 3-13a

$$\sigma_{\max,\min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2}.\sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + 4\tau_{xy}^2}$$

$$\sigma_{\max,\min} = \frac{3+5}{2} \pm \frac{1}{2}.\sqrt{\left(3-5\right)^2 + 4.2^2}$$

Hay

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 = 6,24\,kN/cm^2$$

$$\sigma_{\min} = \sigma_1 = 1,76\,kN/cm^2$$

Phương trình tính theo công thức

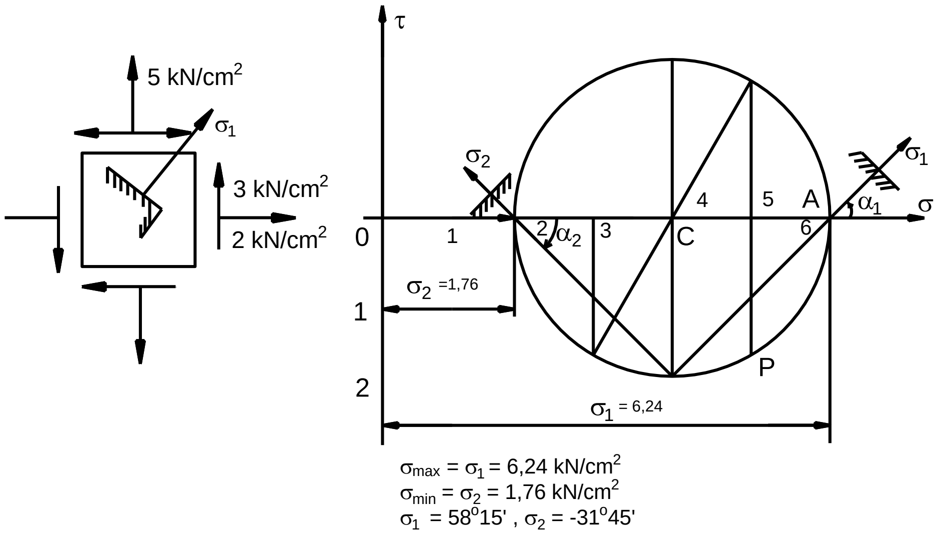
$$tg2\alpha = \frac{-2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{-2.(-2)}{3-5} = -2$$

Hay $\quad 2\alpha = -63^o30'$

Ta được $\quad \alpha_2 = -31^o45'$

$$\alpha_1 = -58^o15'$$

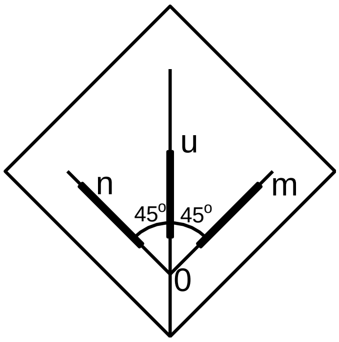
Phương pháp đồ thị : (Xem ở Hình 3-13a)



Hình 3-13b

Ví dụ 6: Tại một điểm trên một mặt của một vật thể chịu lực người ta đo được biến dạng tỉ đối theo các phương om, on, ou như sau:

$\varepsilon_m = 2,81.10^{-4}$; $\varepsilon_n = -2,81.10^{-4}$; $\varepsilon_u = 1,625.10^{-4}$



Xác định phương chính và ứng suất chính tại điểm ấy. Cho: $\mu = 0,3; E = 2.10^4 \;\; kN/cm^2$ (hình 3-4)

Bài giải

Từ định luật Húc ta rút ra được các ứng suất pháp theo phương m và n :

$$\varepsilon_m = \frac{1}{E}\left(\sigma_m - \mu\sigma_n\right) = \frac{1}{2.10^4}\left(\sigma_m - 0,3\sigma_n\right) = 2,81.10^{-4}$$

$$\varepsilon_n = \frac{1}{E}\left(\sigma_n - \mu\sigma_m\right) = \frac{1}{2.10^4}\left(\sigma_n - 0,3\sigma_m\right) = -2,81.10^{-4}$$

Hình 3-14

Vậy :

$$\sigma_m = 4,32\, kN/cm^2$$

$$\sigma_n = -4,32\, kN/cm^2$$

Viết biến dạng theo phương u, ta có:

$$\varepsilon_u = \frac{1}{E}\left[\sigma_u - \mu\left(\sigma_n + \sigma_n - \sigma_u\right)\right] = \frac{1}{2.10^4}\left[\sigma_u - 0,3\left(4,32 - 4,32 - \sigma_u\right)\right] = 1,625.10^{-4}$$

Từ đó suy ra :

$$\sigma_u = 2,5\, kN / cm^2$$

Ứng suất tiếp lớn τ_{mn} tính được từ công thức:

$$\sigma_u = \frac{\sigma_m + \sigma_n}{2} + \frac{\sigma_m - \sigma_n}{2}\cos 2\alpha - \tau_{mn}\sin 2\alpha$$

Hay

$$2,5 = \frac{4,32 - 4,32}{2} + \frac{4,32 + 4,32}{2}\cos 2.45^o - \tau_{mn}\sin 2.45^o$$

Hay $\qquad \tau_{mn} = -2,5\, kN / cm^2$

Giá trị ứng suất chính tại điểm cho trước :

$$\sigma_{\max,\min} = \frac{\sigma_m + \sigma_n}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\left(\sigma_m - \sigma_n\right)^2 + 4\tau_{mn}^2}$$

$$= \frac{4,32 - 4,32}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\left(4,32 + 4,32\right)^2 + 4.2,5^2}$$

$$\sigma_{\max} = 5kN / cm^2$$

$$\sigma_{\min} = -5kN / cm^2$$

Phương chính

$$tg 2\alpha = \frac{-2\tau_{mn}}{\sigma_m - \sigma_n} = \frac{2.2,5}{4,32 + 4,32} = 0,5787$$

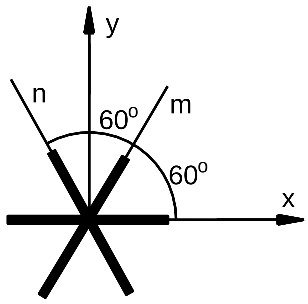
$$\alpha_1 = 15^o$$

$$\alpha_1 = 105^o$$

Ví dụ 7: Tại điểm A trên mặt một vật thể, người ta đo được các biến dạng tỉ đối theo ba phương xếp theo hình sao góc 60° (H.3-15), ε_x, ε_m, ε_n. Lập công thức tính những ứng suất chính và phương chính tại điểm ấy.

Bài giải:

Từ công thức của định luật Húc ở trạng thái ứng suất phẳng,ta rút ra:



Hình 3-15

$$\sigma_m = \frac{1}{1+\mu}(E\varepsilon_m + \mu I)$$

Trong đó:

$$I = \sigma_m + \sigma_{m+90^\circ} = \sigma_x + \sigma_y$$

Áp dụng công thức :

$$\sigma_u = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\alpha - \tau_{xy}\sin 2\alpha$$

Và đặt:

K= $\sigma_x - \sigma_{y'}$

Ta có ứng với 3 phương trình x ,m ,n:

$$\frac{1}{1+\mu}(E\varepsilon_x + \mu I) = \frac{I}{2} + \frac{K}{2}\cos 2.0 - \tau_{xy}\sin 2.0$$

$$\frac{1}{1+\mu}(E\varepsilon_m + \mu I) = \frac{I}{2} + \frac{K}{2}\cos 2.60^\circ - \tau_{xy}\sin 2.60^\circ$$

$$\frac{1}{1+\mu}(E\varepsilon_n + \mu I) = \frac{I}{2} + \frac{K}{2}\cos 2.120^\circ - \tau_{xy}\sin 2.120^\circ$$

Giải hệ này ta rút ra :

$$K = \frac{2E}{3(1+\mu)}(2\varepsilon_x - \varepsilon_m - \varepsilon_n)$$

$$I = \frac{2E}{3(1-\mu)}(\varepsilon_x + \varepsilon_m + \varepsilon_n)$$

$$\tau_{xy} = \frac{E}{\sqrt{3}(1+\mu)}(\varepsilon_n - \varepsilon_m)$$

Từ đó ta tính được ứng suất chính và phương chính:

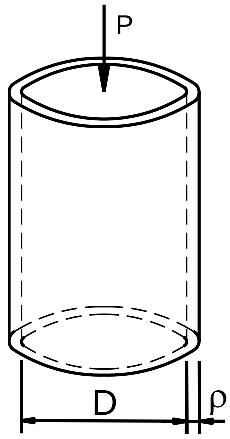
$$\sigma_{\substack{\max\\ \min}} = \frac{I}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{K^2 + 4\tau_{xy}^2}; tg 2\alpha = \frac{-2\tau_{xy}}{K}$$

Hay thay I ,K , τ_{xy} bằng giá trị của chúng,ta được:

$$\sigma_{\substack{\max\\ \min}} = \frac{E}{3(1-\mu)}(\varepsilon_x + \varepsilon_x + \varepsilon_x) \pm \frac{\sqrt{3}E}{3(1+\mu)}\sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_m)^2 + (\varepsilon_m - \varepsilon_n)^2 + (\varepsilon_n - \varepsilon_x)^2}$$

$$tg2\alpha = \frac{\sqrt{3}(\varepsilon_n - \varepsilon_m)}{2\varepsilon_x - \varepsilon_m - \varepsilon_n}$$

Ví dụ 8: Một hình trụ tròn đặc bằng thép có đường kinh D=50mm đặt vừa khít vào một ống đồng có bề dày δ = 1mm. Hình trụ thép bị nén với lực P=150kN (H.3-6). Xác định phương chính và ứng suất chính tại điểm ấy. Cho: μ=0,3 ;E=2.10^4 kN/cm^2



Hình 3-16

Bài giải :

Tách từ hình trụ thép một phân tố hình lập phương có một cạnh song song với phương của lực P (phương z), hai phương còn lại (x và y) chọn bất kì,ta có ứng suất của phân tố:

$$\sigma_z = \frac{-P}{F} = \frac{150}{3{,}14.\frac{5^2}{4}} = -7{,}6kN/cm^2$$

Ứng suất ở hai phương còn lại bằng nhau và bằng ứng suất ở các mặt song song với phương z:

$$\sigma_x = \sigma_y = -q$$

Ứng suất này bằng áp suất trong làm căng ống đồng. Đặt ứng suất căng ống đồng (theo phương của chu tuyến ống) là σ,ta có:

$$\sigma = \frac{qD}{2\delta}$$

$$q = \frac{2\delta\sigma}{D}$$

Độ dãn tương đối của trụ thép theo phương vuông góc với lực P (độ dãn theo đường kính).

$$\varepsilon_t = \frac{1}{E_t}\left[-q - \mu_t(-q + \sigma_z)\right]$$

Độ dãn tương đối của ống đồng theo phương chu tuyến (chu vi đường tròn):

$$\varepsilon_d = \frac{\sigma}{E_d}$$

Vì hai độ dãn tương đối này bằng nhau, tức là :

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{d'}$$

Hay

$$\frac{1}{E_t}\left[-q - \mu_t(-q + \sigma_z)\right] = \frac{\sigma}{E_d}$$

Hay

$$\frac{1}{E_t}\left[-\frac{2\delta\sigma}{D} - \mu_t(-\frac{2\delta\sigma}{D} + \sigma_z)\right] = \frac{\sigma}{E_d}$$

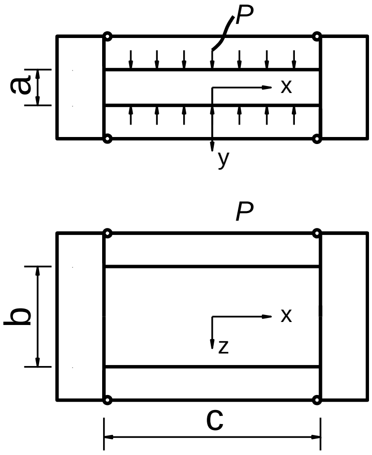
Hay

$$\sigma = \frac{-\mu_t\sigma_z}{2\frac{\delta}{D}(1-\mu_t) + \frac{E_t}{E_d}}$$

$$\sigma = \frac{0,3.7,6}{2.\frac{0,1}{5}\left(1-0,3\right)+2} = 1,12kN/cm^2$$

Ví dụ 9:

Một tấm thép kích thước a×b×c đặt giữa 2 tấm tuyệt đối cứng, 2 tấm này được liên kết với nhau bằng 4 thanh (xem Hình 3-17). Khi tấm thép chịu áp lực P phân bố đều trên 2 mặt bên thì ứng suất kéo của thanh là bao nhiêu? Tính ứng suất chính trong tấm thép. Cho $E_{tấm}=E_{thanh}$



Bài giải:

Đặt N là lực căng ở mỗi thanh giằng ,ta có giá trị các ứng suất của tấm thép:

$$\sigma_x = \frac{-4N}{ab};\sigma_y = -p;\sigma_z = 0$$

So sánh biên dạng của tấm và thanh giằng , ta có:

$$\varepsilon_x \text{ tấm} = \varepsilon \text{ thanh}$$

Hay

$$\frac{1}{E_t}(\frac{-4N}{ab} + \mu p) = \frac{N}{E_{th}F_{th}}$$

Từ đó rút ra:

$$N = \frac{\mu p \dfrac{E_{th}}{E_t} F_{th}}{1 + 4\dfrac{E_{th}F_{th}}{E_t ab}}$$

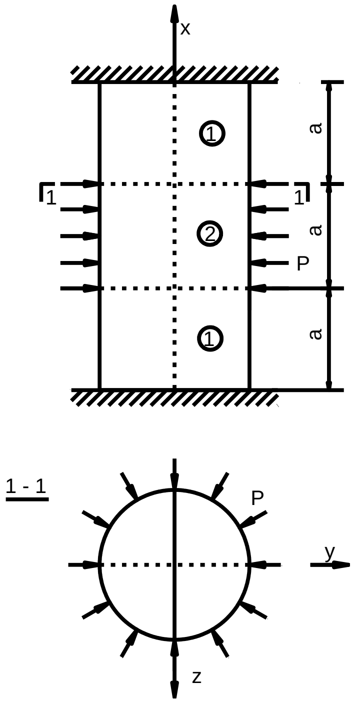
Vì $\frac{E_{th}}{E_t}$ =1 nên N= $\frac{\mu p F_{th}}{1 + 4\frac{F_{th}}{ab}}$

Ứng suất σ_x trong tấm thép :

$$\sigma_x = \frac{-4N}{ab} = \frac{4\mu p \dfrac{F_{th}}{ab}}{1 + 4\dfrac{F_{th}}{ab}}$$

Ví dụ 10:

Một trụ tròn bằng thép (μ=0,3) đặt khít giữa hai tường cứng như trên hình vẽ. Phần giữa trụ chịu lực p phân bố đều. Tính ứng suất tính theo lý thuyết thế năng biến đổi hình dạng ở phần giữa và phần đầu của hình trụ.



Hình 3-18

Bài giải

Ứng suất theo phương y và z ở đoạn 1 và đoạn 2:

Đoạn 1: $\sigma_{y_1} = \sigma_{z_1} = 0$

Đoạn 2: $\sigma_{y_2} = \sigma_{z_2} = -p$

Ứng suất σ_x ở 2 đoạn tính dựa vào định luật Húc và sự so sánh biến dạng của 2 đoạn:

Ở đoạn 1 :

$$\varepsilon_{x_1} = \frac{1}{E}\left[\sigma_{x_1} - \mu\left(\sigma_{y_1} + \sigma_{z_1}\right)\right] = \frac{\sigma_{x_1}}{E}$$

Ở đoạn 2 :

$$\varepsilon_{x_2} = \frac{1}{E}\left[\sigma_{x_2} - \mu\left(\sigma_{y_2} + \sigma_{z_2}\right)\right] = \frac{1}{E}(\sigma_{x_2} + 2\mu p)$$

Tổng biến dạng theo trục x của cả 3 đoạn bằng không, tức là:

$$2\Delta l_1 + \quad \Delta l_2 = 0$$

Hay $\quad 2\varepsilon_{x_1} a + \varepsilon_{x_2} a = 0$

Hay $\quad 2\varepsilon_{x_1} + \varepsilon_{x_2} = 0$

Thay giá trị ở (a) và (b) ,được :

$$\frac{2\sigma_{x_1}}{E} + \frac{1}{E}(\sigma_{x_2} + 2\mu p) = 0$$

Vì $\sigma_{x_1} = \sigma_{x_2}$ nên $\sigma_{x_1} = \sigma_{x_2} = \frac{-2}{3}\mu p$

Như vậy ở đoạn 1 :

$$\sigma_{y_1} = \sigma_{z_1} = \sigma_1 = \sigma_2 = 0$$
$$\sigma_{x_1} = \sigma_3 = \frac{-2}{3}\mu p = -0,2p$$

Ở đoạn 2 :

$$\sigma_{y_2} = \sigma_{z_2} = \sigma_2 = \sigma_3 = -p$$
$$\sigma_{x_1} = \sigma_1 = \frac{-2}{3}\mu p = -0,2p$$

Ứng suất tính theo lý thuyết bền thế năng biến dạng :

Đoạn 1 : $\sigma_{td} = 0,2p$

Đoạn 2 : $\sigma_{td} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1}$

$$= p\sqrt{0,04+1+1-0,2-1-0,2}$$
$$= 0,8p$$

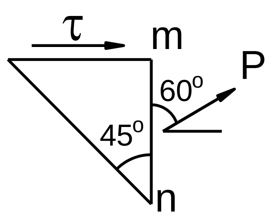
III. BÀI TẬP TỰ GIẢI

3.1. Một thanh thẳng chịu kéo đúng tâm bởi lực P = 40kN. Diện tích mặt cắt ngang thanh F= 5cm^2. Tìm mặt xiên góc α với mặt cắt ngang để cho trên mặt ấy giá trị ứng suất pháp bằng bốn lần giá trị ứng suất tiếp.

Tìm ứng suất pháp và ứng suất tiếp trên mặt xiên góc 30° với mặt cắt ngang.

Đáp án: $\alpha = 14^o$; $\sigma_{30^o} = 6$ KN/cm^2; $\tau_{30^o} = 3,46$ KN/cm^2;

3.2. Ứng suất toàn phần trên mặt cắt m-n đi qua một điểm của một vật thể trong trạng thái ứng suất phẳng P=3000 N/cm^2 có phương tạo thành một góc 60° với mặt cắt.Trên mặt vuông góc với mặt cắt này chỉ có ứng suất tiếp.(H.3-19)



Hình 3-19

Tính ứng suất pháp và ứng suất tiếp trên mặt tạo thành góc 45° mặt cắt m-n

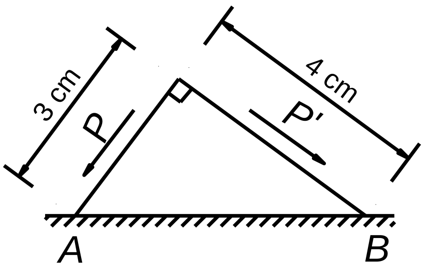
Tính ứng suất pháp lớn nhất tại điểm.

Đáp án: $\sigma_{45^o} = 2798\ N/cm^2$; $\tau_{45^o} = 1298\ N/cm^2$; $\sigma_{max} = 3278\ N/cm^2$

3.3. Một lăng trụ hình tam giác gắn vào một vật thể khác ở mặt AB như trên hình 3-9.

Lăng trụ chịu các lực tiếp xúc phân bố đều ở mặt bên p =1kN/cm^2.

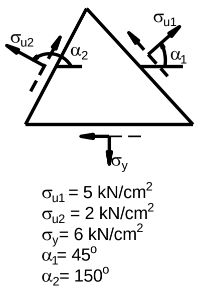
Tính áp lực và lực tiếp xúc trên mặt AB.Bề dầy của lăng trụ ấy lấy bằng đơn vị.



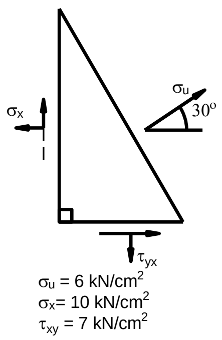
Hình 3-20

Đáp án : $N_{AB} = -4{,}8\ KN$, $H_{AB} = -1{,}4\ KN$.

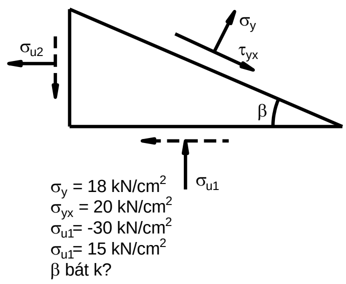
3.4. Trên các mặt cắt đi qua một điểm của một vật thể trong trạng thái ứng suất phẳng có tác dụng những ứng suất ghi trên hình (3-21);(3-22);(3-23).Tính những ứng suất chính và phương chính tại điểm đó.



Hình 3-21



Hình 3-22



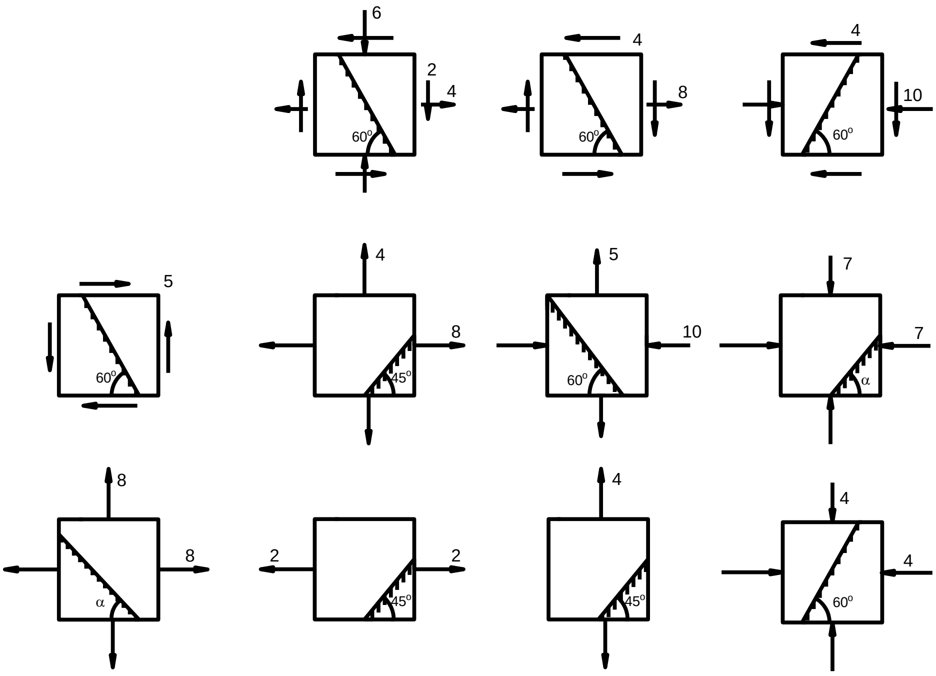
Hình 3-23

Đáp án 3.4: $\sigma_{max} = 6{,}2\ K\ N/cm^2$; $\alpha_1 = 75^o54'$; $\sigma_{min} = 1{,}6\ K\ N/cm^2$; $\alpha_2 = 166^o54'$

Đáp án 3.5: $\sigma_{max} = 22{,}24\ K\ N/cm^2$; $\alpha_1 = 30^o$; $\sigma_{min} = 6\ K\ N/cm^2$; $\alpha_2 = 120^o$

Đáp án 3.6: σ_{max} *=24,9 K N/cm*^{2}*;* α_1 *=-19*^{o}*30';* σ_{min} *= -39,9 K N/cm*^{2}*;* α_2 *=70*^{o}*30'*

3.7-3.17. Tìm giá trị ứng suất pháp và ứng suất tiếp trên các mặt cắt xiên của phân tố vẽ trên hình (3-24)÷(3-34).Các ứng suất cho trước tính bằng kN/cm^2.



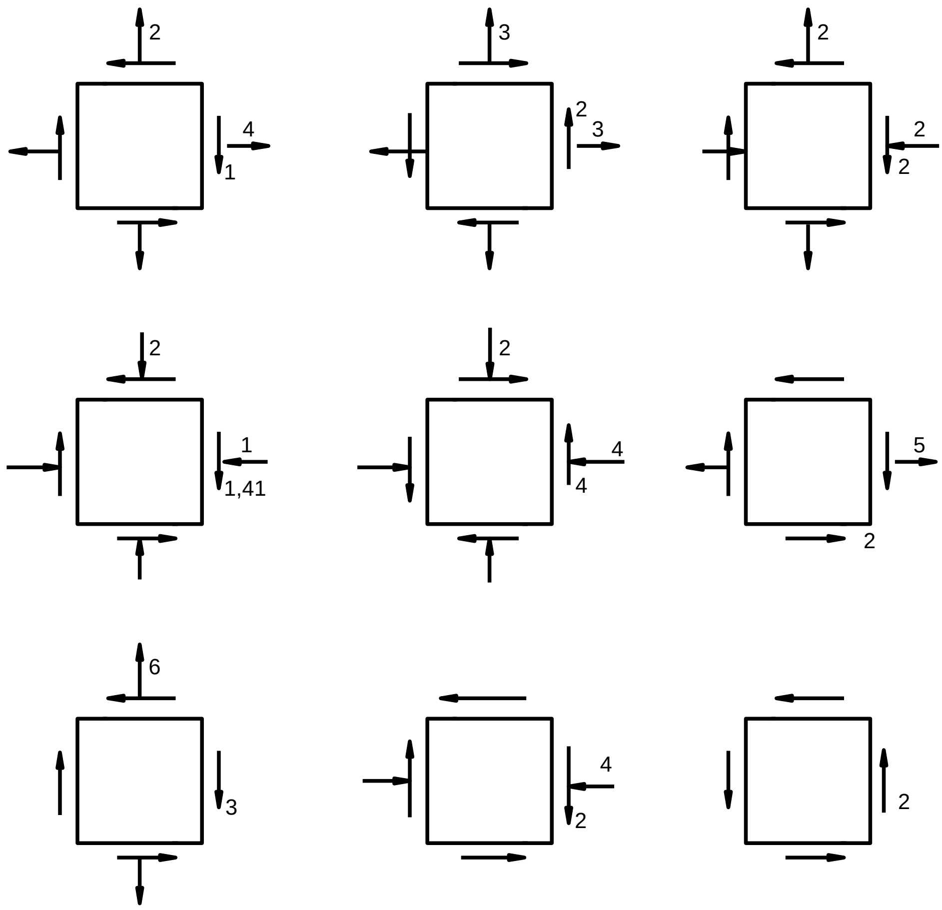
Hình 3-24 ÷3-34

Đáp án :

	α	σ_u *(K N/cm* ^{2}*)*	τ_{uv} *(KN/cm)*^{2}
3.7	*30*^{o}	*-0,24*	*5,32*
3.8	*30*^{o}	*2,54*	*5,46*
3.9	*150*^{o}	*-4,03*	*6,33*
3.10	*30*^{o}	*4,33*	*-2,5*
3.11	*135*^{o}	*6*	*-2*
3.12	*30*^{o}	*-6.25*	*-6,5*
3.13	*Bất kì*	*-7*	*0*
3.14	*Bất kì*	*8*	*0*

3.15	*150^o*	*1*	*-1*
3.16	*135^o*	*2*	*2*
3.17	*150^o*	*-2*	*3,46*

3.18-3.26. Tìm ứng suất chính và phương chính của các phân tố chịu lực trên hình vẽ bằng phương pháp đồ thị (H.3-35÷3-43). Vẽ ra các mặt chính ở mỗi phân tố (đơn vị cho là kN/cm^2.



Hình 3-35 ÷3-43

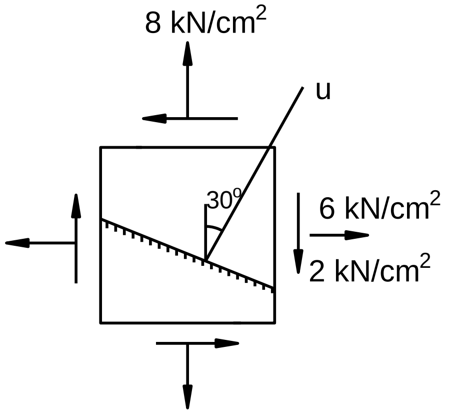
Đáp án :

	σ_1 (K N/cm ^{2})	*σ_2 hoặc σ_3 (K N/cm ^{2})*	*α_1*	*α_2*
3.18	*4.4*	*1,6*	*-25^o*	*65^o*

3.19	*5*	*1*	*45 ^{o}*	*-45 ^{o}*
3.20	*2,82*	*-2,82*	*-65 ^{o}*	*25 ^{o}*
3.21	*0*	*-3*	*-35o45’*	*54 ^{o} 45’*
3.22	*1,12*	*-7,12*	*52 ^{o}*	*-38 ^{o}*
3.23	*5,7*	*0,7*	*--19 ^{o} 30’*	*70 ^{o} 30’*
3.24	*7,23*	*-1,23*	*-65 ^{o}*	*25 ^{o}*
3.25	*0,82*	*-4,82*	*-65 ^{o}*	*25 ^{o}*
3.26	*2*	*-2*	*45 ^{o}*	*-45 ^{o}*

3.27. Cho một phân tố ở trạng thái ứng suất phẳng có ứng suất tác dụng như tren hình vẽ (3-44).Tính ε_x ε_y ε_u (phương u tạo với trục thẳng đứng 1 góc 30°).

Cho E=10^4 kN/cm^2 ;μ=0,34

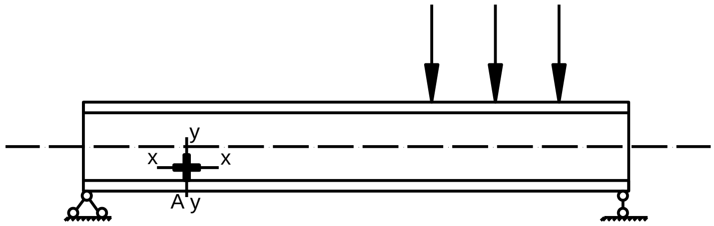


Hình 3-44

Đáp án: ε_x *=3,82.10^{-4};* ε_y *=5,96.10^{-4};* ε_z *=7,61.10^{-4} ;*

3.28. Nhờ dụng cụ đo biến dạng (tenxomet) người ta đo được độ dãn dài tỷ đối taik điểm A của dầm dọc theo cầu khi có tải trọng (3-45).Độ dãn dài theo phương x-x (song song với trục dầm) là ε_x=0,0004 ,theo phương vuông góc với trục dầm ε_y=-0,00012.

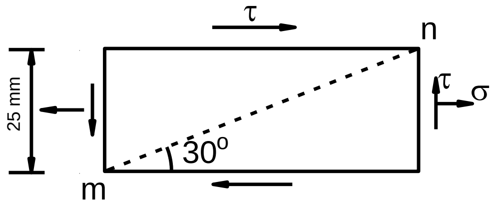
Xác định ứng suất pháp theo phương x và y. Cho biết: E=2.10^4kN/cm^2,μ=0,3

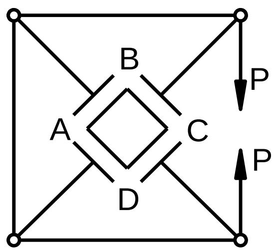


Hình 3-45

Đáp án: $\sigma_x = 8\ KN/cm^2;\ \sigma_y = 0$.

3.29. Trên một phân tố lấy từ vật thể chịu lực có tác dụng ứng suất $\sigma=30$ kN/cm^2 và $\tau=15$ kN/cm^2.Xác định biến dạng dài tuyệt đối của đường chéo mn.Cho $E=2.10^4$kN/cm^2, $G=8.10^3$kN/cm^2,$\mu=0,28$ (H3-46)





Hình 3-46 ***Hình 3-47***

Đáp án: $\Delta_{mn} = 0,093$ *mm*

3.30. Khối lập phương ABCD được nén đều ở bốn mặt bên nhờ một cơ cấu như trên hình (3-47)

Tính dộ biến dạng thể tích ΔV , biết kích thước 7×7×7 cm và $E=4.10^3$kN/cm^2, $\mu=0,3$,P=50kN

Đáp án: $\Delta_V = 99\ mm^3$

3.31. Xác định biến dạng dài Δa, Δb, Δc, của các cạnh a ,b,c và biến dạng thể tích của một phân tố hình hộp chịu lực nén P_2,P_3 như trên hình (3-37).Cho P_2=60kN, P_3=120kN, a=c=2cm, b=4cm, $E=2.10^4$kN/cm^2,$\mu=0,3$

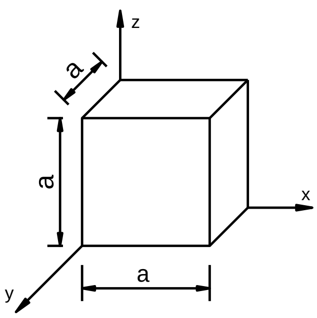
Xác định giá trị lực P_1 cần thiết đặt vào hai mặt còn lại của phân tố để biến dạng thẻ tích ΔV=0.Xác định τ_{max} trong trường hợp này.

Đáp án: $\Delta_a = 1{,}5.10^{-4}$ cm; $\Delta_b = -55{,}4.10^{-4}$ cm; $\Delta_c = 1{,}12.10^{-4}$ cm;

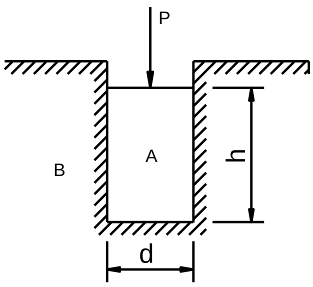
$P1 = 300$ KN; $\tau_{max} = 33{,}75$ KN/cm^2

3.32. Một khối hình trụ tròn A bằng đồng được nhét khít vào một lỗ khoét của một vật cứng tuyệt đối B và chịu nén P=50kN. Xác định áp lực nén vào vách lỗ khoét. Xác định biến dạng Δh và ΔV của khối đồng.Cho đường kính của khối d=4cm ,chiều cao h=10cm ,μ=0,31 ,E=1,1.10^{4}kN/cm^2.(H3-38)

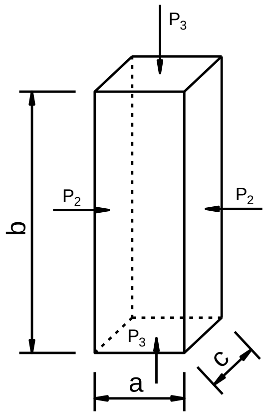
Đáp án: p =-1,8 KN/cm^2 ; Δh = -0,026 mm Δ_V =-3,33 mm^3



Hình 3-39



Hình 3-38



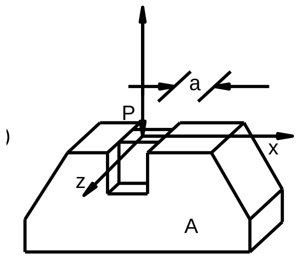
Hình 3-37

3.33. Xác định giá trị các ứng suất trên mặt bên của phân tố hình lập phương có cạnh a=5cm.Cho biết biến dạng dài tuyệt đối Δx =5.10^{-2}mm , Δy =1.10^{-2}mm , Δz =7,5.10^{-2}mm ,và biến dạng góc γ_{xy} =2.10^{-2}, γ_{yz} = γ_{zx} =0, E=2.10^{4}kN/cm^2, G=8.10^{3}kN/cm^2,μ=0,3 (H3-39)

Tình giá trị các ứng suất chính của phân tố.

Đáp án : σ_x = 46,5 KN/cm^2; σ_y = 34,2 KN/cm^2 ; τ_{xy} = 160 KN/cm^2 ; τ_{xz} = τ_{yz} = 0; σ_1 = 200,5 KN/cm^2; σ_2 = 54,2 KN/cm^2 ; σ_3 = -119,8 KN/cm^2.

3.34. Một khối lập phương bằng bê tông đặt vào vừa khít rãnh của vật thể A chịu áp suất phân bố đều ở mặt trên p=1 kN/cm^2.Xác định áp lực nén vào vách rãnh và độ biến dạng thể tích tuyệt đối.Cho cạnh a=5cm, G=8.10^{2}kN/cm^2,μ=0,36 .Vật thể A coi như tuyệt đối cứng (H3-40)



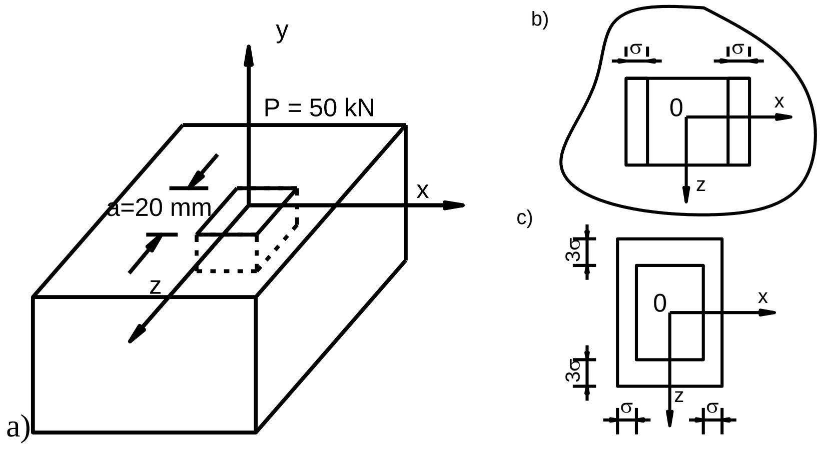
Hình 3-40

Đáp án: $p_x = 0{,}036\ KN/cm^2$; $\Delta V = -60\ mm^3$

3.35. Một khối thép hình lập phương được đặt khít vào 1 lỗ khoét trong một vật thể coi như tuyệt đối cứng.Hình lập phương bị nén bởi lực P (H3-41)

Bỏ qua lực ma sát giữa thành của 2 vật thể, tính biến dạng dài theo phương lực P và biến dạng thể tích tỷ đối của khối lập phương. Cho $E=2.10^3 kN/cm^2$, $\mu=0{,}3$

Xét trường hợp theo phương x có khe hở δ giữa khối lập phương và thành bên của vật cứng (hình b) và trường hợp theo phương z có thêm khe hở bằng 3δ(hình c).Cho δ=0,01mm.



Hình 3-41

Đáp án : a) $\varepsilon_x = -4{,}64.10^{-3}$; $\theta = -4{,}64.10^{-3}$

b) $\varepsilon_x = -5{,}12.10^{-3}$; $\theta = -4{,}12.10^{-3}$

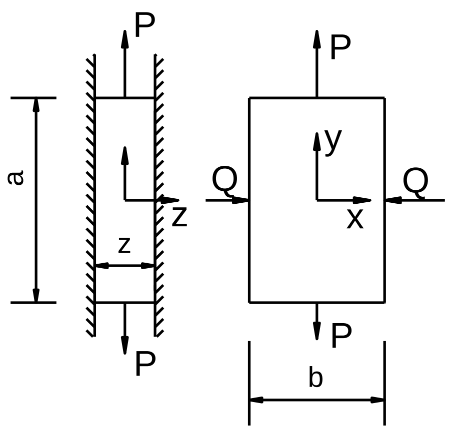
c) $\varepsilon_x = -5{,}89.10^{-3}$; $\theta = -3{,}74.10^{-3}$

3.36. Một phân tố không bị biến đổi thể tích, có hai ứng suất chính: σ_1=100kN/cm^2, σ_2=60kN/cm^2. Hỏi ứng suất chính thứ 3 phải bằng bao nhiêu?

Đáp án: $\sigma_3 = -160\ KN/cm^2$

3.37. Một tấm mỏng hình chữ nhật có bè dày δ đặt giữa vách cứng song song.Tấm chịu lực kéo P và lực nén Q như trên hình (3-42)

Tính áp lực nén của tấm vào vách và đọ biến đổi thể tích của tấm. Bỏ qua lực ma sát giữa vách và tấm.



Hình 3-42

Đáp án: $N = \sigma_z.a.b = \frac{\mu}{\sigma}(P.a - Q.b)$ *Với điều kiện* $N \le 0$.

$$\theta = \frac{(1-2\mu).(1+\mu)}{E\delta}\left(\frac{P}{b} - \frac{Q}{a}\right)$$

3.38. Tính ứng suất tính toán (tương đương) của các phân tố có ứng suất chính ghi ở bảng dưới đây theo các lý thuyết bền,thứ 3,thứ 4 và lý thuyết bền Mo (Đơn vị MN/m^2) . μ=0,3 ; m=$\frac{\sigma_{ok}}{\sigma_{on}} = 1,4$

	σ_1	σ_2	σ_3
a	160	60	20
b	40	30	-50
c	55	-60	-90
d	-10	-70	-80
đ	40	0	-150

e	160	0	-70

Đáp án:

Trường hợp	*Theo lý thuyết bền*		
	3	*4*	*Mor*
a	*140*	*125*	*132*
b	*90*	*85,5*	*110*
c	*145*	*132,3*	*181*
d	*70*	*67,6*	*102*
đ	*190*	*173,4*	*250*
e	*230*	*204*	*258*

(đơn vị chung: MN/m²)

3.39. Tìm ứng suất tính toán theo thuyết bền thứ 3 và thứ 4 đối với các phân tố trong trạng thái ứng suất phẳng có ứng suất như sau (Đơn vị MN/m^2).

	σ_x	σ_y	τ_{xy}
a	140	100	45
b	120	0	-30
c	-200	-400	-90
d	0	0	120
đ	80	20	40

Đáp án:

Trường hợp	*Theo lý thuyết bền*	
	3	*4*
a	*169*	*147*
b	*134*	*131*
c	*434,5*	*379*

d	*240*	*208*
đ	*100*	*100*

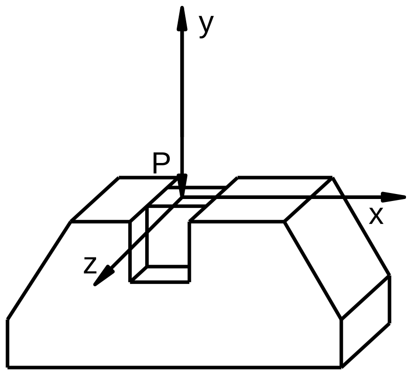
(đơn vị chung: MN/m^2)

3.40. Một ống mỏng hình trụ tròn có đường kính trung bình d=100mm dầy δ=5mm

Bị kéo dọc trục bởi 1 lực phân bố đều q =40 N/m m^2 và chịu áp lực p ở phía trong.Tính áp lực p cho phép theo lý thuyết thế năng biến đổi hình dạng cực đại,biết rằng ứng suất cho phép [σ]=100 MN/m^2 .

Đáp án: p = 10,5 N/mm^2

3.41. Một khối thép hình lập phương đặt vừa khít trong rãnh của một khối thép lớn (coi như tuyệt đối cứng).Khối thép chịu áp lực p=120 MN/m^2 như ở hình vẽ (H4-2).Kiểm tra độ bền của khối thép theo lý thuyết ứng suất tiếp cực đại,và lý thuyết thế năng biến đổi hình dạng cực đại,biết rằng [σ]=140 MN/m^2 .Bỏ qua lực ma sát giữa những mặt tiếp xúc của 2 khối.



Hình 4-2

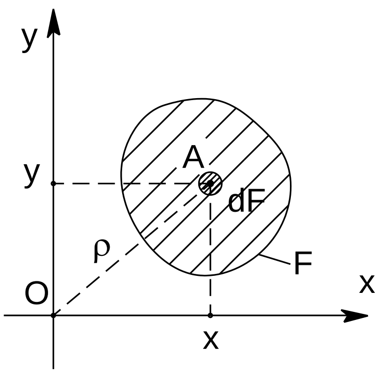
Đáp án: σ_{t3} *= 120 MN/m^2;* σ_{t4} *= 113 MN/m^2*

CHƯƠNG 4: ĐẶC TRƯNG HÌNH HỌC CỦA MẶT CẮT

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Các định nghĩa

Giả sử trong mặt phẳng tọa độ Oxy có mặt cắt ngang với diện tích F, A (x,y) là một điểm bất kỳ trên mặt cắt F, xung quanh A ta lấy 1 phân tố diện tích là dF (Hình 4.1)



Hình 4.1

1.1 Mô men tĩnh của mặt cắt đối với một trục

Mômen tĩnh của diện tích F đối với trục x hay đối với trục y là các biểu thức tích phân sau đây:

$$S_x = \int_F y dF \qquad\qquad S_y = \int_F x dF$$

Nếu mô men tĩnh của mặt cắt F đối với 1 trục nào đó bằng không thì trục đó gọi là trục trung tâm của mặt cắt.

Giao điểm của 2 trục trung tâm gọi là trọng tâm của mặt cắt C(x_C, y_C)

Tọa độ trọng tâm:

$$y_C = \frac{S_x}{F} \qquad\qquad x_C = \frac{S_y}{F}$$

Nếu diện tích F bao gồm tổng đại số của nhiều diện tích đơn giản F = ΣF_i thì tọa độ trọng tâm của nó được xác định theo công thức.

$$y_C = \frac{\sum_{i=1}^{n} F_i x_i}{F} \qquad\qquad x_C = \frac{\sum_{i=1}^{n} F_i y_i}{F}$$

1.2 Mô men quán tính của mặt cắt ngang

Ta gọi mômen quán tính của diện tích F đối với trục x hay y là các biểu thức tích phân sau đây:

$$J_x = \int_F y^2 dF \qquad\qquad J_y = \int_F x^2 dF$$

Mô men quán tính độc cực của diện tích F đối với gốc tọa độ O được xác định bởi tích phân sau đây:

$$J_p = \int_F \rho^2 dF = J_x + J_y$$

Ở đây: ρ - Là khoảng cách từ gốc O tới điểm A(x,y).

Mô men quán tính ly tâm của diện tích F đối với hệ trục tọa độ vuông góc Oxy là biểu thức tích phân:

$$J_{xy} = \int_F xydF$$

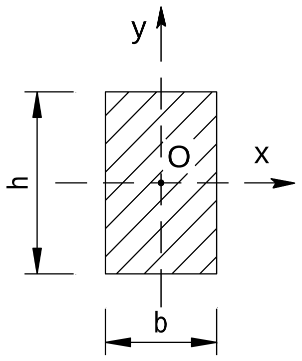
Một hệ trục có $J_{xy} = 0$ thì được gọi là hệ trục quán tính chính. Như vậy khi đó J_x và J_y gọi là mô men quán tính chính

Hệ trục quán tính chính Oxy có gốc tọa độ O trùng với trọng tâm của mặt cắt ($J_{xy} = 0$, $S_x = S_y = 0$) thì được gọi là hệ trục quán tính chính trung tâm. Tương ứng ta có mô men quán tính chính trung tâm.

Nếu mặt cắt mà có 1 trục là trục đối xứng thì trục đối xứng là 1 trục của hệ trục quán tính chính trung tâm. Trục quán tính chính trung tâm còn lại sẽ vuông góc với trục đối xứng và đi qua trọng tâm C của mặt cắt.

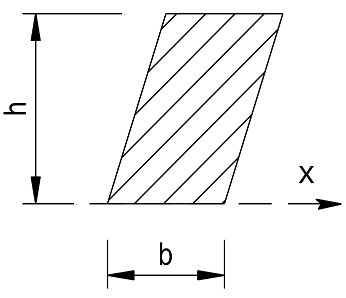
2. Công thức tính mô men quán tính của một số mặt cắt ngang

a) Hình chữ nhật



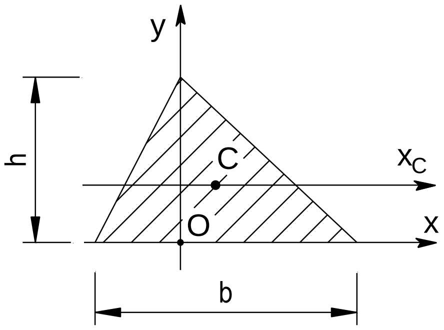
$$J_x = \frac{bh^3}{12}\ ; \quad J_y = \frac{hb^3}{12}$$

b) Hình bình hành



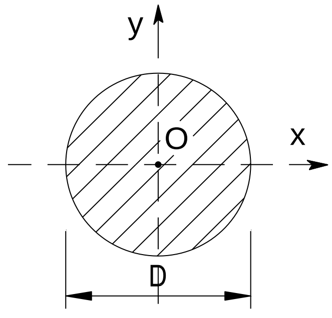
$$J_x = \frac{bh^3}{3}$$

c) Hình tam giác



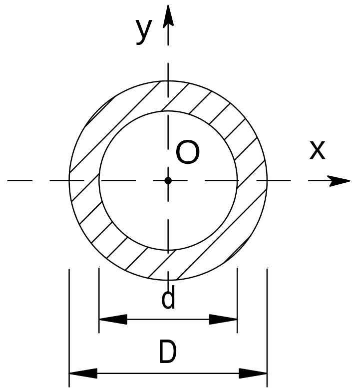
$$J_x = \frac{bh^3}{12} \;;\quad J_{xC} = \frac{bh^3}{36}$$

d) Hình tròn



$$J_x = J_y = \frac{\pi D^4}{64} \;;\quad J_p = \frac{\pi D^4}{32}$$

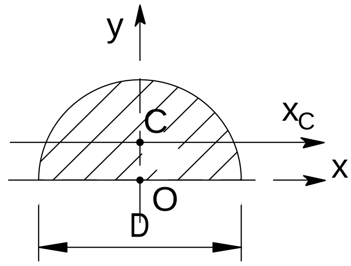
e) Hình tròn rỗng



$$J_x = J_y = \frac{\pi D^4}{64}\left(1-\eta^4\right) \;;$$

$$J_p = \frac{\pi D^4}{32}\left(1-\eta^4\right)$$

f) Hình bán nguyệt



$$J_{xC} = \frac{\pi D^4}{128}\left(1-\frac{64}{9\pi}\right) \;;$$

$$J_x = J_y = \frac{\pi D^4}{128}$$

3. Công thức chuyển trục song song của mô men quán tính

A(x,y) trong hệ trục Oxy. A(X,Y), O(a,b) trong hệ trục O_1XY song song với hệ trục Oxy (Hình 4.2) khi đó ta có:

$$J_X = J_x + 2bS_x + b^2F$$

$$J_Y = J_y + 2aS_y + a^2F$$

$$J_{XY} = J_{xy} + aS_x + bS_y + abF$$

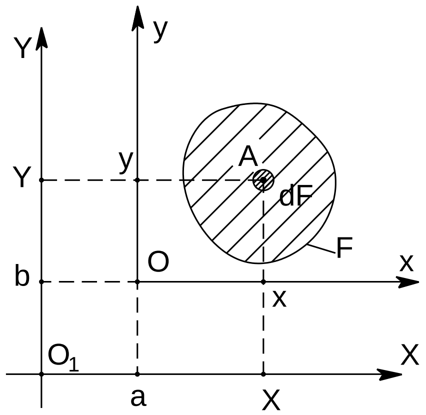
Nếu Oxy là hệ trục quán tính trung tâm ($S_x = S_y = 0$)

$$J_X = J_x + b^2F$$

$$J_Y = J_y + a^2F$$

$$J_{XY} = J_{xy} + abF$$

Nếu Oxy là hệ trục quán tính chính trung tâm ($J_{xy} = 0$, $S_x = S_y = 0$)



Hình 4.2

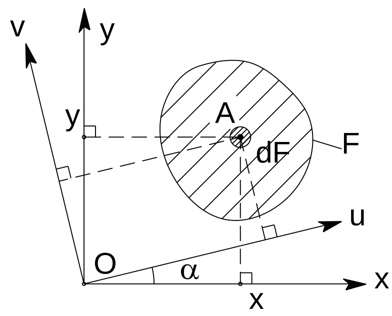
$$J_X = J_x + b^2F \qquad\qquad J_Y = J_y + a^2F$$

$$J_{XY} = abF$$

4. Công thức xoay trục của mô men quán tính

Ouv là vị trí sau khi hệ trục Oxy đã xoay đi 1 góc α (Hình 4.3)

$$J_u = \frac{J_x + J_y}{2} + \frac{J_x - J_y}{2}\cos 2\alpha - J_{xy}\sin 2\alpha$$



Hình 4.3

$$J_u = \frac{J_x + J_y}{2} - \frac{J_x - J_y}{2}\cos 2\alpha + J_{xy}\sin 2\alpha$$

$$J_{uv} = \frac{J_x - J_y}{2}\sin 2\alpha + J_{xy}\cos 2\alpha$$

Giá trị của các mô men quán tính chính và phương của các trục chính:

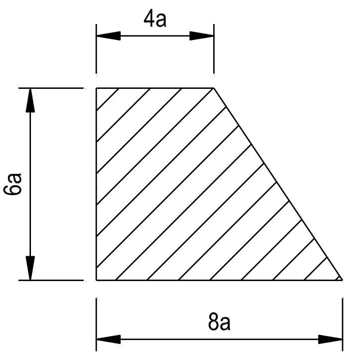
$$J_{\max} = \frac{J_x + J_y}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\left(J_x - J_y\right)^2 + 4J_{xy}^2}$$

$$J_{\min} = \frac{J_x + J_y}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\left(J_x - J_y\right)^2 + 4J_{xy}^2}$$

$$\mathrm{t}g\alpha_{1/2} = \frac{J_{xy}}{J_x - J_{\substack{\max\\ \min}}}$$

II. CÁC BÀI TẬP GIẢI MẪU

Bài 4.1. Tìm tọa độ trọng tâm của mặt cắt như hình vẽ:



Hình 4.1

Chọn hệ trục tọa độ gốc ban đầu Oxy.

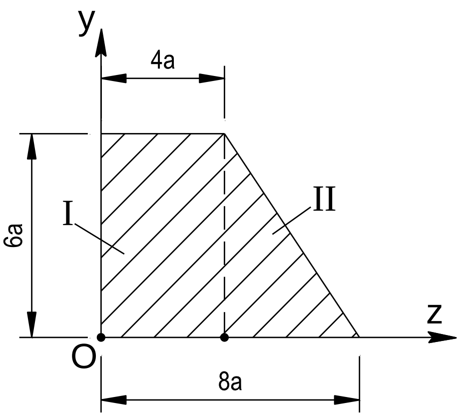
Chia mặt cắt hình thang làm 2 hình là hình I (Hình chữ nhật) và II (Hình tam giác).

Gọi tọa độ trọng tâm của mặt cắt là C(x_C, y_C)

Tọa độ trọng tâm C của hình được tính theo công thức sau:

$$x_C = \frac{S_y}{F} = \frac{S_y^I + S_y^{II}}{F^I + F^{II}} = \frac{F^I x_C^I + F^{II} x_C^{II}}{F^I + F^{II}}$$

$$x_C = \frac{4a.6a.2a + \frac{1}{2}4a.6a.\left(4a + \frac{4a}{3}\right)}{4a.6a + \frac{1}{2}4a.6a} = \frac{28}{9}a = 3{,}111a$$

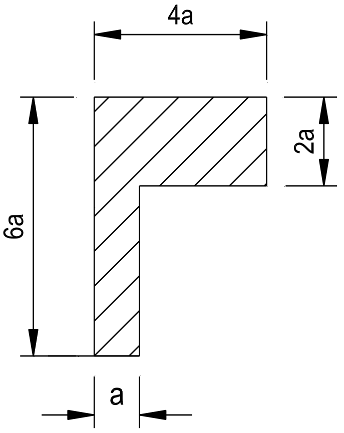


$$y_C = \frac{S_x}{F} = \frac{S_x^I + S_x^{II}}{F^I + F^{II}} = \frac{F^I y_C^I + F^{II} y_C^{II}}{F^I + F^{II}}$$

$$y_C = \frac{4a.6a.3a + \frac{1}{2}4a.6a.2a}{4a.6a + \frac{1}{2}4a.6a} = \frac{8}{3}a = 2{,}666a$$

Vậy tọa độ trọng tâm C(3,111a, 2,666a)

Bài 4.2. Tìm tọa độ trọng tâm của mặt cắt như hình vẽ:



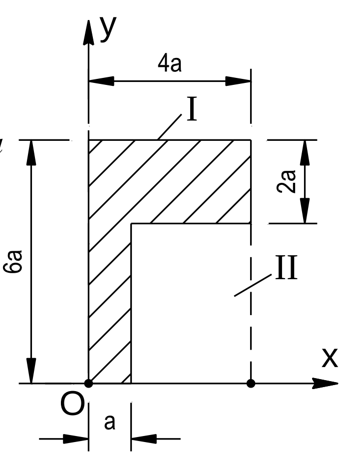
Hình 4.2

Chọn hệ trục tọa độ gốc Oxy.

Chia mặt cắt làm 2 hình là hình I (Hình chữ nhật to) và II (Hình chữ nhật bị khoét).

Gọi tọa độ trong tâm của mặt cắt là C(x_C, y_C).

Tọa độ trọng tâm C của hình được tính theo công thức sau:



$$x_C = \frac{S_y}{F} = \frac{S_y^I - S_y^{II}}{F^I - F^{II}} = \frac{F^I x_C^I - F^{II} x_C^{II}}{F^I - F^{II}}$$

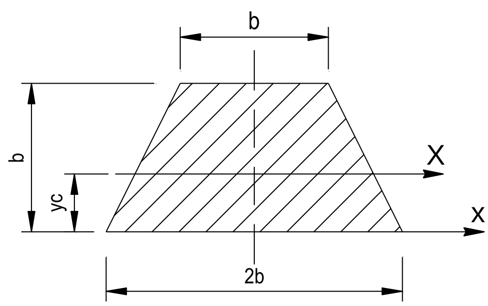
$$x_C = \frac{4a.6a.2a - 3a.4a.\left(a + \frac{3a}{2}\right)}{4a.6a - 3a.4a} = 1,5a$$

$$y_C = \frac{S_x}{F} = \frac{S_x^I - S_x^{II}}{F^I - F^{II}} = \frac{F^I y_C^I - F^{II} y_C^{II}}{F^I - F^{II}}$$

$$y_C = \frac{4a.6a.3a - 3a.4a.2a}{4a.6a - 3a.4a} = 4a$$

Vậy tọa độ trọng tâm C(1,5a, 4a)

Bài 4.3. Xác định vị trí trọng tâm và tính mô men quán tính đối với trục trung tâm song song với cạnh đáy của hình thang cân trên Hình 4.3a



Hình 4.3

Chọn hệ trục tọa độ gốc Oxy như hình vẽ

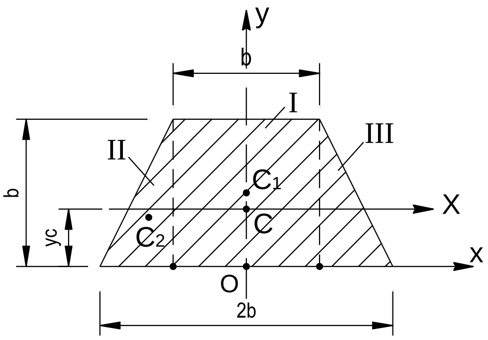
Chia mặt cắt làm 3 hình là hình I (Hình chữ nhật giữa), II (Hình tam giác bên trái) và III (Hình tam giác bên phải).

Gọi tọa độ trong tâm của mặt cắt là C(x_C, y_C)

Do Oy là trục đối xứng nên

$\rightarrow x_C = 0$

Tung độ trọng tâm C của hình được tính theo công thức sau:



$$y_C = \frac{S_x}{F} = \frac{S_x^I + S_x^{II} + S_x^{III}}{F^I + F^{II} + F^{III}}$$

$$y_C = \frac{F^I y_C^I + F^{II} y_C^{II} + F^{III} y_C^{III}}{F^I + F^{II} + F^{III}}$$

$$y_C = \frac{b.b.\frac{1}{2}b + \frac{1}{2}\frac{b}{2}.b.\frac{b}{3} + \frac{1}{2}\frac{b}{2}.b.\frac{b}{3}}{b.b + \frac{1}{2}\frac{b}{2}.b + \frac{1}{2}\frac{b}{2}.b} = \frac{4}{9}b$$ Vậy tọa độ trọng tâm C(0, $\frac{4}{9}b$)

Tính mô men quán tính chính trung tâm J_X:

$$J_X = J_X^I + J_X^{II} + J_X^{III} = J_X^I + 2J_X^{II}$$

Sử dụng công thức chuyển trục song song để tính các mô men quán tính J_X^I và J_X^{II}

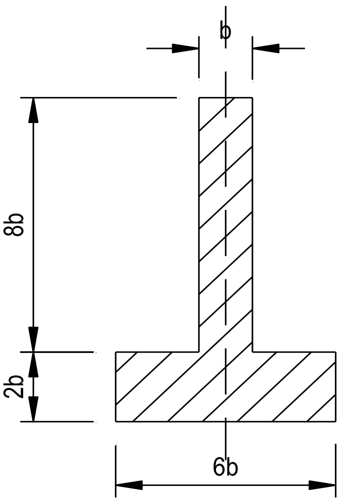
$$J_X^I = J_{x1}^I + b_1^2 F^I = \frac{b.b^3}{12} + \left(\frac{b}{2} - \frac{4b}{9}\right)^2 b.b = \frac{7}{81}b^4$$

$$J_X^{II} = J_{x2}^{II} + b_2^2 F^{II} = \frac{\frac{b}{2}.b^3}{36} + \left(\frac{4b}{9} - \frac{b}{3}\right)^2 \frac{1}{2}\frac{b}{2}.b = \frac{11}{648}b^4$$

$$J_X = J_X^I + 2J_X^{II} = \frac{7}{81}b^4 + 2.\frac{11}{648}b^4 = \frac{13}{108}b^4$$

Bài 4.4. Xác định hệ trục quán tính chính trung tâm và tính mô men quán tính chính trung tâm của mặt cắt.

Chọn hệ trục tọa độ gốc Oxy như hình vẽ.



Chia mặt cắt làm 2 hình là hình I (Hình chữ nhật dưới), II (Hình chữ nhật trên).

Gọi tọa độ trong tâm của mặt cắt là C(x_C, y_C)

Do Oy là trục đối xứng nên $\rightarrow$ $x_C = 0$

Hình 4.4

Oy là 1 trục quán tính chính trung tâm.

Tung độ trọng tâm C của hình được tính theo công thức sau:

$$y_C = \frac{S_x}{F} = \frac{S_x^I + S_x^{II}}{F^I + F^{II}} = \frac{F^I.y_C^I + F^{II}.y_C^{II}}{F^I + F^{II}}$$

$$y_C = \frac{0 + b.8b.(b+4b)}{6b.2b + b.8b} = 2b$$

Như vậy ta tìm được tọa độ trọng tâm của mặt cắt C(0,2b).

$\rightarrow$ Từ đó xác định được hệ trục quán tính chính trung tâm XCY.

Tính mô men quán tính chính trung tâm: J_X, J_Y

$$J_Y = J_Y^I + J_Y^{II} = \frac{2b.(6b)^3}{12} + \frac{8b.b^3}{12} = \frac{110}{3}b^4$$

$$J_X = J_X^I + J_X^{II}$$

Áp dụng công thức chuyển trục song song:

$$J_X^I = J_{x1}^I + b_1^2 F^I = \frac{6b.(2b)^3}{12} + (2b)^2.6b.2b = 52b^4$$

$$J_x^{II} = J_{x2}^{II} + b_2^2 F^{II} = \frac{b.(8b)^3}{12} + (3b)^2.b.8b = \frac{344}{3}b^4$$

$$J_x = J_x^I + J_x^{II} = 52b^4 + \frac{344}{3}b^4 = \frac{500}{3}b^4$$

Bài 4.5. Tìm hệ trục quán tính chính trung tâm và tính mô men quán tính chính trung tâm của mặt cắt.

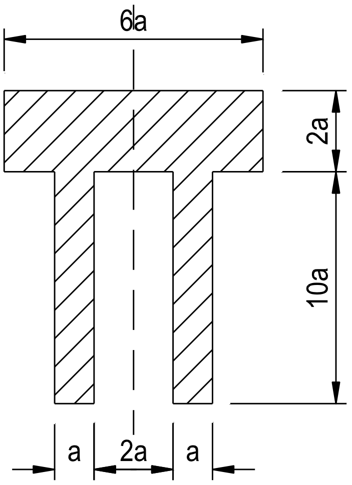
Chọn hệ trục tọa độ gốc Oxy như hình vẽ

Chia mặt cắt làm 3 hình là hình I (Hình chữ nhật trên), II (Hình chữ nhật dưới bên trái) và III (Hình chữ nhật dưới bên phải)

Gọi tọa độ trong tâm của mặt cắt là $C(x_C, y_C)$

Do Oy là trục đối xứng nên $\rightarrow x_C = 0$

Oy là 1 trục quán tính chính trung tâm

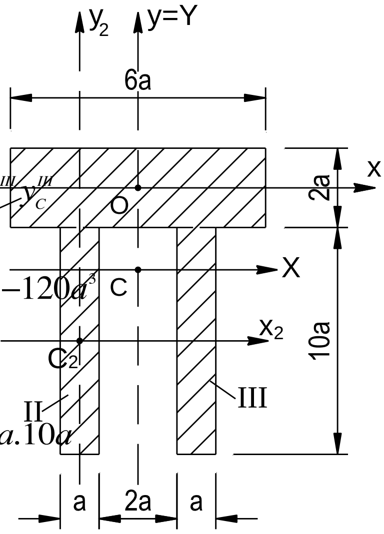


Hình 4.5

Tung độ trọng tâm C của hình được tính theo công thức sau:

$$y_C = \frac{S_x}{F}$$

Mô men tĩnh của mặt cắt đối với trục x.



$$S_x = S_x^I + S_x^{II} + S_x^{III} = F^I y_C^I + F^{II} y_C^{II} + F^{III} y_C^{III}$$

$$S_x = 0 + a.10a.(-6a) + a.10a.(-6a) = -120a^3$$

Diện tích của mặt cắt ngang:

$$F = F^I + F^{II} + F^{III} = 6a.2a + a.10a + a.10a$$

$F = 32a^2$

$y_C = \dfrac{-120a^3}{32a^2} - 3{,}75a$

Ta tìm được tọa độ trọng tâm của mặt cắt C(0,-3,75a)

$\rightarrow$ Xác định được hệ trục quán tính chính trung tâm là XCY

Tính mô men quán tính chính trung tâm J_X, J_Y

$$J_Y = J_Y^I + J_Y^{II} + J_Y^{III} = J_Y^I + 2J_Y^{II}$$

$$J_Y^I = \frac{2a.(6a)^3}{12} = 36a^4$$

$$J_Y^{II} = J_{y2}^{II} + a_2^2 F^{II} = \frac{10a.a^3}{12} + \left(\frac{3}{2}a\right)^2 .a.10a = \frac{70}{3}a^4$$

$$J_Y = J_Y^I + 2J_Y^{II} = 36a^4 + 2.\frac{70}{3}a^4 = \frac{248}{3}a^4$$

$$J_X = J_X^I + J_X^{II} + J_X^{III} = J_X^I + 2J_X^{II}$$

Áp dụng công thức chuyển trục song song để tính J_X^I và J_X^{II}

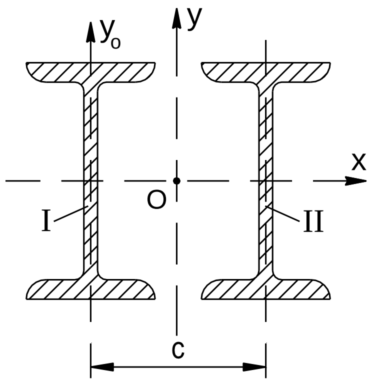
$$J_X^I = J_{x1}^I + b_1^2 F^I = \frac{6a.(2a)^3}{12} + \left(3{,}75a\right)^2 6a.2a = 172{,}75a^4$$

$$J_X^{II} = J_{x2}^{II} + b_2^2 F^{II} = \frac{a.(10b)^3}{12} + (2{,}25a)^2.a.10a = \frac{3215}{24}a^4$$

$$J_X = J_X^I + 2J_X^{II} = 172{,}75a^4 + 2.\frac{3215}{24}a^4$$

$$J_X = \frac{1322}{3}a^4 = 440{,}666a^4$$

Bài 4.6. Cho mặt cắt gồm 2 thép chữ I N^{o}24, hãy xác đinh khoảng cách c giữa 2 mặt cắt để có $J_x = J_y$ (Mặt cắt hợp lý).



Hình 4.6

Do mặt cắt có 2 trục Ox và Oy đều là các trục đối xứng của mặt cắt.

$\rightarrow$ Hệ trục Oxy là hệ trục quán tính chính trung tâm của mặt cắt.

Ta chia mặt cắt làm 2 phần là I và II.

Mô men quán tính chính trung tâm J_x và J_y:

$$J_x = J_x^I + J_x^{II} = 2J_x^I$$

$$J_x = 2.3460 = 6920 \text{ cm}^4$$

$$J_y = J_y^I + J_y^{II} = 2J_y^I$$ (Do 2 phần đối xứng nhau qua trục y)

Sử dụng công thức chuyển trục song song ta có

$$J_y^I = J_{y0}^I + a^2F^I = 198 + \left(\frac{c}{2}\right)^2.34,8$$

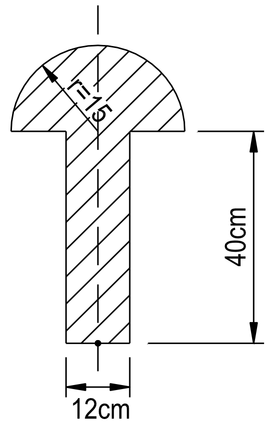
$$J_y = 2.\left(198 + \left(\frac{c}{2}\right)^2.34,8\right) \text{ cm}^4$$

Do mặt cắp hợp lý ta có $J_x = J_y$

$$2.\left(198 + \left(\frac{c}{2}\right)^2.34,8\right) = 6920$$

Giải phương trình ta tìm được c = 19,36 cm.

Bài 4.7. Xác định hệ trục quán tính chính trung tâm và tính các mô men quán tính chính trung tâm của mặt cắt như hình.



Hình 4.7

Chọn hệ trục tọa độ ban đầu Oxy

Chia mặt cắt làm 2 hình là hình I (Hình chữ nhật dưới) và II (Nửa hình tròn phía trên)

Gọi tọa độ trong tâm của mặt cắt là $C(x_C, y_C)$

Do Oy là trục đối xứng nên $\rightarrow x_C = 0$

Oy là 1 trục quán tính chính trung tâm

Tung độ trọng tâm C của hình được tính theo công thức sau:

$$y_C = \frac{S_x}{F}$$

Mô men tĩnh của mặt cắt đối với trục x.

$$S_x = S_x^I + S_x^{II} = F^I y_C^I + F^{II} y_C^{II}$$

$$S_x = 0 + \frac{1}{2}\pi.r^2\left(\frac{4r}{3\pi} + 20\right) = 9315 \text{ cm}$$

Diện tích của mặt cắt ngang:

$$F = F^I + F^{II} = 12.40 + \frac{1}{2}\pi.r^2 = 12.40 + \frac{1}{2}\pi.15^2$$

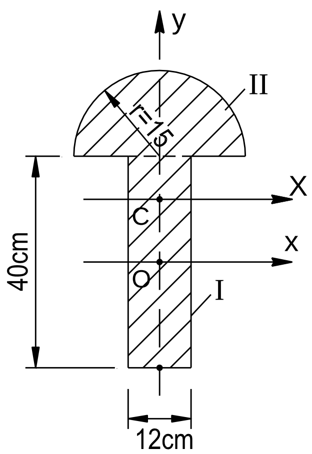
$$F = 833,25 \text{ cm}^2$$

$$y_C = \frac{S_x}{F} = \frac{9315}{833,25} = 11,179 \text{ cm}$$

Ta tìm được tọa độ trọng tâm của mặt cắt C(0;11,179)

→ Xác định được hệ trục quán tính chính trung tâm là XCY

Tính mô men quán tính chính trung tâm J_X, J_Y



$$J_Y = J_Y^I + J_Y^{II} = \frac{40.12^3}{12} + \frac{1}{2}\frac{\pi d^4}{64}$$

$$J_Y = \frac{40.12^3}{12} + \frac{1}{2}.\frac{\pi(2.15)^4}{64}$$

$$J_Y = 25630,3125 \text{ cm}^4$$

$$J_X = J_X^I + J_X^{II}$$

Áp dụng công thức chuyển trục song song để tính J_X^I và J_X^{II}

$$J_X^I = J_{x1}^I + b_1^2 F^I = \frac{12.(40)^3}{12} + \left(11,179\right)^2.12.40$$

$$J_X^I = 123985,62 \text{ cm}^4$$

$$J_X^{II} = J_{x2}^{II} + b_2^2 F^{II}$$

$$J_{x2}^{II} = \frac{1}{2}\frac{\pi d^4}{64} - \left(\frac{4r}{3\pi}\right)^2\frac{\pi r^2}{2} = \frac{1}{2}\frac{\pi(2r)^4}{64} - \left(\frac{4r}{3\pi}\right)^2\frac{\pi r^2}{2}$$

$$J_x^{II} = \frac{1}{2}\frac{\pi(2r)^4}{64} - \left(\frac{4r}{3\pi}\right)^2\frac{\pi r^2}{2} + \left(\frac{4r}{3\pi} + 20 - 11,179\right)^2\frac{\pi r^2}{2}$$

$$J_x^{II} = \frac{1}{2}\frac{\pi(2.15)^4}{64} - \left(\frac{4.15}{3\pi}\right)^2 \frac{\pi 15^2}{2} + \left(\frac{4.15}{3\pi} + 20 - 11,179\right)^2 \frac{\pi.15^2}{2}$$

$$J_x^{II} = 87051,21 \text{ cm}^4$$

$$J_X = J_X^I + J_X^{II} = 123985,62 + 87051,21 = 211036,83 \text{ cm}^4$$

Bài 4.8. Xác định hệ trục quán tính chính trung tâm và tính mômen quán tính chính trung tâm của mặt cắt ghép sau đây

Tra bảng thép hình ta được:

Đối với mặt cắt [N^{o}22a

$F^I = 28,6$ cm^2, $x_{O1} = 2,47$
cm

$J_{x1}^I = 2320$ cm^4, $J_{y1}^I = 186$
cm^4

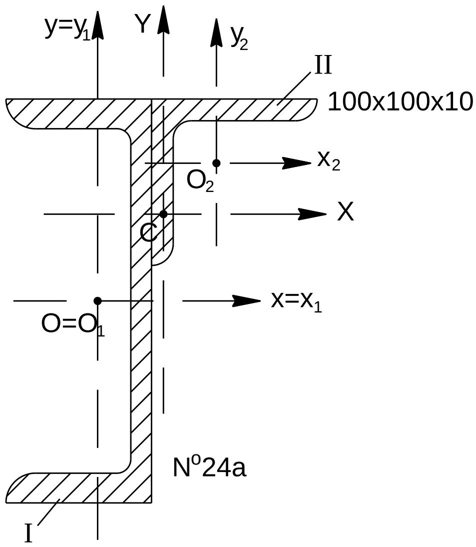
Đối với mặt cắt 100x100x10

$F^{II} = 19,2$ cm^2, $y_{O2} = 2,83$
cm

$J_{max}^{II} = J_{x0}^{II} = 284$ cm^4

$J_{min}^{II} = J_{y0}^{II} = 74,1$ cm^4

$J_{x2}^{II} = J_{y2}^{II} = 179$ cm^4



Hình 4.8

Tìm tọa độ trọng tâm của mặt cắt

Chia mặt cắt làm 2 phần là I (Thép chữ [N^{o}22a) và II (Thép góc đều 100x100x10)

Chọn hệ trục $x_1O_1y_1$ làm gốc ban đầu, đối với hệ trục này $S_{x1}^I = S_{y1}^I = 0$

$$S_{x1}^{II} = F^{II}.y_C^{II} = 19,2.(11 - 2,83) = 157 \text{ cm}^3$$

$$S_{y1}^{II} = F^{II}.x_C^{II} = 19,2.(2,46 + 2,83) = 102 \text{ cm}^3$$

Vậy trong hệ trục tọa độ gốc ban đầu tọa độ trọng tâm C

$$y_C = \frac{S_{x1}}{F} = \frac{S_{x1}^I + S_{x1}^{II}}{F^I + F^{II}} = \frac{0+157}{28,6+19,2} = 3,28 \text{ cm}$$

$$x_C = \frac{S_{y1}}{F} = \frac{S_{y1}^I + S_{y1}^{II}}{F^I + F^{II}} = \frac{0+102}{28,6+19,2} = 2,13 \text{ cm}$$

Tọa độ trọng tâm C(2,13;3,28)

Từ đó ta xác định được hệ trục trung tâm XCY của mặt cắt như trên hình vẽ.

Trong hệ trục tọa độ này trọng tâm O_1 của hình I là:

$a_1 = X_{O1} = -2,13$ cm

$b_1 = Y_{O1} = -3,28$ cm

Trọng tâm O_2 của hình II là:

$a_2 = X_{O2} = 3,17$ cm

$b_2 = Y_{O2} = 4,89$ cm

Xác định mô men quán tính J_X, J_Y của mặt cắt đối với hệ trục trung tâm.

$$J_X = J_X^I + J_X^{II}$$

$$J_X^I = J_{x1}^I + b_1^2 F^I = 2320 + 3,28^2.28,6 = 2627,69 \text{ cm}^4$$

$$J_X^{II} = J_{x2}^{II} + b_2^2 F^{II} = 179 + 4,89^2.19,2 = 638,11 \text{ cm}^4$$

$$\rightarrow J_X = J_X^I + J_X^{II} = 2627,69 + 638,11 = 3265,8 \text{ cm}^4$$

$$J_Y = J_Y^I + J_Y^{II}$$

$$J_Y^I = J_{y1}^I + a_1^2 F^I = 186 + 2,13^2.28,6 = 315,75 \text{ cm}^4$$

$$J_Y^{II} = J_{y2}^{II} + a_2^2 F^{II} = 179 + 3,17^2.19,2 = 317,93 \text{ cm}^4$$

$$J_Y = J_Y^I + J_Y^{II} = 315,75 + 317,93 = 633,68 \text{ cm}^4$$

$$J_{XY} = J_{XY}^I + J_{XY}^{II} = J_{x_1y_1}^I + a_1 b_1 F^I + J_{x_2y2}^{II} + a_2 b_2 F^{II}$$

$$J_{XY} = 0 + a_1 b_1 F^I + J_{x_2y2}^{II} + a_2 b_2 F^{II} = 602,5 \text{ cm}^4$$

Xác định hệ trục quán tính chính trung tâm

Hệ trục quán tính chính trung tâm là hệ trục nhận được khi quay hệ trục trung tâm đi một góc α_o:

$$tg2\alpha_0 = \frac{2J_{XY}}{J_Y - J_X} = \frac{2.602,5}{633,68 - 3265,8} = -0,4578$$

$\alpha_{o1} = -12^0 30'$; $\alpha_{o2} = -102^0 30'$

Xác định mô men quán tính chính trung tâm:

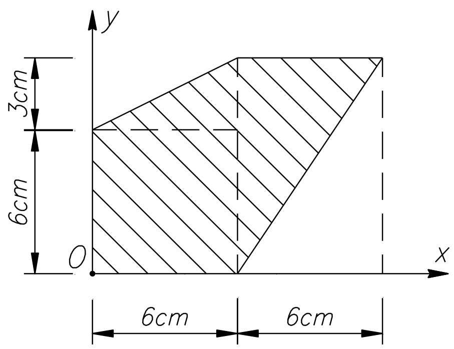
$$J_{1,2} = \frac{J_X + J_Y}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\left(J_X + J_Y\right)^2 + 4J_{XY}^2}$$

$$J_1 = J_{\max} = \frac{J_X + J_Y}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\left(J_X - J_Y\right)^2 + 4J_{XY}^2} = 3407 \text{ cm}^4$$

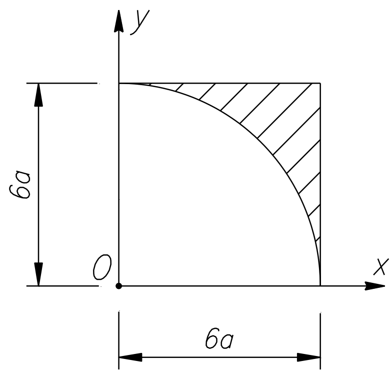
$$J_2 = J_{\min} = \frac{J_X + J_Y}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\left(J_X - J_Y\right)^2 + 4J_{XY}^2} = 547,5 \text{ cm}^4$$

III. BÀI TẬP TỰ GIẢI

Bài 4.1. Tìm tọa độ trọng tâm của mặt cắt như trên hình vẽ:



(a)



(b)

Hướng dẫn:

a) Chia mặt cắt làm 3 hình I, II và III

Sử dụng công thức tính tọa độ trong tâm:

$$F = F^I + F^{II} + F^{III} = \frac{1}{2}6.3 + 6.6 + \frac{1}{2}6.9 = 72 \text{ cm}^2$$

$$S_x = S_x^I + S_x^{II} + S_x^{III} = F^I y_C^I + F^{II} y_C^{II} + F^{III} y_C^{III}$$

$$S_x = \frac{1}{2}6.3.7 + 6.6.3 + \frac{1}{2}6.9.6 = 333 \text{ cm}^3$$

$$\rightarrow y_C = \frac{S_x}{F} = \frac{333}{72} = 4,625 \text{ cm}$$

$$S_y = \frac{1}{2}6.3.4 + 6.6.3 + \frac{1}{2}6.9.8 = 360 \text{ cm}^3$$

$$\rightarrow x_C = \frac{S_y}{F} = \frac{360}{72} = 5 \text{ cm}$$

b) Chia mặt cắt làm 2 hình I (Hình vuông) và II (1/4 hình tròn)

Do mặt cắt đối xứng:

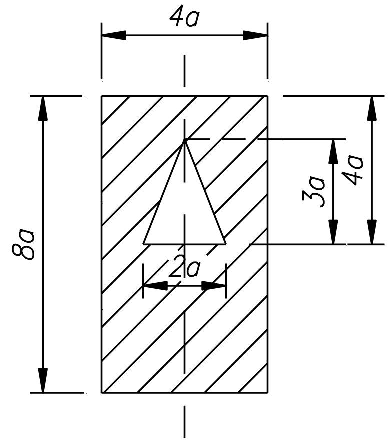
$$y_C = x_C = \frac{S_x}{F}$$

$$F = F^I - F^{II} = 6a.6a - \pi\frac{(6a)^2}{4}$$

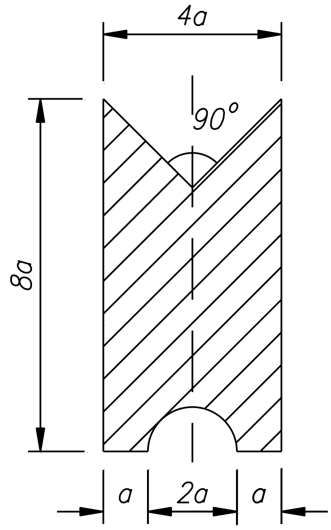
$$S_x = S_x^I - S_x^{II} = (6a)^2 3a - \frac{(6a)^3}{3} = 36a^3$$

$$y_C = x_C = \frac{36a^3}{6a.6a - \pi\frac{(6a)^2}{4}} = 4,651a$$

Bài 4.2. Xác định vị trí trọng tâm của các mặt cắt cho trên hình vẽ:



(a)



(b)

Hướng dẫn:

a) Chia mặt cắt làm 2 hình I (Hình chữ nhật) và II (Hình tam giác)

Do mặt cắt đối xứng: $\rightarrow x_C = 0$

$$F = F^I - F^{II} = 4a.8a - \frac{1}{2}2a.3a = 29a^2$$

$$S_x = S_x^I - S_x^{II} = 4a.8a.4a - \frac{1}{2}2a.3a.5a = 113a^3$$

$$y_C = \frac{S_x}{F} = \frac{113a^3}{29a^2} = 3{,}896a$$

b) Chia mặt cắt làm 3 hình I (Hình chữ nhật), II (Hình tam giác) và III (Nửa hình tròn)

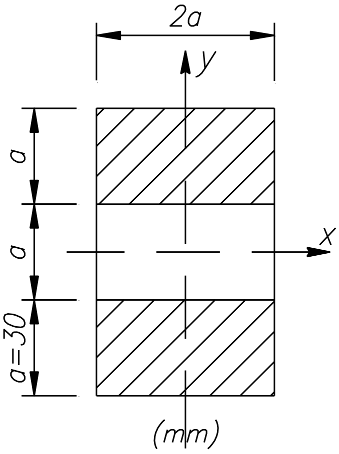
Do mặt cắt đối xứng: $\rightarrow x_C = 0$

$$F = F^I - F^{II} - F^{III} = 4a.8a - \frac{1}{2}2a.4a - \frac{1}{2}\pi a^2 = \left(28 - \frac{\pi}{2}\right)a^2$$

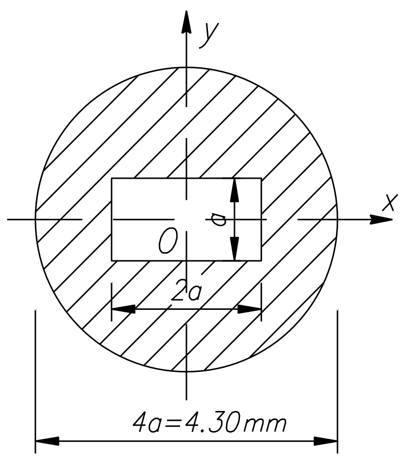
$$S_x = S_x^I - S_x^{II} = 4a.8a.4a - \frac{1}{2}2a.4a.\left(6a + \frac{2}{3}.2a\right) - \frac{1}{2}\pi a^2.\frac{4a}{3\pi} = 98a^3$$

$$y_C = \frac{S_x}{F} = \frac{98a^3}{\left(28 - \frac{\pi}{2}\right)a^2} = 3,708a$$

Bài 4.3. Xác định mô men quán tính chính trung tâm của các hình dưới đây:



(a)



(b)

Hướng dẫn:

a) Mặt cắt có 2 trục đối xứng là Ox và Oy

Hệ trục Oxy là hệ trục quán tính chính trung tâm.

$$J_x = J_x^I - J_x^{II} = \frac{2a.(3a)^3}{12} - \frac{2a.a^3}{12} = \frac{13}{2}a^4 = 526,5 \text{ cm}^4$$

$$J_y = J_y^I - J_y^{II} = \frac{3a.(2a)^3}{12} - \frac{a.(2a)^3}{12} = \frac{4}{3}a^4 = 108 \text{ cm}^4$$

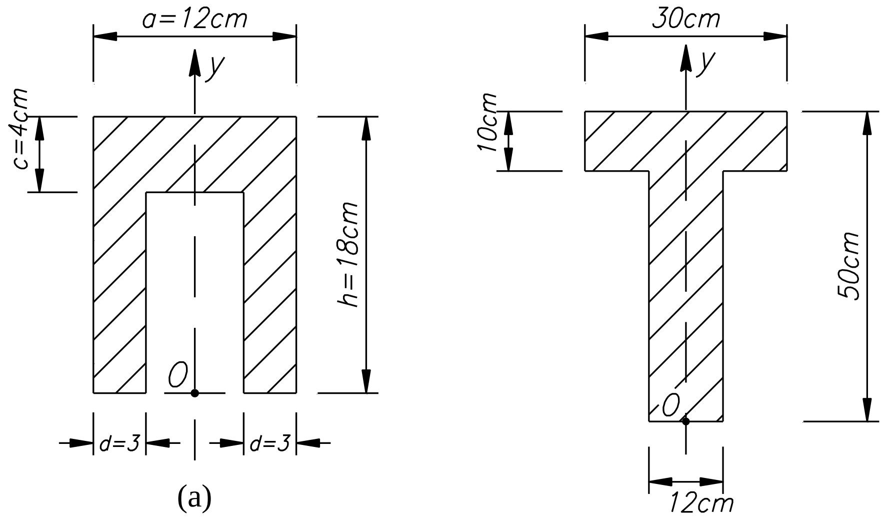
a) Mặt cắt có 2 trục đối xứng là Ox và Oy

Hệ trục Oxy là hệ trục quán tính chính trung tâm.

$$J_x = J_x^I - J_x^{II} = \frac{\pi(4a)^4}{64} - \frac{2a.a^3}{12} = 12,226a^4 = 990,36 \text{ cm}^4$$

$$J_y = J_y^I - J_y^{II} = \frac{\pi(4a)^4}{64} - \frac{a.(2a)^3}{12} = 11,893a^4 = 963,36 \text{ cm}^4$$

Bài 4.4. Xác định hệ trục quán tính chính trung tâm và tính mô men quán tính chính trung tâm của mặt cắt như trên hình.



(a) (b)

Hướng dẫn:

a) Tung độ trọng tâm C của hình được tính theo công thức sau:

$$y_C = \frac{S_x}{F} = \frac{S_x^I - S_x^{II}}{F^I - F^{II}}$$

$$y_C = \frac{0 - 6.14.2}{12.18 - 6.14} = -1,272 \text{ cm}$$

Trọng tâm C(0,-1,272)

$\rightarrow$ Từ đó xác định được hệ trục quán tính chính trung tâm XCY

$$J_Y = J_Y^I - J_Y^{II} = \frac{18.12^3}{12} - \frac{14.6^3}{12} = 2340 \text{ cm}^4$$

$$J_X = J_X^I - J_X^{II}$$

$$J_X^I = J_{x1}^I + b_1^2 F^I = \frac{12.18^3}{12} + 1,272^2.12.18 = 6181,484$$

$$J_X^{II} = J_{x2}^{II} + b_2^2 F^{II} = \frac{6.14^3}{12} + 3,272^2.6.14 = 2271,302$$

$$J_X = J_X^I - J_X^{II} = 3910,182 \text{ cm}^4$$

b) Tung độ trọng tâm C của hình được tính theo công thức sau:

$$y_C = \frac{S_x}{F} = \frac{S_x^I + S_x^{II}}{F^I + F^{II}}$$

$$y_C = \frac{0 + 10.30.25}{12.40 + 10.30} = 9,615 \text{ cm}$$

Trọng tâm mặt cắt C(0,9,615)

Hệ trục quán tính chính trung tâm XCY

$$J_Y = J_Y^I + J_Y^{II} = \frac{40.12^3}{12} + \frac{10.30^3}{12} = 28260 \text{ cm}^4$$

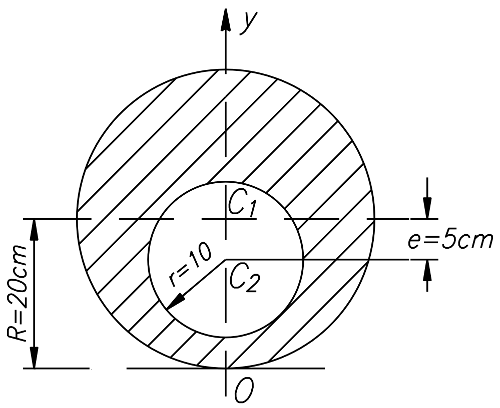
$$J_X = J_X^I + J_X^{II}$$

$$J_X^I = J_{x1}^I + b_1^2 F^I = \frac{12.40^3}{12} + 9,615^2.12.40 = 108375,148$$

$$J_X^{II} = J_{x2}^{II} + b_2^2 F^{II} = \frac{30.10^3}{12} + 15,385^2.30.10 = 73509,467$$

$$J_X = J_X^I + J_X^{II} = 108375,148 + 73509,467 = 181884,615 \text{ cm}^4$$

Bài 4.5. Tính trọng tâm và tính mô men quán tính chính trung tâm của mặt cắt như trên hình.



Hướng dẫn:

Trọng tâm C của mặt cắt:

$$x_C = 0$$

$$y_C = \frac{S_x}{F} = \frac{S_x^I - S_x^{II}}{F^I - F^{II}}$$

$$y_C = \frac{0-(-5).\pi r^2}{\pi R^2 - \pi r^2} = \frac{1570,8}{942,5} = 1,67 \text{ cm}$$

Trọng tâm C(0,1,67)

Xác định được hệ trục quán tính chính trung tâm XCY

$$J_Y = J_Y^I - J_Y^{II} = \frac{\pi.R^4}{4} - \frac{\pi.r^4}{4} = 117810 \text{ cm}^4$$

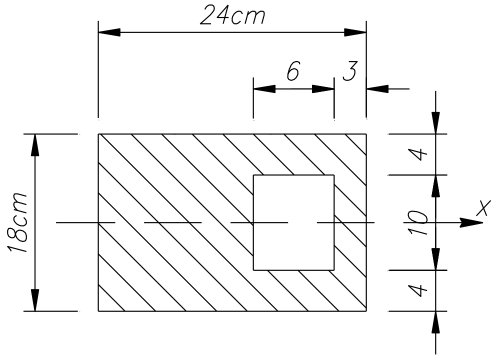
$$J_X = J_X^I - J_X^{II}$$

$$J_X^I = J_{x1}^I + b_1^2 F^I = \frac{\pi.R^4}{4} + 1,67^2.\pi.R^2$$

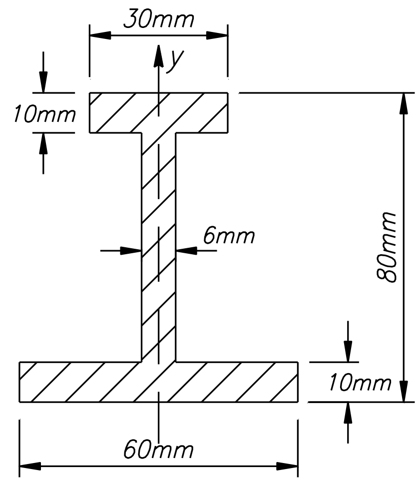
$$J_X^{II} = J_{x2}^{II} + b_2^2 F^{II} = \frac{\pi r^4}{4} + (1,67+5)^2.\pi r^2$$

$$J_X = J_X^I - J_X^{II} = 107400 \text{ cm}^4$$

Bài 4.6. Xác định hệ trục quán tính chính trung tâm và tính mô men quán tính chính trung tâm của mặt cắt như trên hình.



(a)



(b)

Hướng dẫn:

Tọa độ trọng tâm C của mặt cắt:

$$y_C = 0$$

$$x_C = \frac{S_y}{F} = \frac{S_y^I - S_y^{II}}{F^I - F^{II}}$$

$$y_C = \frac{0 - 6.10.6}{18.24 - 6.10} = -0,967 \text{ cm}$$

Trọng tâm C(-0,967;0)

Xác định được hệ trục quán tính chính trung tâm XCY

$$J_X = J_X^I - J_X^{II} = \frac{24.18^4}{12} - \frac{6.10^4}{12} = 204952 \text{ cm}^4$$

$$J_Y = J_Y^I - J_Y^{II}$$

$$J_Y^I = J_{y1}^I + a_1^2 F^I = \frac{18.24^4}{12} + \left(0,967\right)^2.18.24 = 498067,96$$

$$J_Y^{II} = J_{y2}^{II} + a_2^2 F^{II} = \frac{10.6^4}{12} + \left(0,967 + 6\right)^2.10.6 = 3992,34$$

$$J_Y = J_Y^I - J_Y^{II} = 494075,62 \text{ cm}^4$$

b) Trọng tâm của mặt cắt

$$x_C = 0$$

$$y_C = \frac{S_x}{F}$$

$$F = F^I + F^{II} + F^{III} = 6.1 + 0,6.6 + 1.3 = 12,6 \text{ cm}^2$$

$$S_x = 6.1.\left(-3,5\right) + 0 + 3.1.3,5 = -10,5$$

$$y_C = \frac{S_x}{F} = \frac{-10,5}{12,6} = -\frac{5}{6} \text{cm}$$

Trọng tâm mặt cắt C(0; $-\frac{5}{6}$)

Hệ trục quán tính chính trung tâm XCY

$$J_Y = J_Y^I + J_Y^{II} + J_Y^{III} = \frac{1.6^3}{12} + \frac{6.0,6^3}{12} + \frac{1.3^3}{12} = 20,358 \text{ cm}^4$$

$$J_X = J_X^I + J_X^{II} + J_X^{III}$$

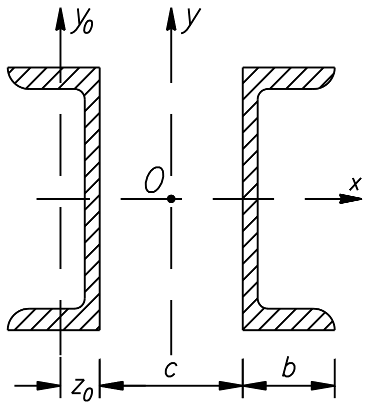
$$J_X^I = \frac{6.1^3}{12} + \left(3,5 - \frac{5}{6}\right)^2.6.1 = \frac{259}{6}$$

$$J_x^{II} = \frac{0,6.6^3}{12} + \left(\frac{5}{6}\right)^2.0,6.6 = 13,3$$

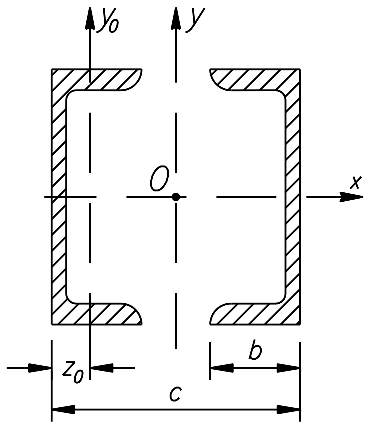
$$J_x^{III} = \frac{3.1^3}{12} + \left(3,5 + \frac{5}{6}\right)^2.3.1 = \frac{679}{12}$$

$$J_x = J_x^I + J_x^{II} + J_x^{III} = 113,05 \text{ cm}^4$$

Bài 4.7. Tính khoảng cách c của 2 mặt cắt gồm 2 thép chữ [số hiệu 30 được bố trí như ở hình vẽ để có $J_x = J_y$.



(a)



(b)

Hướng dẫn:

a) Oxy là hệ trục quán tính chính trung tâm

$$J_x = 2.J_x^I = 2.5810 \text{ cm}^4$$

$$J_y = 2.J_y^I = 2\left(J_{y1}^I + a_1^2F^I\right) = 2\left(327 + \left(\frac{c}{2} + 2,52\right)^2 40,5\right)$$

$$J_x = J_y \rightarrow c = 18,23 \text{ cm}$$

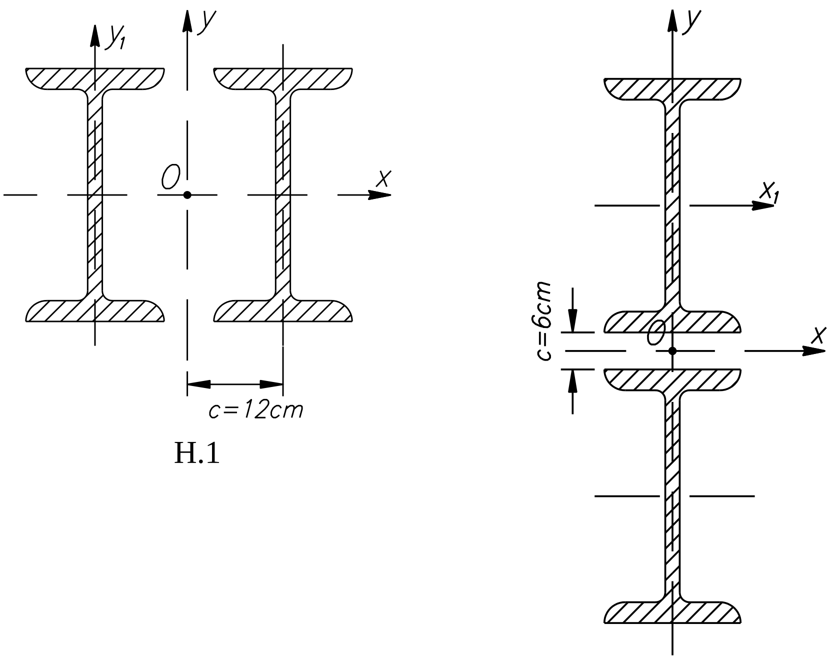
b) Ox và Oy là hai trục đối xứng $\rightarrow$ Oxy là hệ trục quán tính chính trung tâm

$$J_x = 2.J_x^I = 2.5810 \text{ cm}^4$$

$$J_y = 2.J_y^I = 2\left(J_{y1}^I + a_1^2F^I\right) = 2\left(327 + \left(\frac{c}{2} - 2,52\right)^2 40,5\right)$$

$J_x = J_y \rightarrow c = 28{,}31$ cm

Bài 4.8. Xác định hệ trục quán tính chính trung tâm và tính mô men quán tính chính trung tâm của mặt cắt ghép bởi 2 thép chữ I N°24 bố trí như hình vẽ.



H.1 H.2

Hướng dẫn:

a) Oxy là hệ trục quán tính chính trung tâm

$$J_x = 2.J_x^I = 2.3460 = 6920 \text{ cm}^4$$

$$J_y = 2.J_y^I = 2\left(J_{y1}^I + a_1^2 F^I\right) = 2\left(198 + 12^2.34{,}8\right)$$

$$J_y = 10418{,}4 \text{ cm}^4$$

b) Ox và Oy là hai trục đối xứng $\rightarrow$ Oxy là hệ trục quán tính chính trung tâm của mặt cắt

$$J_y = 2J_y^I = 2.198 = 396 \text{ cm}^4$$

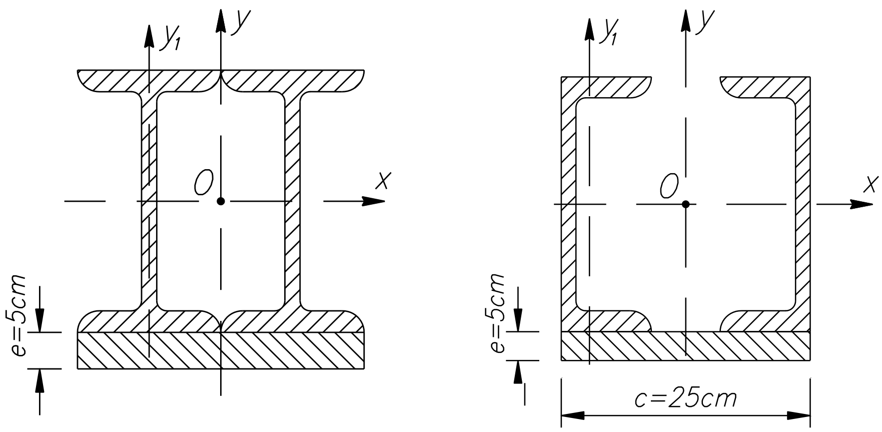
$$J_x = 2.J_x^I = 2\left(J_{x1}^I + a_1^2 F^I\right) = 2\left(J_{x1}^I + \left(\frac{h}{2} + \frac{c}{2}\right)^2 F^I\right)$$

$J_x = 22580 \text{ cm}^4$

Bài 4.9. Xác định hệ trục quán tính chính trung tâm và tính mô men quán tính chính trung tâm của mặt cắt ghép như hình vẽ.

a) : Thép I số hiệu 24

b) : Thép [số hiệu 24



(a) (b)

Hướng dẫn:

a) Tọa độ trọng tâm của mặt cắt:

$x_C = 0$

$F = F^I + F^{II} + F^{III} = 34{,}8.2 + 5.23 = 184{,}6 \text{ cm}^2$

$S_x = S_x^I + S_x^{II} + S_x^{III} = 2.0 - 5.23.\left(\frac{24}{2} + 2{,}5\right) = -1667{,}5 \text{ cm}^3$

$y_C = \frac{S_x}{F} = \frac{-1667{,}5}{184{,}6} = -9{,}033 \text{ cm}$

Trọng tâm C(0;-9,033)

Xác định được hệ trục quán tính chính trung tâm XCY

$J_Y = 2.J_Y^I + J_Y^{III} = 2\left(J_{y1}^I + \left(\frac{b}{2}\right)^2 .F^I\right) + \frac{5.(2b)^3}{12}$

$J_Y = 7766{,}73 \text{ cm}^4$

$$J_X = 2J_X^I + J_X^{III} = 2\left(J_{x1}^I + b_1^2.F^I\right) + \frac{2b.5^3}{12} + \left(\frac{24}{2} + 2,5 - 9,033\right)^2.2b.5$$

$J_X = 16275,73$ cm^4

b) Tọa độ trọng tâm của mặt cắt:

$x_C = 0$

$F = F^I + F^{II} + F^{III} = 30,6.2 + 5.25 = 186,2$ cm^2

$$S_x = S_x^I + S_x^{II} + S_x^{III} = 2.0 - 5.25.\left(\frac{24}{2} + 2,5\right) = -1812,5 \text{ cm}^3$$

$$y_C = \frac{S_x}{F} = \frac{-1812,5}{186,2} = -9,734 \text{ cm}$$

Trọng tâm C(0;-9,734)

Xác định được hệ trục quán tính chính trung tâm XCY

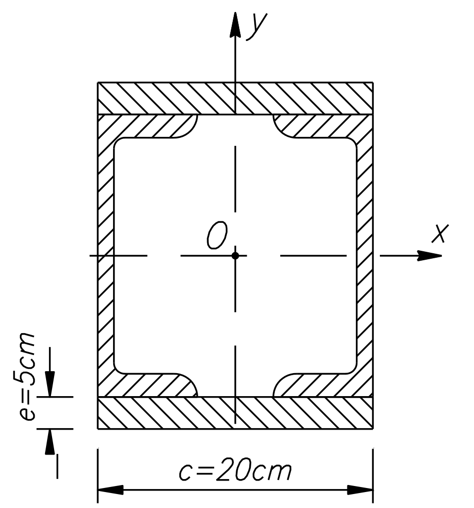
$$J_Y = 2.J_Y^I + J_Y^{III} = 2\left(J_{y1}^I + \left(\frac{25}{2} - z_0\right)^2.F^I\right) + \frac{5.25^3}{12}$$

$J_Y = 13144,728$ cm^4

$$J_X = 2J_X^I + J_X^{III} = 2\left(J_{x1}^I + b_1^2.F^I\right) + \frac{25.5^3}{12} + b_2^2.5.25$$

$J_X = 14698,5$ cm^4

Bài 4.10. Xác định hệ trục quán tính chính trung tâm và tính mô men quán tính chính trung tâm của mặt cắt ghép bởi 2 thép chữ [số hiệu 20 như hình vẽ.



Hướng dẫn:

a) Ox và Oy là hai trục đối xứng $\rightarrow$ Oxy là hệ trục quán tính chính trung tâm của mặt cắt

$$J_y = 2J_y^I + 2J_y^{II} = 2\left(J_{y1}^I + a_1^2 F^I\right) + 2\frac{5.20^3}{12}$$

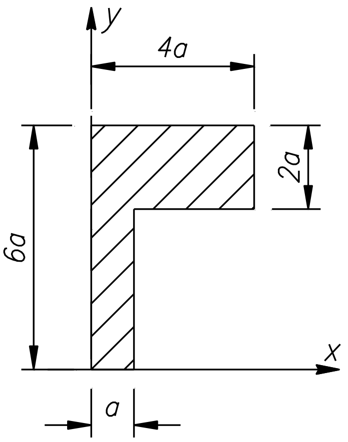
$$J_y = 2\left(113 + \left(\frac{20}{2} - 2,07\right)^2 .23,4\right) + 2\frac{5.20^3}{12} = 9835,68$$

$J_y = 9835,68$ cm^4

$$J_x = 2J_x^I + 2J_x^{II} = 2.1520 + 2\left(\frac{20.5^3}{12} + \left(10 + 2,5\right)^2 .20.5\right)$$

$J_x = 34706,66$ cm^4

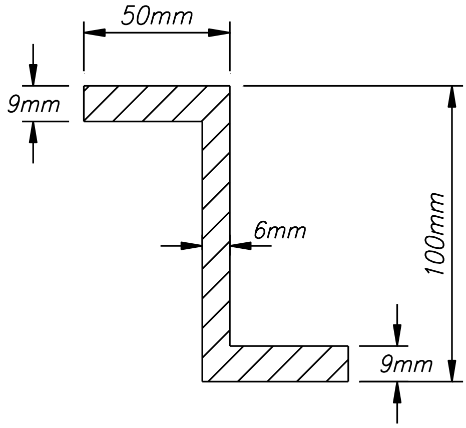
Bài 4.11. Xác định các mô men quán tính chính trung tâm và phương của hệ trục quán tính chính trung tâm của mặt cắt như trên hình. Biết a = 10 cm



Đáp số:

$J_{max} = 38,64.10^4$ cm^4 ; $J_{min} = 10,4.10^4$ cm4 ; α_1 = -29º ; α_2 = 61º

Bài 4.12. Xác định hệ trục quán tính chính trung tâm và tính mô men quán tính chính trung tâm của mặt cắt cho như hình vẽ.



Hướng dẫn:

Mô men quán tính trung tâm: J_x, J_y, J_{xy}

$$J_x = J_x^I + J_x^{II} + J_x^{III} = 214,5 \text{ cm}^4$$

$$J_y = J_y^I + J_y^{II} + J_y^{III} = 62,34 \text{ cm}^4$$

$$J_{xy} = J_{xy}^I + J_{xy}^{II} + J_{xy}^{III} = -90,1 \text{ cm}^4$$

Phương của hệ trục quán tính chính trung tâm:

$$tg2\alpha = -\frac{2J_{xy}}{J_x - J_y} = 1,189$$

$\alpha_1 = 24^o55'$

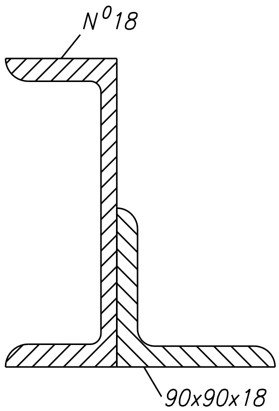
$\alpha_2 = 114^o55'$

Mô men quán tính chính trung tâm

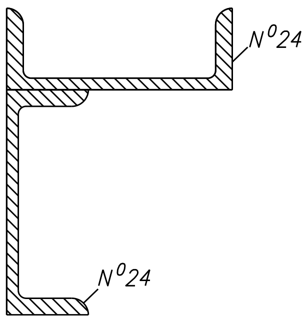
$$J_{\max} = \frac{J_x + J_y}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\left(J_x - J_y\right)^2 + 4J_{xy}^2} = 252 \text{ cm}^4$$

$$J_{\min} = \frac{J_x + J_y}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\left(J_x - J_y\right)^2 + 4J_{xy}^2} = 25 \text{ cm}^4$$

Bài 4.13. Một thanh ghép gồm 2 thanh định hình như trên hình. Xác định mô men quán tính chính và phương của hệ trục quán tính chính trung tâm.



(a)



(b)

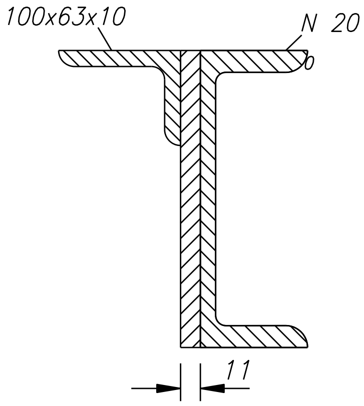
Đáp số:

a) $J_{\max} = 1679 \text{ cm}^4$; $J_{\min} = 257 \text{ cm}^4$; $\alpha_1 = 8^o57'$; $\alpha_2 = 98^o57'$

b) $J_{\max} = 7698 \text{ cm}^4$; $J_{\min} = 3098 \text{ cm}^4$; $\alpha_1 = -33^o38'$; $\alpha_2 = 56^o52'$

Bài 4.14. Một thanh ghép gồm 2 thanh định hình có mặt cắt ngang như trên hình..

Xác định mô men quán tính chính và phương của hệ trục quán tính chính trung tâm.



Hướng dẫn:

Xác định trọng tâm mặt cắt

$y_C = \frac{S_x}{F} = 2,15$ cm ; $x_C = \frac{S_y}{F} = 0$ cm

Mô men quán tính đối với hệ trục trung tâm

$J_x = 3055$ cm^4

$J_y = 670$ cm^4

$J_{xy} = -566$ cm^4

Phương của hệ trục quán tính chính

$$tg2\alpha = -\frac{2J_{xy}}{J_x - J_y} = 0,475$$

$\alpha_1 = 12^o42'; \alpha_2 = 102^o42'$

Mô men quán tính chính trung tâm

$$J_{max} = \frac{J_x + J_y}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\left(J_x - J_y\right)^2 + 4J_{xy}^2} = 3183 \text{ cm}^4$$

$$J_{min} = \frac{J_x + J_y}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\left(J_x - J_y\right)^2 + 4J_{xy}^2} = 543 \text{ cm}^4$$

CHƯƠNG 5: THANH TRÒN CHỊU XOẮN THUẦN TUÝ

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Một số khái niệm cơ bản

a- Khái niệm thanh chịu xoắn thuần tuý: là thanh mà trên mọi mặt cắt ngang của nó chỉ có một thành phần nội lực là mômen xoắn M_z.

b- Ứng suất tại một điểm bất kỳ trên mặt cắt ngang:

$$\tau_\rho = \frac{M_z}{J_p}\rho$$

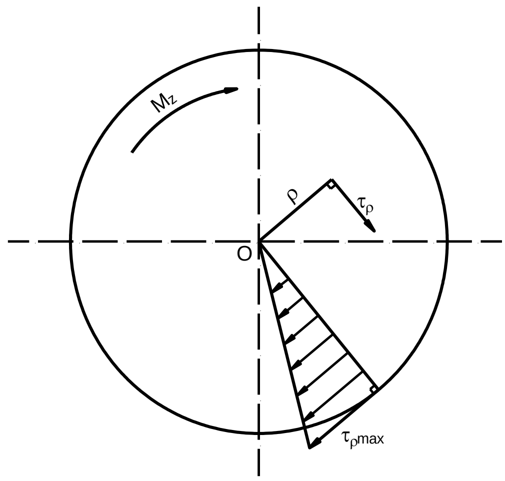
Trong đó:

J_P : Mômen quán tính độc cực của mặt cắt ngang.

ρ : Khoảng cách từ điểm cần tính ứng suất đến trọng tâm mặt cắt.

c- Biểu đồ ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang

Căn cứ vào biểu thức tính ứng suất trên ta biểu diễn quy luật phân bố của ứng suất tiếp trên 1 mặt cắt ngang bằng biểu đồ gọi là biểu đồ phân bố ứng suất tiếp trên mặt cắt như hình vẽ.



d- Ứng suất tiếp lớn nhất trên một mặt cắt ngang:

$$\tau_{\rho\max} = \frac{M_z}{J_p}\rho_{\max} = \frac{M_z}{W_p}$$

ở đây $W_p = \frac{J_P}{R}$ được gọi là mômen chống xoắn của mặt cắt ngang

- Với mặt cắt tròn đặc đường kính D thì:

$$W_p = \frac{J_p}{D/2} = \frac{\pi D^3}{16}$$

- Với mặt cắt tròn rỗng đường kính ngoài D và hệ số rỗng η thì:

$$W_p = \frac{\pi D^3}{16}\left(1-\eta^4\right)$$

e- Biến dạng xoắn θ :

$$\theta = \frac{Mz}{GJ_p}$$

Trong đó:

- Tích số GJ_p được gọi là độ cứng chống xoắn

- Với mặt cắt tròn đặc đường kính là D : $J_P = \frac{\pi D^4}{32}$

- Với mặt cắt hình vành khăn (tròn rỗng) đường kính ngoài là D, đường kính trong là d thì:

$$J_P = \frac{\pi D^4}{32} - \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi D^4}{32}\left[1-\left(\frac{d}{D}\right)^4\right]$$

Tỉ số $\frac{d}{D} = \eta$ gọi là hệ số rỗng của mặt cắt ta được:

$$J_P = \frac{\pi D^4}{32}\left(1-\eta^4\right)$$

và $$J_x = J_y = \frac{\pi D^4}{64}\left(1-\eta^4\right)$$

f- Góc xoắn tương đối giữa hai đầu thanh φ

Thanh có n đoạn, trên mỗi đoạn Mz, GJ_p biến thiên liên tục

$$\phi = \sum_{i=1}^{n} \int_{l_{i-1}}^{l_i} \left(\frac{M_z}{GJ_p} \right)_i dz$$

* Trường hợp riêng: Thanh có nhiều đoạn, trên mỗi đoạn Mz, GJ_p là hằng số

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} (\frac{M_z.l}{GJ_p})_i$$

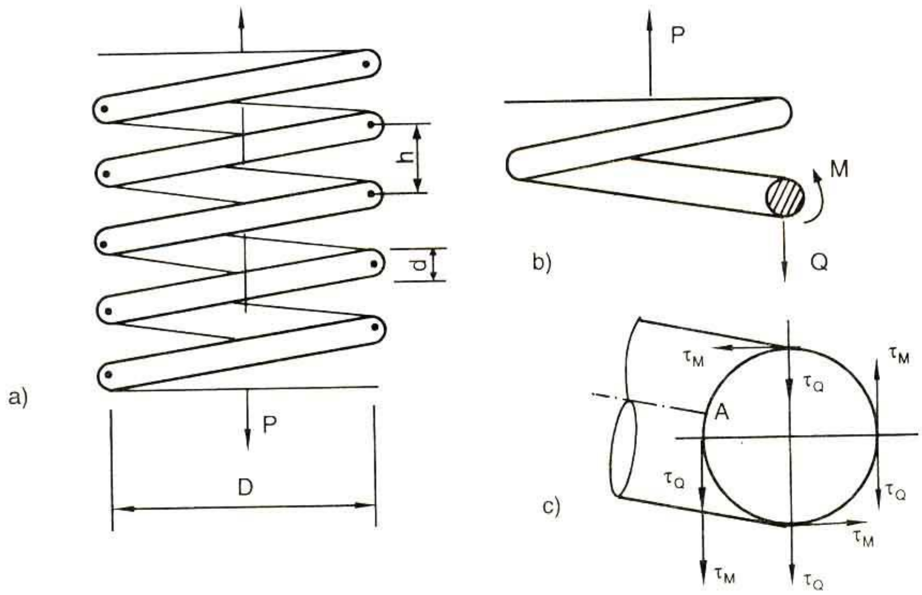
h. Tính toán lò xo xoắn ốc hình trụ bước ngắn

*** Các thông số của một lò xo**

Trên hình vẽ là một lò xo xoắn ốc hình trụ. Lò xo này có các đặc trưng sau:

- D là đường kính trung bình của lò xo
- d là đường kính của dây lò xo
- h là bước của lò xo
- n là số vòng dây làm việc của lò xo

Ở đây ta chỉ xem xét một lò xo bước ngắn, tức là h $\leq$ 2d



**** Ứng suất lớn nhất trên mặt cắt ngang dây lò xo***

$$\tau_{max} = \frac{8PD}{\pi d^3}$$

Công thức trên đã bỏ qua độ cong của dây lò xo. Với cách tính chính xác hơn, có tính đến độ cong và nghiêng vòng của dây lò xo, thì công thức τ_{max} sẽ là:

$$\tau_{max} = k\frac{8PD}{\pi d^3} \quad (4\text{-}23)$$

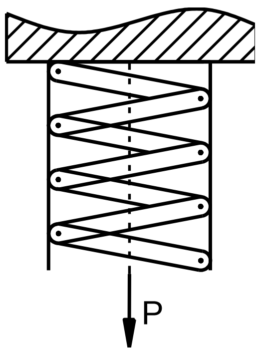
Trong đó k là hệ số điều chỉnh tính theo công thức:

$$k = \frac{\frac{D}{d} + 0,25}{\frac{D}{d} - 1}$$

- Độ co dãn (độ lún) của lò xo : λ

$$\lambda = \frac{8PD^3n}{Gd^4}$$

Ta gọi trị số của lực tác dụnglàm lò xo co hay dãn ra một đơn vị là độ cứng của lò xo và ký hiệu là C thì:



$$C = \frac{P}{\lambda} = \frac{Gd^4}{8D^3n} \quad (4\text{-}26)$$

i) Điều kiện bền :

$$\max\left|\tau_{\rho\max}\right| = \left|\frac{Mz}{W_p}\right|_{\max} \leq [\tau]$$

Trong đó :

$\max\left|\tau_{\rho\max}\right|$ Ứng suất tiếp lớn nhất trong thanh

$[\tau]$ Ứng suất tiếp cho phép có hai cách xác định:

* Bằng thực nghiệm

$[\tau] = \frac{\tau_0}{n}$ τ_o là ứng suất tiếp nguy hiểm xác định từ thí nghiệm

* Xác định dựa vào các lý thuyết bền: ta tách ra khỏi trục một phân tố nguy hiểm, có $\tau_{\rho\max}$ phân tố này thuộc trạng thái trượt thuần tuý.

Phân tố này có:

$\sigma_1 = \tau_{\rho\max}$

$\sigma_2 = 0$

$\sigma_3 = -\tau_{\rho\max}$

Theo thuyết bền số (3): $[\tau]_{t3} = \dfrac{[\sigma]}{2}$

Theo thuyết bền số (4): $[\tau]_{t4} = \dfrac{[\sigma]}{\sqrt{3}}$

Theo thuyết bền Mo:

$$[\tau]_{tMO} = \frac{[\sigma]_k}{1+\alpha}$$

trong đó $\alpha = \dfrac{[\sigma]_k}{[\sigma]_n}$ (c)

j- Điều kiện cứng

Theo từng điều kiện cụ thể mà điều kiện cứng có thể là một trong các điều kiện sau :

$$|\theta_{\max}| = \left(\frac{M_z}{GJ_p}\right)_{\max} \le [\theta]$$

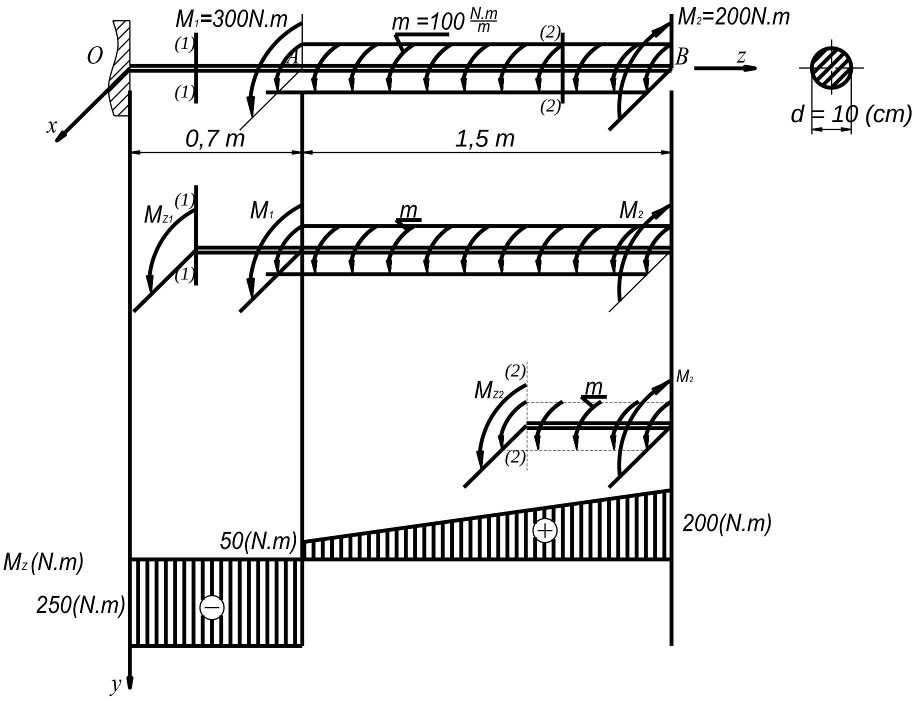
$$|\varphi_{AB}| = \sum_{i=1}^{n}\int_0^{li}\left(\frac{M_z}{GJ_p}\right)_i dz \le [\varphi_{AB}]$$

$$\left|\varphi^{k}{}_{(z)}\right| \le [\varphi]$$

Trong đó $\varphi^{k}{}_{(z)}$ là chuyển vị của mặt cắt K nào đó

II. CÁC BÀI TẬP GIẢI MẪU:

Ví dụ 1: Một trục tròn chịu xoắn như hình vẽ.



Yêu cầu: a) Vẽ biểu đồ nội lực cho trục.

b) Xác định ứng suất tiếp lớn nhất trên trục.

c) Xác định gó xoắn tại đầu tự do biết G = 8.10^3 (KN/cm^2).

d) Vẽ biểu đồ ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang tại đầu tự do.

Bài giải

a) Vẽ biểu đồ nội lực.

- Chọn hệ trục oxyz như hình vẽ.
- Sử dụng phương pháp mặt cắt ta có:

OA (O $\leq$ z $\leq$ 0,7m)

$$\sum M_z = M_{z1} + M_1 + m.\overline{AB} - M_2 = 0$$

$$=> M_{z1} = M_2 - M_1 - m.\overline{AB} = 200 - 300 - 100.1,5 = -250\, N.m$$

$$AB(0,7m \leq z \leq 2,2m)$$

$$\sum M_z = M_{z2} + m.(\overline{OB} - z) - M_2 = 0$$

$$=> M_{z2} = M_2 - m.(\overline{OB} - z) = -100.(2,2 - z) + 200$$

$<=> M_{z2} = 100z - 20$ (bậc nhất)

- Tại $z = 0,7m => M_{z2} = 50\,N.m$

- Tại $z = 2,2m => M_{z2} = 200\,N.m$

b) Xác định ứng suất tiếp lớn nhất trên trục

- Vì thanh có tiết diện không thay đổi nên mặt cắt có ứng suất lớn nhất sẽ là mặt cắt có trị số tuyệt đối momen xoắn lớn nhất.
- Từ biểu đồ momen xoắn M_z ta thấy mặt cắt có momen xoắn là mặt cắt có $M_{z\,max}$là các mặt cắt thuộc đoạn OA, có $M_{z\,max}$ = -250 N.m= -25 KN.cm
- Vậy ta có ứng suất lớn nhất:

$$\tau_{\rho\max} = \frac{M_{z\max}}{W_P} = \frac{M_{z\max}}{\left(\dfrac{\pi.d^3}{16}\right)} = \frac{16M_{z\max}}{\pi.d^3} = \frac{16.25}{\pi.10^3} = 0,13\left(\frac{KN}{cm^3}\right)$$

c) Xác định góc xoắn tại đầu tự do (điểm B)

- Theo hình vẽ ta có:

$$\varphi_B = \varphi_{OB} = \varphi_{OA} + \varphi_{AB} = \frac{M_{z1}.\overline{OA}}{G.J_\rho} + \int_{0,7}^{2,2} \frac{M_{z2}.dz}{G.J_\rho}$$

$$J_\rho = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi.10^4}{32} = 981,3(cm^4)$$

$$\varphi_{OA} = \frac{-25.70}{8.10^3.981,3} = -2,23.10^{-4}(rad)$$

$$\varphi_{AB} = \int_{0,7}^{2,2} \frac{(100z-20).dz}{G.J_\rho} = \frac{1}{G.J_\rho}(50z^2 - 20z)\Big|_{0,7}^{2,2} = \frac{1875}{8.10^3.981,3} = 2,39.10^{-4}(rad)$$

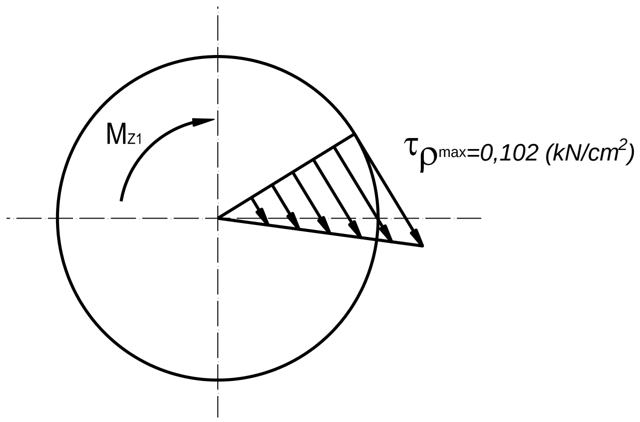
- Vậy $\varphi_B = -2,23.10^{-4} + 2,39.10^{-4} = 0,16.10^{-4}(rad)$

d) Vẽ biểu đồ phân bố ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang tại đầu tự do (tại B).

- Tại B ta có : M_z=200N.m dương nên τ_ρ theo chiều kim đồng hồ
- Giá trị ứng suất lớn nhất trên mặt cắt tại B là:

$$\tau_{\rho\max}^{(B)} = \frac{M_z^{(B)}}{W_\rho} = \frac{20.16}{\pi.10^3} = 0,102\left(\frac{KN}{cm^2}\right)$$

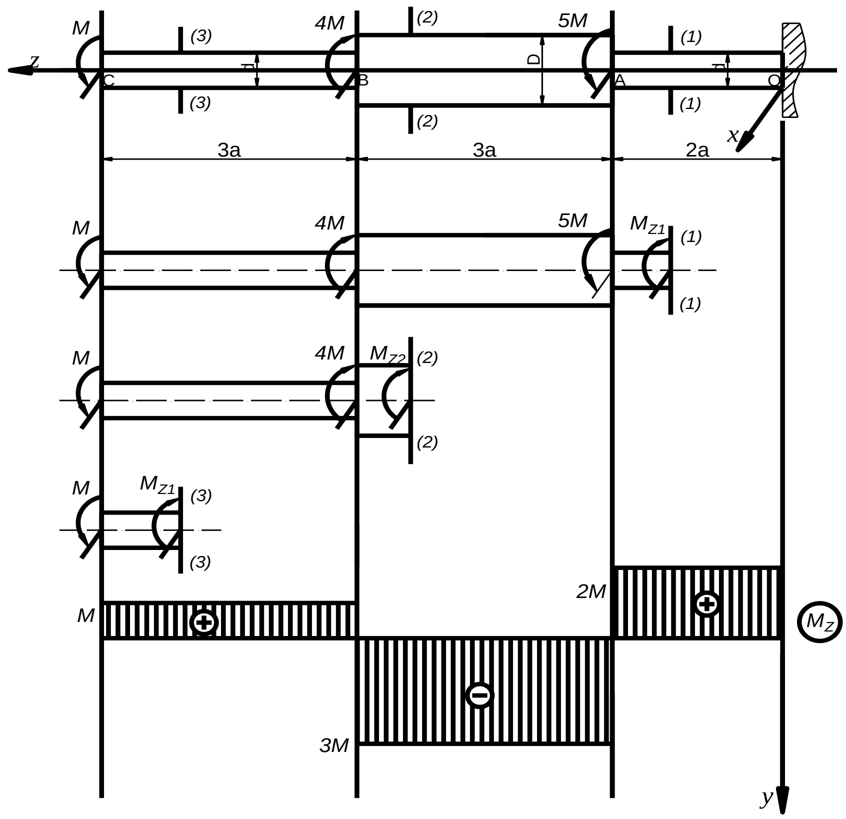
=> Ta có biểu đồ phân bố ứng suất như hình vẽ:



Ví dụ 2: Cho trục chịu xoắn như hình vẽ

a) Kiểm tra điều kiện bền và điều kiên cứng cho trục biết M=1,5KN.m; D=10cm; d=6cm; [τ]=80 MN/m^2; [θ]=1,2 (^{o}/m); G=8.10^4 MN/m^2

b) Xác định tải trọng cho phép cho trục



a) Kiểm tra điều kiện bền và điều kiện cứng cho trục

* Vẽ biểu đồ nội lực M_z

- Chọn hệ trục Oxyz như hình vẽ
- Sử dụng phương pháp mặt cắt:

$$OA(0 \le z \le 2a): \sum m_z = M_{z1} - 5M + 4M - M = 0 => M_{z1} = 2M$$

$$AB(2a \le z \le 5a): \sum m_z = M_{z2} + 4M - M = 0 => M_{z2} = -3M$$

$$BC(8a \le z \le 8a): \sum m_z = M_{z3} - M = 0 => M_{z3} = M$$

=> Ta vẽ được biểu đồ M_z

∗Xác định mặt cắt ngang nguy hiểm (Mặt cắt có $\tau_{\rho\max}$)

- Vì tiết diện và nội lực trong mỗi đoạn thanh không thay đổi nên ta có:

$$OA: \ \tau_{\rho\max}^{(1)} = \frac{M_{z1}}{W_{\rho 1}} = \frac{2M}{\left(\dfrac{\pi.d^3}{16}\right)} = \frac{32M}{\pi.d^3} = \frac{32.150}{\pi.6^3} = 7,1\left(\frac{KN}{cm^3}\right)$$

$$AB: \ \tau_{\rho\max}^{(2)} = \frac{M_{z2}}{W_{\rho 2}} = \frac{-3M}{\left(\dfrac{\pi.D^3}{16}\right)} = \frac{-48M}{\pi.D^3} = \frac{-48.150}{\pi.10^3} = -2,3\left(\frac{KN}{cm^3}\right)$$

$$BC: \ \tau_{\rho\max}^{(3)} = \frac{M_{z3}}{W_{\rho 3}} = \frac{M}{\left(\dfrac{\pi.d^3}{16}\right)} = \frac{16M}{\pi.d^3} = \frac{16.150}{\pi.6^3} = 3,54\left(\frac{KN}{cm^3}\right)$$

- So sánh ta có : $\tau_{\rho\max} = \left|\tau_{\rho\max}^{(1)}\right| = 7,1\left(\dfrac{KN}{cm^2}\right) < [\tau] = 8\left(\dfrac{KN}{cm^2}\right)$
- Như vậy mặt cắt nguy hiểm là mặt cắt ngang thuộc đoạn OA và thanh đảm bảo điều kiện bền

∗Xác định biến dạng xoắn lớn nhất.

- Xét trong từng đoạn tương ứng ta có:

$$OA:\ \theta^{(1)}_{\rho\max}=\frac{M_{z1}}{GJ_{\rho1}}=\frac{2M}{G\left(\frac{\pi.d^4}{32}\right)}=\frac{64M}{G.\pi.d^4}=\frac{64.150}{8.10^3.\pi.6^4}=2,95.10^{-4}\left(\frac{rad}{cm}\right)$$

$$AB:\ \theta^{(2)}_{\rho\max}=\frac{M_{z2}}{GJ_{\rho2}}=\frac{-3M}{G\left(\frac{\pi.D^4}{32}\right)}=\frac{-96M}{G.\pi.D^4}=\frac{-96.150}{8.10^3.\pi.10^4}=0,57.10^{-4}\left(\frac{rad}{cm}\right)$$

$$BC:\ \theta^{(3)}_{\rho\max}=\frac{M_{z3}}{GJ_{\rho3}}=\frac{M}{G\left(\frac{\pi.d^4}{32}\right)}=\frac{32M}{G.\pi.d^4}=\frac{32.150}{8.10^3.\pi.6^3}=1,47.10^{-4}\left(\frac{rad}{cm}\right)$$

- So sánh ta có: $\theta_{z\max}=\theta_1=2,95.10^{-4}\,(rad/cm)$

- Trong khi đó:

$$\left[\theta\right]=1,2\left(\frac{o}{m}\right)=1,2.\frac{\pi}{18000}\left(\frac{rad}{cm}\right)=2,1.10^{-4}\left(\frac{rad}{cm}\right)$$

- Vậy $\theta_{z\max}>\left[\theta\right]$ => Thanh không đảm bảo điều kiện cứng

b) Xác định tải trọng cho phép cho trục

- Theo tính toán ở trên, ta đã có $\tau_{\rho\max}$ và $\theta_{z\max}$, để thanh đảm bảo điều kiện bền và điều kiện cứng:

$$\begin{cases}\tau_{\rho\max}=\dfrac{32M}{\pi d^3}\le\left[\tau\right]\\ \theta_{z\max}=\dfrac{64M}{G\pi d^4}\le\left[\theta\right]\end{cases}$$

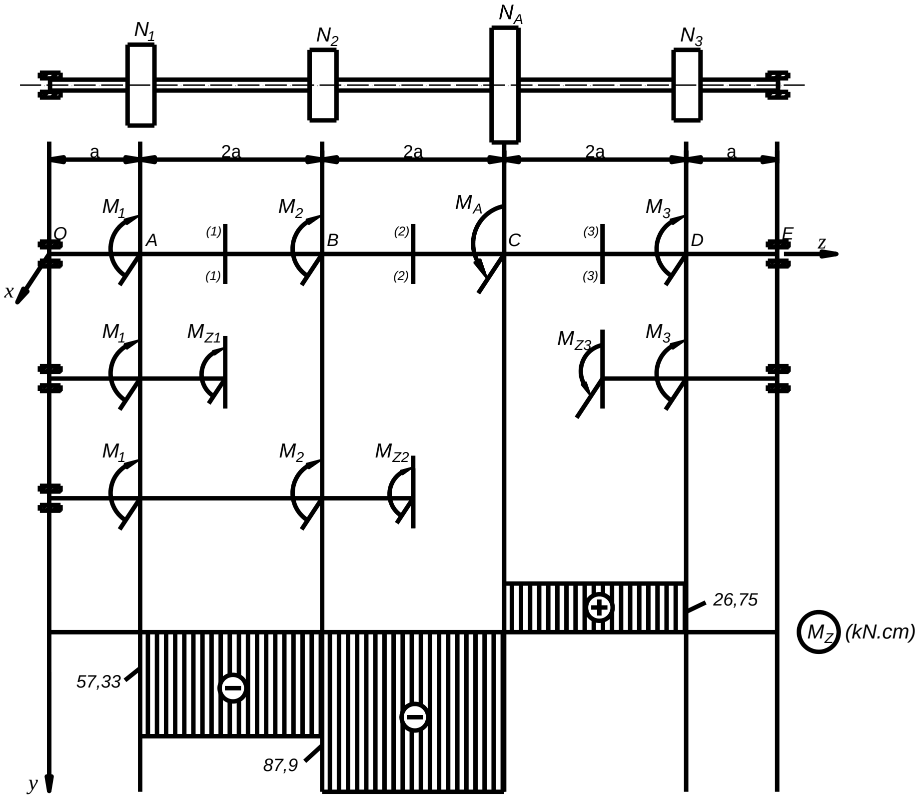
$$\Leftrightarrow\begin{cases}M\le\dfrac{\pi d^3\left[\tau\right]}{32}\\ M\le\dfrac{G\pi d^4\left[\theta\right]}{64}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}M\le\dfrac{\pi.6^3.8}{32}=169,6\left(KN.cm\right)\\ M\le\dfrac{8.10^3.\pi.6^4.2,1.10^{-4}}{64}=106,8\left(KN.cm\right)\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow M\le106,8\left(KN.cm\right)$$

Vậy tải trọng cho phép của trục là $\left[M\right]=106,8\left(KN.cm\right)$

Ví dụ 3: Trục truyền động có bánh A là bánh chủ động,công suất các bánh răng là N_1=15 KW; N_2=8KW ; N_3=7KW ;N_A=30KW

Trục quay với n =250(v/p)



$$[\tau] = 6\left(\frac{KN}{cm^2}\right)$$

$$[\theta] = 0,4(^\circ/m)$$

$$a = 0,6(m)$$

$$G = 8.10^4\left(\frac{MN}{m^2}\right)$$

Sử dụng công thức :

$$M(N.m) = \frac{N(\mathrm{W})}{\omega(rad/s)}$$

Yêu cầu :

a) Xác định đường kính trục.

b) Xác định góc xoắn giữa 2 đầu trục.

Giải:

a) Xác định đường kính trục.

Sử dụng công thức $M = \dfrac{N}{\omega}$ ta có:

$$M_1 = \frac{N_1}{\omega_1} = \frac{15000}{\left(\dfrac{\pi.250}{30}\right)} = 573,25(N.m) = 57,33(KN.cm)$$

Tương tự ta có M_2=30,57(KM.cm)

M_3=26,75(KM.cm)

M_A=114,65(KM.cm)

-Sử dụng sơ đồ hóa sơ đồ liên kết và chịu lực như hình vẽ

-Sử dụng phương pháp mặt cắt ta có :

$$+AB: \sum m_z = M_{z1} + M_1 = 0 \Rightarrow M_{z1} = -M_1 = -57,33(KN.cm)$$

$$+BC: \sum m_z = M_{z2} + M_1 + M_2 = 0 \Rightarrow M_{z2} = -(M_1 + M_2)$$

$$\Leftrightarrow M_{z2} = -(75,33 + 30,75) = 87,9(KN.cm)$$

$$+CD: \sum m_z = M_{z3} - M_3 = 0 \Rightarrow M_{z3} = M_3 = 26,75(KN.cm)$$

⇨ Ta có bểu đồ momen xoắn như hình vẽ .

∗Xác định mặt cắt ngang nguy hiểm

Vì tiết diện thanh không đổi nên mặt cắt nguy hiểm là mặt cắt có M_{zmax},từ biểu đồ cho thấy mặt cắt nguy hiểm là các mặt cắt thuộc đoạn BC vì có M_{zmax}=87,9 KN.cm

Ta có :

$$\begin{cases} \tau_{\rho\max} = \dfrac{M_{z\max}}{W_P} = \dfrac{16M_{z\max}}{\pi d^3} \\ \theta_{\rho\max} = \dfrac{M_{z\max}}{GJ_\rho} = \dfrac{32M_{z\max}}{G\pi d^4} \end{cases}$$

Theo điề kiện bền và điều kiện cứng:

$$\begin{cases} \tau_{\rho\max} \le [\tau] \\ \theta_{\rho\max} \le [\theta] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d \ge \sqrt[3]{\dfrac{16M_{z\max}}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\dfrac{16.87,9}{\pi.6}} = 4,2(cm) \\ d \ge \sqrt[4]{\dfrac{32M_{z\max}}{G\pi[\theta]}} = \sqrt[4]{\dfrac{32.87,9}{8.10^3\pi.6,98.10^{-5}}} = 6,3(cm) \end{cases}$$

Trong đó :

$$\left[\theta\right] = 0,4\left(^{\circ}/m\right) = 0,4.\frac{\pi}{18000}(rad/cm) = 6,98.10^{-5}(rad/cm)$$

So sánh chọn đường kính thanh d =6,3 (cm)

b) Xác định góc xoắn giữa 2 đầu trục

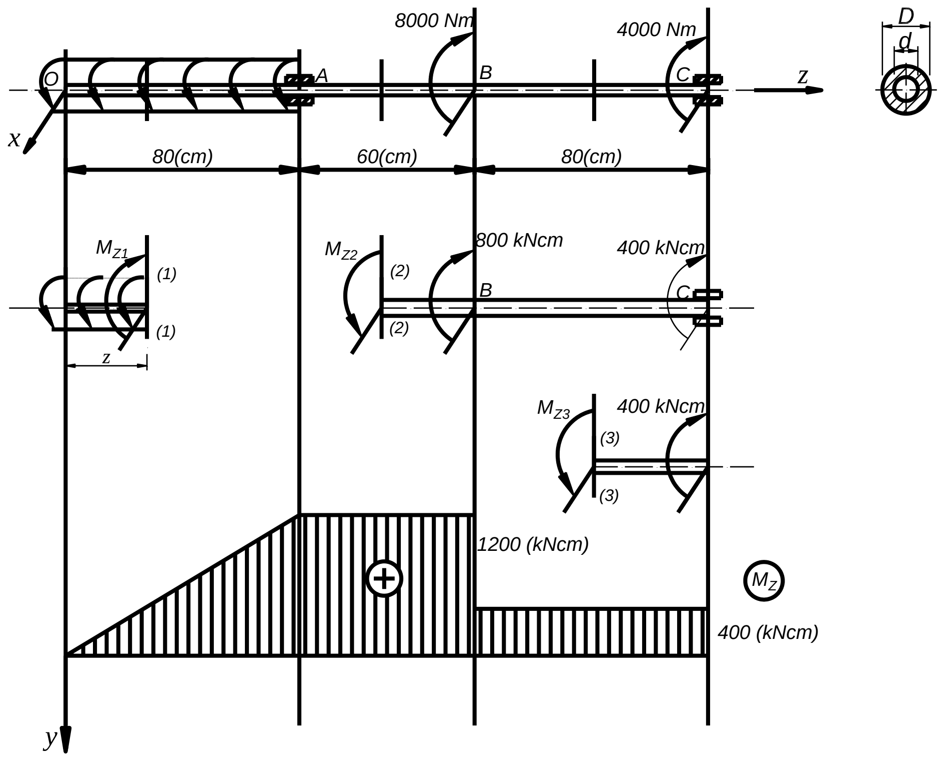
Vì tiết diện trục không đổi và nội lực M_z không đổi trong mỗi đoạn thanh nên ta có :

$$\varphi = \varphi_{OE} = \varphi_{AB} + \varphi_{BC} + \varphi_{CD}$$

$$= \frac{M_{z1}}{GJ_{\rho}}.2a + \frac{M_{z2}}{GJ_{\rho}}.2a + \frac{M_{z3}}{GJ_{\rho}}.2a = \frac{2a}{GJ_{\rho}}.(M_{z1} + M_{z2} + M_{z3}) = \frac{64a}{G\pi d^4}.(M_{z1} + M_{z2} + M_{z3})$$

$$= \frac{64.60}{8.10^3\pi 6,3^4}.(-57,33 - 87,9 + 26,75) = -0,012(rad)$$

Ví dụ 4: Xác định m để trục cân bằng ,vẽ biểu đồ momen xoắn và tính góc xoắn giữa 2 đầu trục.Cho G =8.10^6N/cm^2, D=8(cm) , $\eta = \frac{d}{D}$ =0,8



∗ Xác định m để trục cân bằng.

- Chọn hệ trục Oxyz như hình vẽ.

- Để trục cân bằng:

$$\sum m_z = m.8 - 800 - 400 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1200}{80} = 15\left(\frac{KN.cm}{cm}\right)$$

Vẽ biểu đồ momen xoắn.

-Sử dụng phương pháp mặt cắt ta có:

$$OA: \sum m_z = M_{z1} - m.z = 0 \Leftrightarrow M_{z1} = m.z = 15.z$$

Tại z =0 => M_{z1}=0

Tại z=80 cm => M_{z1}=1200 KN.cm

$$AB: \sum m_z = M_{z2} - 800 - 400 = 0 \Leftrightarrow M_{z2} = 1200 KN.cm$$

$$BC: \sum m_z = M_{z3} - 400 = 0 \Leftrightarrow M_{z3} = 400 KN.cm$$

∗ Tính góc xoắn giữa 2 đầu của thanh:

$$\varphi = \int_0^{80} \frac{M_{z1}}{GJ_\rho} dz + \frac{M_{z2}}{GJ_\rho}\overline{AB} + \frac{M_{z3}}{GJ_\rho}\overline{BC}$$

$$= \int_0^{80} \frac{15z}{GJ_\rho} dz + \frac{1200}{GJ_\rho}.60 + \frac{400}{GJ_\rho}.80 = \left.\frac{15z^2}{2GJ_\rho}\right|_0^{80} + \frac{104000}{GJ_\rho}$$

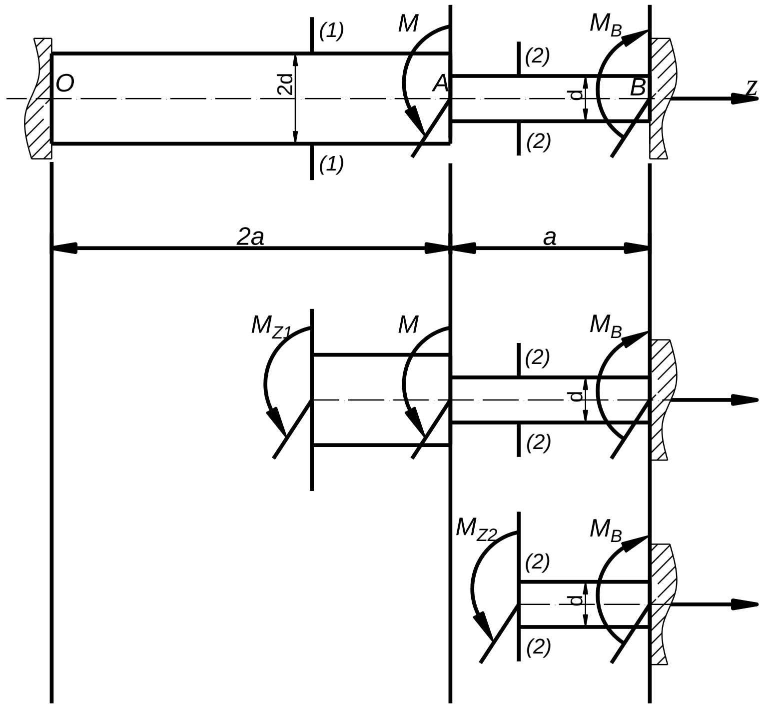
Với

$$GJ_\rho = G.\frac{\pi D^4}{32}(1-\eta^4) = 8.10^3.\frac{\pi.8^4}{32}(1-0,8^4) = 1898348,6 KN.cm^2$$

Ta có φ =0,08 (rad)

Ví dụ 5: Xác định tải trọng cho phép cho thanh tròn sau. Biết:

$$\left[\tau\right] = 4(KN/cm^2); \left[\theta\right] = 0,3(^\circ/m); G = 8.10^6(N/cm^2); d = 6(cm)$$



Giải:

- Chọn hệ trục như hình vẽ.
- Biểu diễn phản lực liên kiết tại B là M_B.
- Sử dụng phương pháp mặt cắt ta có:

$$OA: \sum m_z = M_{z1} + M - M_B = 0 \Rightarrow M_{z1} = -M + M_B$$

$$AB: \sum m_z = M_{z2} - M_B = 0 \Rightarrow M_{z2} = M_B$$

Sử dụng công thức tính góc xoắn ta có:

$$\varphi = \frac{M_{z1}}{GJ_\rho}.\overline{OA} + \frac{M_{z2}}{GJ_\rho}.\overline{AB} = \frac{(M_B - M).2a}{G\dfrac{\pi(2d)^4}{32}} + \frac{M_B.a}{G.\dfrac{\pi d^4}{32}} = \frac{4a}{G\pi d^4}(9M_B - M)$$

Thanh bị ngàm chặt 2 đầu nen góc xoắn tương đối giữa 2 đầu thanh $\varphi=0$

Vậy ta có: $\varphi = 0 \Leftrightarrow 9M_B - M = 0 \Rightarrow M_B = \dfrac{M}{9}$

Thay vào M_{z1}, M_{z2} ta có : $\begin{cases} M_{z1} = \dfrac{-8}{9}M \\ M_{z2} = \dfrac{M}{9} \end{cases}$

$*$Tính ứng suất lớn nhất $\tau_{\rho max}$

$$OA: \tau_{\rho\max 1} = \frac{M_{z1}}{\omega_{\rho 1}} = \frac{(\frac{-8}{9}M)}{(\frac{\pi(2d)^3}{16})} = -\frac{16M}{9\pi d^3}$$

$$AB: \tau_{\rho\max 2} = \frac{M_{z2}}{\omega_{\rho 2}} = \frac{(\frac{M}{9})}{(\frac{\pi d^3}{16})} = \frac{16M}{9\pi d^3}$$

Vậy $\tau_{\rho max} = \dfrac{16M}{9\pi d^3}$

Theo điều kiện bền

$$\tau_{\rho\max} \le [\tau] \Leftrightarrow M \le \frac{9\pi d^3[\tau]}{16} = \frac{9\pi 6^3.4}{16} \Leftrightarrow M \le 1526(KN.cm) \qquad (1)$$

$*$ Tính biến dạng xoắn lớn nhất $\theta_{z\max}$

$$OA: \theta_{z1} = \frac{M_{z1}}{GJ_{\rho 1}} = \frac{(\frac{-8}{9}M)}{\frac{G\pi(2d)^4}{32}} = -\frac{16M}{9G\pi d^4}$$

$$AB: \theta_{z1} = \frac{M_{z2}}{GJ_{\rho 2}} = \frac{(\frac{M}{9})}{\frac{G\pi d^4}{32}} = \frac{32M}{9G\pi d^4}$$

Vậy $\theta_{z\max} = \dfrac{32M}{G\pi d^4}$

$$[\theta] = 0,3(^\circ/m) = 0,3.\frac{\pi}{18000}(rad/cm) = 5,23.10^{-5}(rad/cm)$$

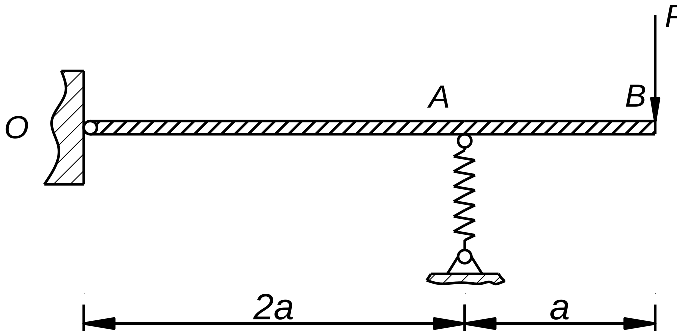
$$\theta_{z\max} \le [\theta] \Leftrightarrow M \le \frac{G\pi d^4[\theta]}{32} = \frac{8.10^3\pi 6^4.5,23^{-5}}{32} \Leftrightarrow M \le 53,2(KN.cm) \quad (2)$$

Kết hợp (1) và (2) => Tải trọng cho phép [M]=53,2(KN.cm)

Ví dụ 6: Kiểm tra điều kiện bền cho lò xo và xác định chuyển vị thẳng đứng của điểm đặt lực, biết:

P=0,5KN ; D=8 cm; d=1,5cm ; n=10 vòng ;G=8.10^{3}KN/cm^2 ; [τ]=40 KN/cm^2

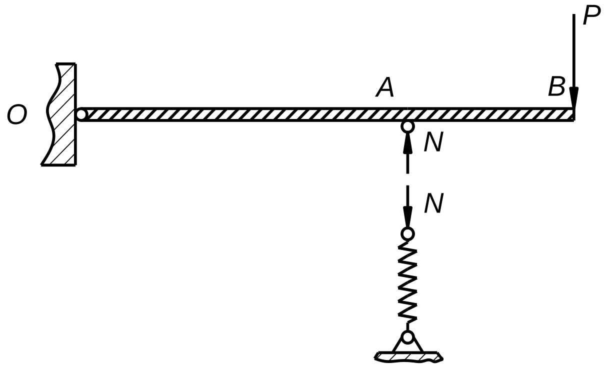
(Bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt và độ cong của vòng lặp)



Giải:

∗ Kiểm tra điều kiện bền cho lò xo:

- Tách nút liên kết tại A ta có



$$\sum m_o = P.3a - N.2a = 0 \Rightarrow N = \frac{3P}{2}$$

Ứng suất lớn nhất phát sinh ra trong lò xo:

$$\tau_{\max} = \frac{8ND}{\pi d^3} = \frac{8.\left(\frac{3P}{2}\right).D}{\pi d^3} = \frac{12PD}{\pi d^3}$$

$$= \frac{12.0,5.8}{\pi.1,5^3} = 4,5\left(\frac{KN}{cm^2}\right)$$

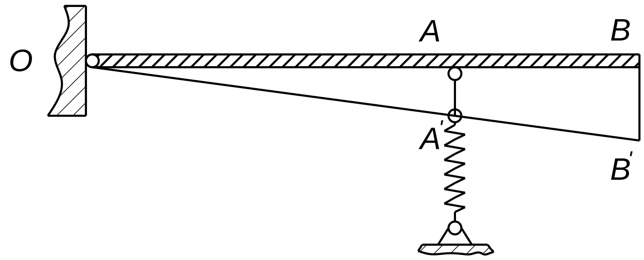
Mà $\left[\tau\right] = 4(KN / cm^2)$

Vậy $\tau_{\max} > \left[\tau\right] \Rightarrow$ Lò xo không đảm bảo điều kiện bền

∗Xác định chuyển vị thẳng đứng tại điểm đặt lực

Giả thiết khi biết dạng hệ thanh như hình vẽ:

-Ta có $AA' = \lambda = \frac{8ND^3n}{Gd^4} = \frac{12.PD^3n}{Gd^4}$



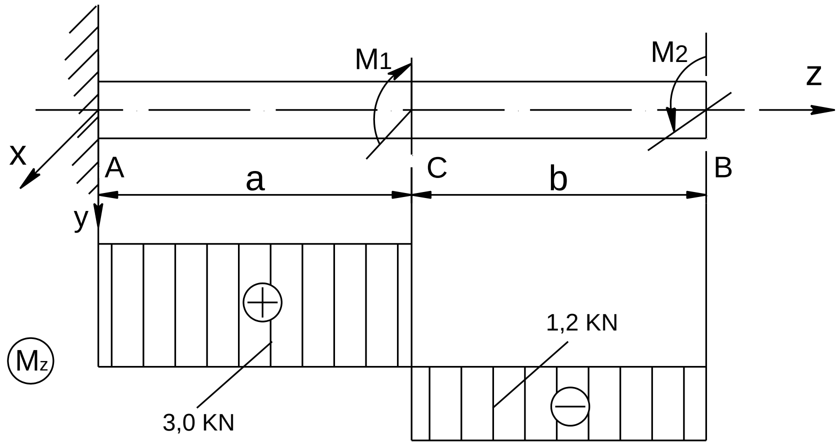
Ta có:

$$\frac{AA'}{BB'} = \frac{OA}{OB} = \frac{2a}{3a} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow BB' = \frac{2}{3}AA' = \frac{18PD^3n}{Gd^4} = \frac{18.0,5.8^3.10}{8.10^3.1,5^4} = 1,1(cm)$$

Vậy chuyển vị thẳng đứng của điểm đặt lực là 1,1 (cm)

Ví dụ 7: Cho một trục chịu xoắn như hình vẽ 4.6a. Mặt cắt ngang của trục rỗng với hệ số rỗng là η = 0,6. Biết M_1 = 4,2kNm, M_2 = 1,2kNm, [τ] = 4kN/cm^2; [θ] = 0,25^0/m. Vật liệu có G = 8.10^{3}kN/cm^2



Hình 4.5

Giải: Biểu đồ mômen xoắn được biểu diễn như hình 4.5

Từ biểu đồ ta thấy mặt cắt nguy hiểm thuộc đoạn AC, với

M_{zmax} = 3,0 kNm = 300 kNcm

Từ điều kiện bền ta xác định được đường kính ngoài của thanh là:

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{300}{0{,}2.4.\left(1-0{,}6^4\right)}} = 7{,}55\text{cm}$$

Từ điều kiện cứng với:

$$[\theta] = 0{,}25^0/\text{m} = \frac{\pi}{180}.0{,}25\text{rad}/\text{m} = \frac{\pi}{180}.0{,}25.10^{-2}\text{rad}/\text{cm}$$

ta xác định đường kính ngoài của thanh là:

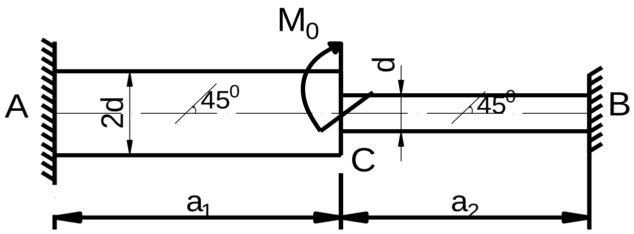
$$D \geq \sqrt[4]{\frac{300}{0{,}1.\frac{\pi}{180}.0{,}25.10^{-2}.8.10^3\left(1-0{,}6^4\right)}} = 14\text{cm}$$

Vậy ta chọn đường kính ngoài của trục là D = 14cm và đường kính trong là d = 0,6D = 0,6.14 = 8,4cm

Ví dụ 8: Một thanh tròn AB chị xoắn bởi momen M_0, có kích thước và liên kết như trên hình 2. Trên mặt ngoài của các đoạn AC và CB theo phương 45^0 so với trục thanh ta đo được biến dạng dài tỉ đối trên AC là $\varepsilon_1 = |\varepsilon_0|$; trên CB là $\varepsilon_2 = -|\varepsilon_0|$. Biết rằng các hằng số vật liệu là E,G và hệ số Poisson μ.

1) Vẽ biểu đồ nội lực trong thanh AB và xác định giá trị M_0

2) Xác định trị số a_1 / a_2 để thỏa mãn các điều kiện trên.



Hình 2

Bài giải

1) Trạng thái ứng suất tại một điểm trong thanh tròn chịu xoắn thuần thúy là trạng thái trượt thuần túy và phương chính nghiêng với trục thanh một góc 45^0.Nên

$$\sigma_1 = |\sigma_3| = \tau_{\max}$$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}\left[\sigma_1 - \mu\sigma_3\right] = \frac{1}{E}\lfloor \tau_{\max} + \mu\tau_{\max} \rfloor = |\varepsilon_0| \rightarrow \tau_{\max} = \frac{|\varepsilon_0| E}{1+\mu} \qquad (1)$$

Ta có: $\tau_{\max} = \dfrac{M_x}{W_p}$

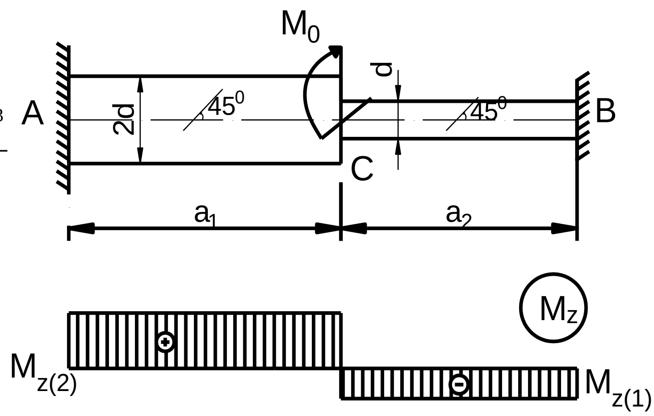
Tại đoạn 1, đoạn có đường kính $d_1 = 2d; M_{z(1)} = \tau_{\max} W_p^{(1)}$

Thay $\tau_{\max}$ từ (1)

ta được:

$$M_{z(1)} = \frac{1,6|\varepsilon_0| Ed^3}{1+\mu}$$

(2)



Tương tự xác định được momen xoắn nội lực trong đoạn thứ 2:

$$M_{z(1)} = \frac{0,2|\varepsilon_0| Ed^3}{1+\mu}$$

(3)

Biểu đồ nội lực có dạng như trên hình 2.

Momen ngoại lực M_0 bằng bước nhảy trên biểu đồ nội lực Mz

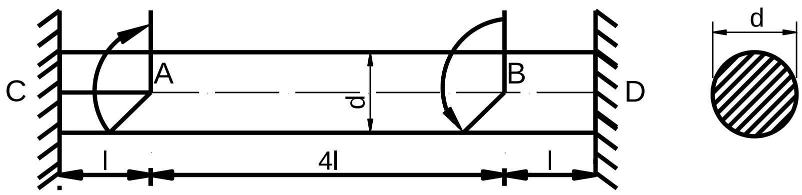
$$M_0 = M_{z(1)} + M_{z(2)} = \frac{1,8|\varepsilon_0|Ed^3}{1+\mu}$$

2) Để thanh làm việc thỏa mãn các điều kiện trên , góc xoay của mặt cắt tiếp giáp hai đoạn phải thỏa mãn điều kiện liên tục: $\varphi_{CA} = \varphi_{CB}$

$$\frac{M_{z(1)}a_1}{GJ_{p(1)}} = \frac{M_{z(2)}a_1}{GJ_{p(2)}} \text{ suy ra: } \frac{a_1}{a_2 = 2}$$

Ví dụ 9: Một trục tròn ngàm hai đầu chịu lực như trên hình 5-11. Biết l=40cm, d=20cm, modun đàn hồi khi trượt của vật liệu là $G = 8.10^6 N/cm^2$, góc xoay tương đối giữa hai mặt cắt A và B là $\varphi_{AB} = 0.01rad$.

1) Xác định ứng suất tiếp lớn nhất phát sinh trong trục
2) Vẽ biểu đồ biểu thị góc xoay của các mặt cắt



Hình 5-11

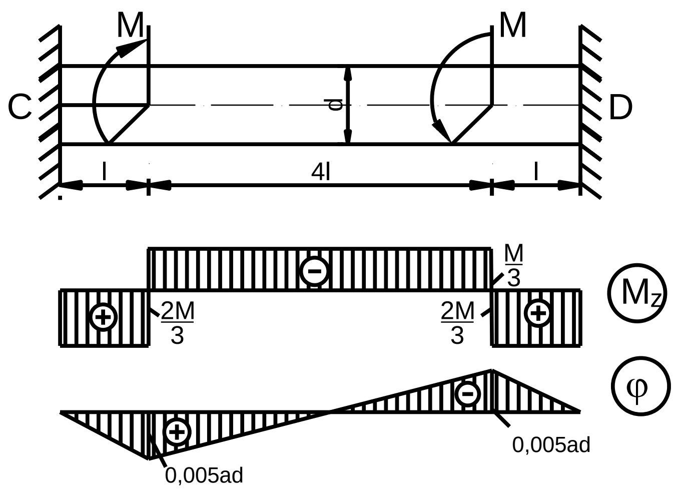
Bài giải :

1) Xác định momon phản lực (hình 11)

$M_C = M_D$

$$\varphi_D = \frac{Ml}{GJ_P} - \frac{5Ml}{GJ_P} + \frac{6M_D l}{GJ_P} = 0$$

Suy ra:
$$M_D = \frac{2}{3}M$$
$$M_C = \frac{2}{3}M$$



Hình 5-12

- Tính giá trị momen M

$$\varphi_{AB} = \frac{\frac{1}{3}M.4l}{3GJ_P} = \frac{M.4l}{3GJ_P} = 0,01rad; M = \frac{3.10^{-2}GJ_P}{4l}$$

- Tính ứng suất tiếp lớn nhất

$$M_Z^{MAX} = \frac{2}{3}M = \frac{1}{2}\frac{10^{-2}GJ_P}{l}$$

$$\tau_{MAX} = \frac{M_Z^{MAX}}{W_P} = \frac{D.M_Z^{MAX}}{2J_P} = \frac{1}{4}\frac{GD}{L}10^{-2} = 10^4 N/cm^2$$

2) Góc xoay : $\varphi_A = |\varphi_A| = \dfrac{2Ml}{3GJ_P}$

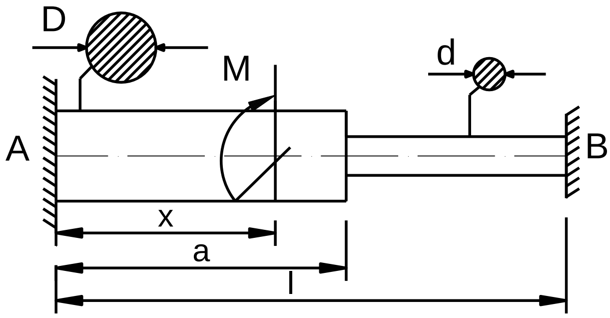
Thay M từ (1) ta nhận được:

$\varphi_A = \varphi_B = 0,005rad$ biểu đồ như hình 12

Ví dụ 10 : Một trục tròn gồm hai đoạn thẳng đường kính khác nhau, cùng một vật liệu, ngàm hai đầu, chịu xoắn bởi momen M như trên hình 5-13.

Cho D =7cm,d=5cm,a=1,5cm; $[\tau] = 6.10^4 kN/m^2$.

1) Xác định khoảng cách x (khoảng cách từ điểm đặt momen M đến ngàm trái) để độ bền của hai đoạn trục như nhau.
2) Xác định giá trị momen M bảo đảm điều kiện bền,



Hình 5-13

Giải :

1) Xác định khoảng cách x hình 13

kí hiệu : đoạn có đường kinh D là đoạn I,d là đoạn II

phương trình cân bằng : $M_I + M_{II} = M$ (1)

Điều kiện đồng bền: $\frac{M_I}{W_P^I} = \frac{M_{II}}{W_P^{II}}$(2)

Trong đó: $W_P^I = \frac{\pi D^3}{16}; W_P^{II} = \frac{\pi d^3}{16}$ (3)

Thay (3) vào (2) ta nhận được: $M_I = 2,74 M_{II}$ (4)

Giải hệ phương trình (1) và (4)

$$\begin{cases} M_I + M_2 + M \\ M_I = 2,74 M_{II} \end{cases} => \begin{cases} M_I = 0,733M \\ M_{II} = 0,267M \end{cases} \quad (5)$$

Điều kiện tương thích biến dạng: $\varphi_B = 0$

$$\frac{M_J x}{GJ_P^I} - \frac{M_{II}(150 - x)}{GJ_P^I} - \frac{M_{II}.100}{GJ_P^{II}} = 0$$

Trong đó: $J_P^I = \frac{\pi D^4}{32}; J_P^{II} = \frac{\pi d^4}{32}$

Thay (5) (8) vào (7) ta được x=1,43m

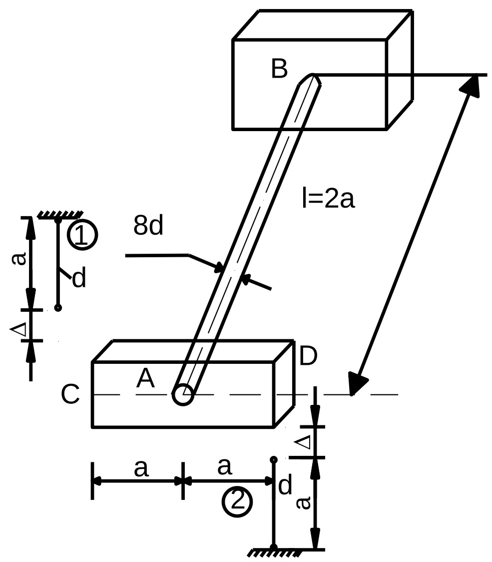
2) Xác định giá trị momen M

Điều kiện bền:

$$\tau_{\max} = \frac{M_I}{W_P^I} \le |\tau|; M_1 = 0,733M$$

$$\frac{0,733M.16}{\pi 7^3 10^{-6}} \le 6.10^4 \rightarrow M \le 5,5kNm$$

Ví dụ 11: Công xôn AB được gắn cứng với thanh tuyệt đối cứng CD tại đầu A. Các kích thước cho trên hình 5-14. Xác định khe hở Δ và khoảng cách a để khi nối thanh 1 và 2 vào đầu C và D thì các thanh đó và trục AB thỏa mãn điều kiện đồng bền. Cho biết modun đàn hồi E, modun đàn hồi trượt $G = 0,5E$, ứng suất cho phép $[\sigma]$ và $[\tau]$



Hình 5-14

Giải :

Điều kiện đồng bền: $\sigma^{(1)} = \sigma^{(2)} = [\sigma]; \tau_{\max}^{AB} = [\tau]$

• Thanh 1 và 2 chịu kéo bởi lực N khi nối thanh với CD, thanh AB chịu xoắn bởi momen xoắn

$$M_Z = 2Na$$

$$\tau_{\max}^{AB} = \frac{2Na}{W_P}$$

• Xác định Δ từ điều kiện:

$$\varphi_A \approx tg\varphi_A = \left(\Delta - \Delta l\right)/a$$

$$\Delta_1 = \Delta l = \frac{Na}{EF} = \frac{4Na}{E\pi d^2}$$

$$\varphi_A = \frac{M_Z}{GJ_P} l = \frac{2Nal}{GJ_p}$$

Suy ra: $\Delta = \frac{4Na}{E\pi d^2}\left(\frac{a^2}{64d^2} + 1\right)$

Với $N = \left[\sigma\right]\frac{\pi d^2}{4}$ dẫn đến

$$\Delta = \frac{\left[\sigma\right]a}{E}\left(\frac{a^2}{64d^2} + 1\right) \quad (1)$$

• Tính a từ điều kiện $\frac{2Na}{W_P} = \left[\tau\right]$

suy ra: $a = \frac{\left[\tau\right]W_P}{2N} = \frac{\left[\tau\right]32\pi d^3 3}{2\left[\sigma\right]\pi d^2} = \frac{64\left[\tau\right]d}{\left[\sigma\right]} \quad (2)$

thế 2 vào 1 ta được:

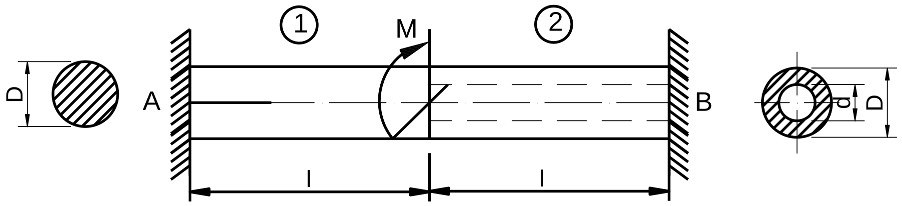
$$\Delta = \frac{64\left[\tau\right]d}{\left[\sigma\right]}\left(\frac{64\left[\tau\right]^2}{\left[\sigma\right]^2} + 1\right)$$

Ví dụ 12: Một trục ngàm hai đầu chịu xoắn bởi momen M đặt tại mặt cắt giữa trục như hình 31. Một nửa trục có mặt cắt ngang hình tròn đặc đường kính D, một nửa có mặt cát ngang hình vành khăn, đường kính ngoài cùng D(bằng đường kính phần trục tròn đặc), đường kính trong d(tỷ số $\alpha = \frac{d}{D}$)

1) Không xác định các momen phản lực ở các ngàm, xác định quan hệ giữa trị số ứng suất tiếp lớn nhất trên mặt cắt ngang của hai nửa trục.

2) Xác định ứng suất tiếp lớn nhất trên mặt cắt ngang ở hai nửa trục và góc xoay của mặt cắt giữa trục (mặt cắt đặt momen xoắn ngoại lực M).

3) Ngàm B phải xoay đi một góc bằng bao nhiêu để ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang ngàm A bằng không?



Giải:

1) Đặt M_1 - Momen xoắn nội lực trong đoạn tròn (đoạn 1)

M_2 - Momen xoắn nội lực trong đoạn vành khăn (đoạn 2)

Do góc xoắn của mặt cắt giữa so với hai ngàm là như nhau

$$|\varphi_1| = |\varphi_2|$$

Ta có:

$$\frac{M_1 l}{GJ_P^{(1)}} = \frac{M_2 l}{GJ_P^{(2)}} \rightarrow \frac{M_1}{M_2} = \frac{J_P^{(1)}}{J_P^{(2)}} \qquad (1)$$

Ứng suất tiếp lớn nhất trên từng đoạn

$$\tau_{(1)} = \frac{M_1}{W_P^{(1)}}; \tau_{(2)} = \frac{M_2}{W_P^{(2)}} \rightarrow \frac{\tau_{(1)}}{\tau_{(2)}} = \frac{M_1 W_P^{(2)}}{M_2 W_P^{(1)}} \quad (2)$$

Thay 1 vào 2 ta có:

$$\frac{\tau_{(1)}}{\tau_{(2)}} = \frac{M_1 W_P^{(2)}}{M_2 W_P^{(1)}} = \frac{0,1D^4.0,2D^3(1-\alpha^4)}{0,1D^4(1-\alpha^4).0,2D^3} = 1$$

$$\tau_{(1)} = \tau_{(2)}$$

2) Áp dụng cách tính độ cứng tương đương của hệ mắc song song

$$\frac{M_1}{C_1}=\frac{M_2}{C_2}=\frac{M}{C_1+C_2}\rightarrow\frac{M_1 l}{GJ_P^{(1)}}=\frac{M_2 l}{GJ_P^{(2)}}=\frac{Ml}{GJ_P^{(1)}+GJ_P^{(2)}}$$

$$M_1=\frac{M_1 GJ_P^{(1)}}{J_P^{(1)}+J_P^{(2)}}=\frac{M}{2-\alpha^4}=\frac{40}{1,59}=25,16kNm$$

$$\alpha=\frac{d}{D}=\frac{12,8}{16}=0,8$$

(có thể giải bài như bài toán siêu tĩnh thông thường)

Lập 2 phương trình:1 phương trình cân bằng tĩnh học và một phương trình biến dạng bổ sung

Giá trị ứng suất tiếp lớn nhất trong 2 đoạn trục

$$\tau_{(1)}=\tau_{(2)}=3070N/cm^2$$

Tính góc xoay φ của mặt cắt giữa nhịp

$$\varphi=\frac{M_1 l}{GJ_P^{(1)}}=\frac{2516.120}{8.10^3.0,1.16^4}=0,006rad=0,34^0$$

Tưởng tượng bỏ ngàm B lập biểu thưc tính góc xoắn φ_B

$$\varphi_B=\frac{M_1 l}{GJ_P^{(1)}}+\frac{(M_1-M)l}{GJ_P^{(2)}}$$

Để cho ứng suất tiếp trên mặt cắt ngàm A =0 thì momen xoắn nội lực trên đoạn (1) $M_1=M_A=0.$

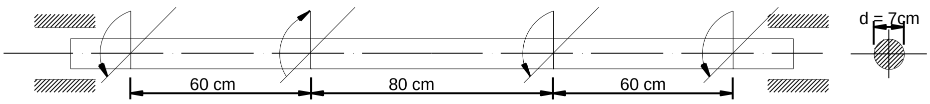
Điều đó tương đương với tạo 1 góc xoắn ở ngàm B

$$\varphi_B=\frac{Ml}{GJ_P^{(2)}}=\frac{Ml}{0,1GD^4(1-\alpha^4)}=\frac{4000.120}{0,1.10^3.16^4(1-0,8^4)}$$

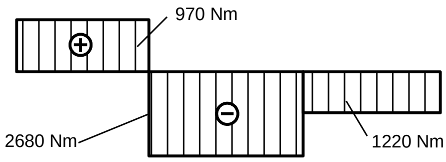
$$\varphi_B=0,0158rad=1,15^0$$

III. BÀI TẬP TỰ GIẢI :

Bài 5.1. Vẽ biểu đồ momen xoắn, tính ứng suất tiếp lớn nhất và góc xoắn giữa hai đầu thanh. Cho G = 8.10^6 N/cm^2 (H.6 - 15)

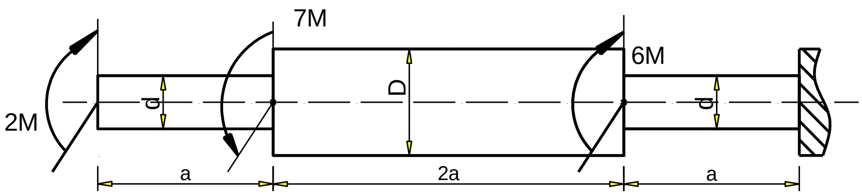


Đáp án : $\tau_{max} = 3,901\ KN/cm^2$; $\varphi = 0,0119\ rad$

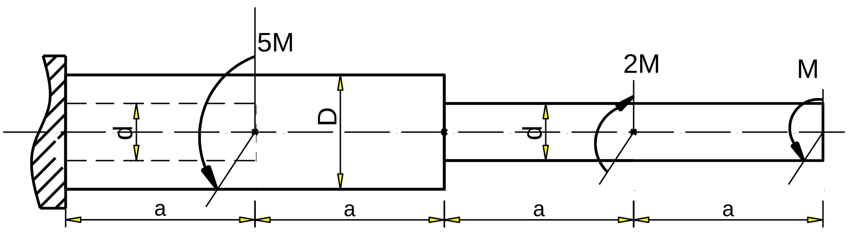


Bài 5.2. Vẽ biểu đồ nội lực M_z, tính góc xoắn tương đối giữa hai đầu thanh theo M, a, d, G. Biết D = 2d

a,

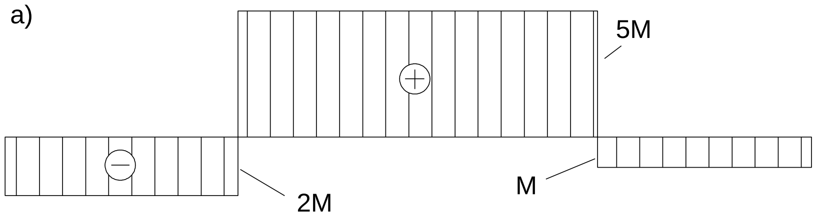


b,



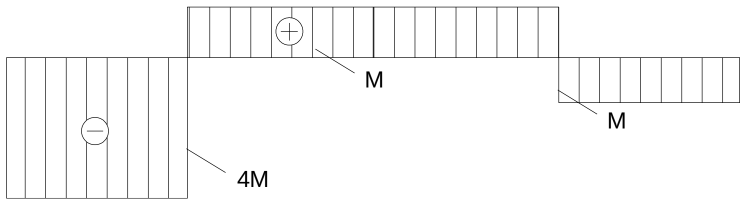
Đáp án :

a)



$\varphi = -76\frac{Ma}{G\pi d^4}$

b)

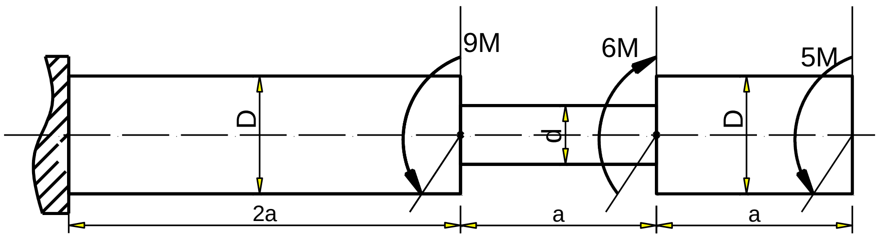


$\varphi = 6,53.\frac{Ma}{G\pi d^4}$

Bài 5.3.

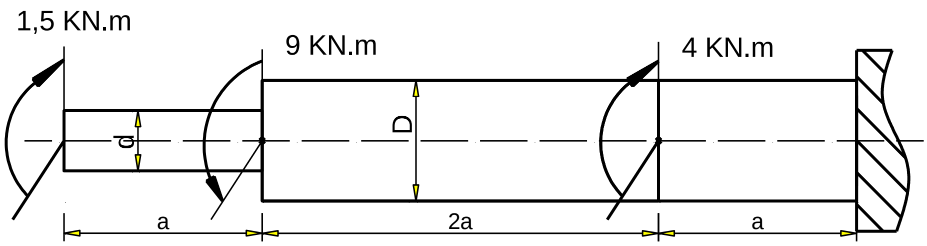
a, Kiểm tra bền và cứng cho trục tròn: M = 0,5 KNm; D = 10 cm; d= 6 cm; [τ] = 60 MN/m^2; [θ_z]= 1,5^O/m ; a = 80 cm ; G = 8.10^4 MN/m^2

- Xác định tải trọng cho phép

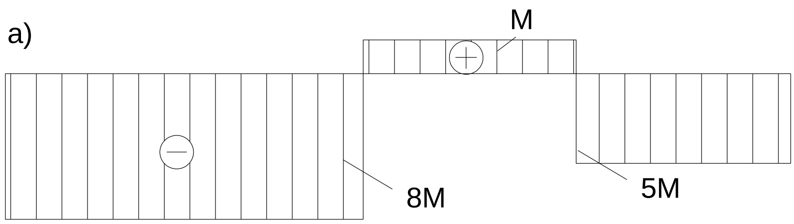


b, Trục tròn chịu lực như hình vẽ, biết: [τ] = 50 MN/m^2; [θ] = 0,25 ^{O}/m; G = 5.10^4 MN/m^2

- Xác định đường kính các đoạn trục

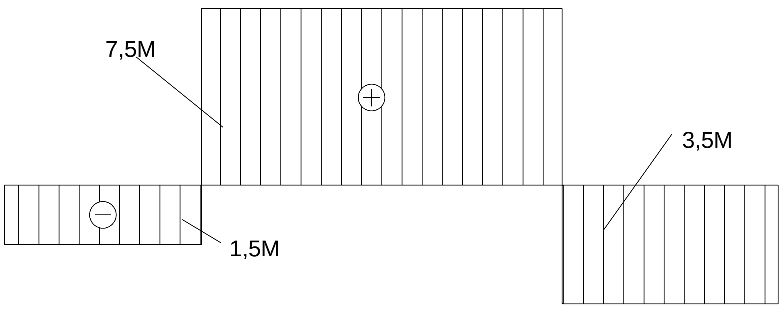


Đáp án :



τ_{max} *= 2,04 KN/cm*^{2} *<* *[τ] = 6 KN/cm*^{2} *thanh đủ bền .*

θ_{max} *= 5,1.10*$^{-5}$ *rad/cm < [θ] = 1,5* ^{o}*/m = 26.10*$^{-5}$ *rad/cm thanh đủ cứng*



d_b *= 5,3 cm ; dc = 9,15 cm → [d] = 9,15 cm*

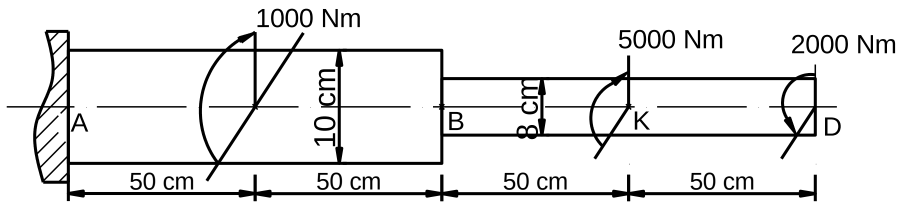
D_b *= 9,14 cm ;* D_c *= 13,7 cm → [D] = 13,7 cm*

Bài 5.4. Kiểm tra độ bền và độ cứng của trục tròn biết $[\tau]$= 3000 N/cm^2,

$[\theta]$= 0,5^0/m,

G = 8.10^6 N/cm^2 (H.6 - 17)

Tính góc xoắn tại B và C.



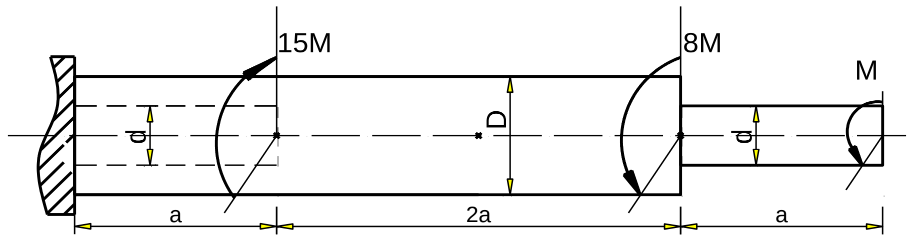
Hình 6-17

Đáp án : $\tau_{max(AB)} = 2000\ N/cm^2$; $\tau_{max(BC)} = 2930\ N/cm^2$; $\varphi_B = 4{,}375.10^{-3}\ rad$; $\varphi_C = 5{,}9.10^{-3}\ rad$

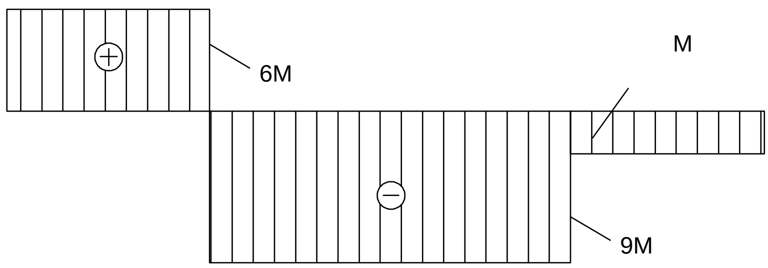
Bài 5.5. Xác định tải trọng cho phép biết : D = 10 cm ; $\eta = 0{,}8$;[τ] = 50 MN/m^2; [φ] = 2,4^O;

G = 8.10^6 MN/cm^2 ; a = 0,5 m

- Xác định tải trọng cho phép:



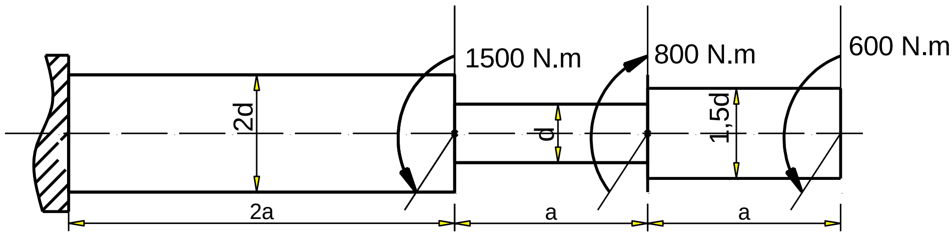
Đáp án :



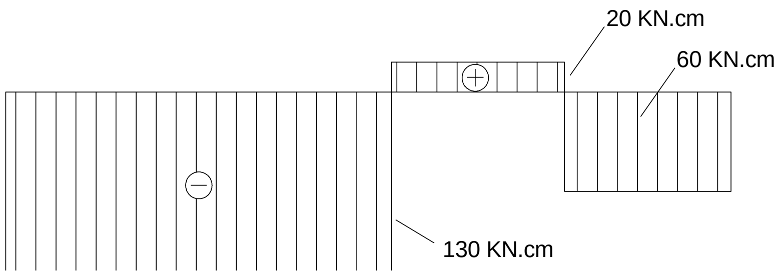
Mb = 96,5 KN.cm ; Mc = 644 KN.cm → [M] = 96,5 KN.cm

Bài 5.6. Xác định đường kính các đoạn trục sau: [τ] = 60 MN/m^2; G = 8.10^6 N/cm^2, a = 1 m

- Với đường kính vừa xác định, tính góc xoắn tương đối giữa hai đầu thanh



Đáp án :

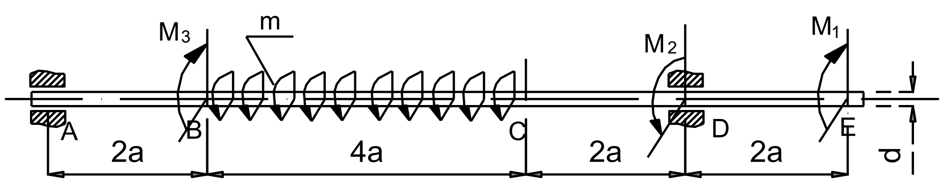


[d] = 2,57 cm

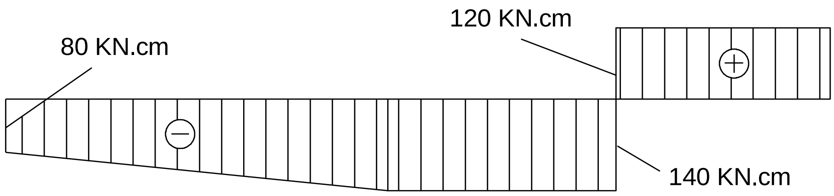
φ = 0,024 rad

5.7. Xác định đường kính trục biết: M_1 = 1200 Nm; M_2 = 2600 Nm; M_3 = 800 Nm;

a = 1 m; [τ] = 8 KN/cm^2; [φ]= 3^{O} ; G = 8.10^4 MN/m^2



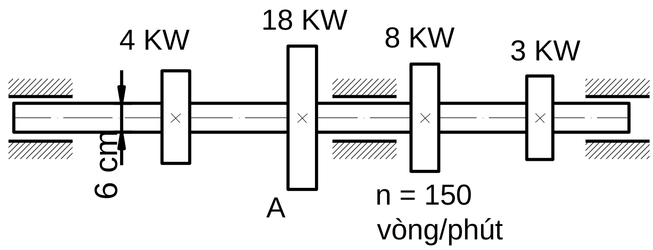
Đáp án :



d_b = 4,47 cm ; dc = 4,81 cm → [d] = 4,81 cm

5.8. Kiểm tra độ bền và độ cứng trục tròn có đường kính d = 6cm, $[\tau]$= 2000 N/cm^2,

$[\theta]$= 0,4^0/m, G = 8.10^6 N/cm^2 .Bánh A là bánh chủ động (H.5 – 18)



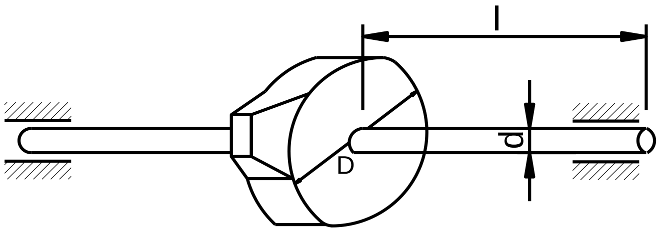
Hình 5-18

Đáp án : τ_{max} *= 1655 N/cm^2 ;* θ_{max} *= 0,394 ^{o}/m*

5.9. Bộ phận hãm của cần trục có cấu tạo như trên hình (5–19).

D = 300 mm, d = 30 mm, l = 400 mm.

Xác định ứng suất tiếp lớn nhất và góc xoắn của trục khi lực ép lên má phanh là 800 N, hệ số ma sát giữa má phanh và bánh hãm là f = 0,4.



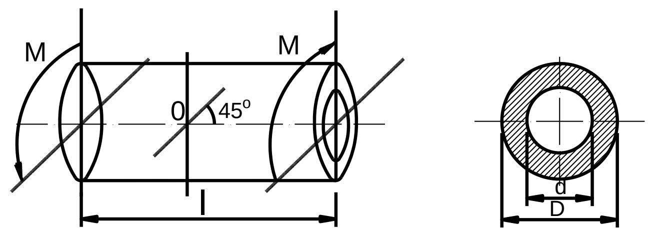
Hình 5-19

Đáp án : τ_{max} *= 1775 KN/cm^2 ;* φ *= 0,34 ^{o} = 21 ‘*

5.10. Người ta đặt một tenxômét theo phương xiên góc 45^0 với đường sinh của một trục tròn bị xoắn. Khi momen xoắn tăng ΔM = 9000Nm thì độ giãn của tenxõmét tăng thêm

Δs = 12mm. Biết hệ số khuếch đại của tenxõmét k = 1000, chuẩn đo s = 20mm, l = 1m,

D = 12cm, d = 8cm. Xác định môđuyn đàn hồi trượt G và gia số góc xoắn φ của trục (H.5-20)



Hình 5-20

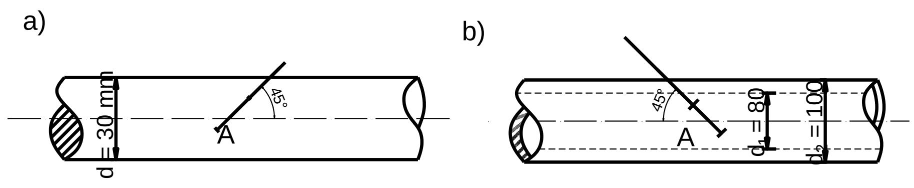
Đáp án : $G = 2,72.10^6\ N/cm^2$; $\varphi = 6^o52'$

5.11. Xác định giá trị momen xoắn M tác dụng vào trục, nếu bằng tấm điện trở ta đo được biến dạng tương đối theo phương xiên góc 45^0 đối với đường sinh (H.5-21)

$\varepsilon_A = 30.10^{-5}$

$\varepsilon_B = 34.10^{-5}$

Cho : E = 2.10^7 N/cm^2; $\mu = 0,3$



Hình 5-21

Đáp án : a) M = 24900 N.cm b) M = 616000 N.cm

5.12. Hai trục có cùng chiều dài, cùng trọng lượng và cùng vật liệu. Trục đặc có đường kính D và trục rỗng có đường kính d, có tỷ số:

$$\alpha = \frac{d}{D} = 0,6$$

Tìm tỉ số mômen xoắn để ứng suất tiếp lớn nhất trên các mặt cắt ngang của chúng bằng nhau. So sánh độ cứng giữa hai trục.

Để độ bền của trục rỗng bằng độ bền của trục đặc, có thể giảm trọng lượng của nó xuống bao nhiêu?

Đáp án : $M_z^r/M_z^đ = 1,7$; *Trục rỗng giảm được 29,6 % .*

5.13. Một trục đặc và một trục rỗng có trọng lượng bằng nhau và chịu cùng một mômen xoắn. Trục rỗng có đường kính trong 75% đường kính ngoài.

So sánh ứng suất tiếp lớn nhất trên hai trục.

Đáp án : $\tau_{max}^đ/\tau_{max}^r = 2,35$

5.14. Để giảm trọng lượng của một trục đặc xuống 25%, người ta đem gia công thành rỗng có đường kính ngoài bằng 2 lần đường kính trong. Hỏi trục có đủ bền không nếu ứng suất tiếp lớn nhất trên trục đặc bằng 5600 N/cm^2 và ứng suất tiếp cho phép $[\tau]$= 600 N/cm^2.

Đáp án : $\tau_{max} = 5970$ *N/cm*^{2}

5.15. Người ta đem một trục đặc đường kính 20cm gia công thành rỗng có đường kính trong bằng 0,6 lần đường kính ngoài.

Xác định đường kính ngoài của trục rỗng sao cho ứng suất tiếp lớn nhất của chúng bằng nhau.

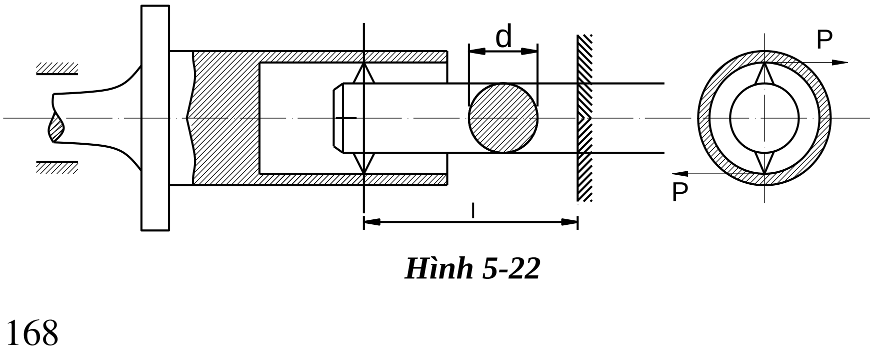
So sánh trọng lượng giữa hai trục.

Đáp án : $D = 21$ *cm* ; $d = 12,6$ *cm* ; $Q_đ/Q_r = 1,42$

5.16. Một bộ phận tiện trong có cấu tạo như hình (5-22). Tính đường kính d của trục lắp sao tiện nếu công suất của động cơ điện bằng 10kW, hệ số hiệu suất η = 0,8, n = 60v/ph,

l = 1600 mm, $[\tau]$ = 4000 N/cm^2.

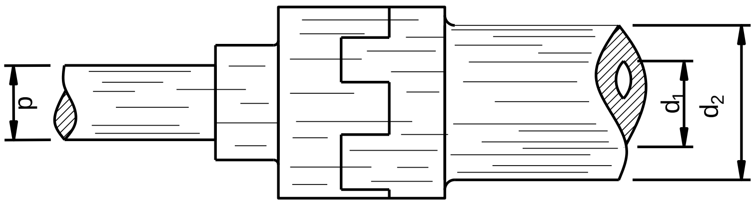
Tính góc xoắn của trục, biết G = 8.10^6 N/cm^2.



Hình 5-22

Đáp án : $d = 5,45$; $\varphi = 1^o 39'$

5.17. Hai đoạn trục đặc và rỗng được nối với nhau bằng khớp li hợp. Trục nhận được công suất N = 7,5 kW số vòng quay n = 100vg/ph. Tính kích thước mặt cắt ngang của hai trục, biết $[\tau] = 2000$ N/cm^2. Tỉ số giữa đường kính trong và ngoài của trục rỗng bằng $\frac{1}{2}$ (H.5-23).



Hình 5-23

Đáp án : $D_đ = 5,7$ cm ; $D = 5,8$ cm ; $d = 2,9$ cm .

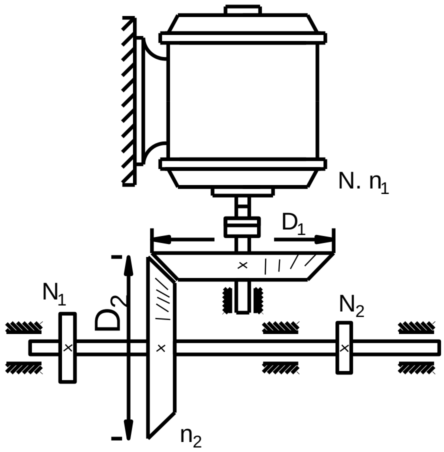
5.18. Một trục đặc có đường kính bằng 10cm chịu tác dụng mômen xoắn M. Xác định kích thước mặt cắt ngang của của một trục rỗng có cùng chiều dài, cùng độ bền và độ cứng bằng 1,5 lần độ cứng của trục đặc trên.

So sánh trọng lượng giữa hai trục.

Đáp án : $D = 15$ cm ; $d = 13,7$ cm ; $Q_đ/Q_r = 2,68$

5.19. Xác định đường kính của hai trục (H.5-24) biết $[\tau] = 2000$ N/cm^2, $[\theta] = 0,3^0$/m,

$N = 22$ kW, $n_1 = 1200$ vp/ph, $D_1 = 150$ mm, $D_2 = 290$ mm, $N_1 = 0{,}6N$,



$N_2 = 0{,}4N$.

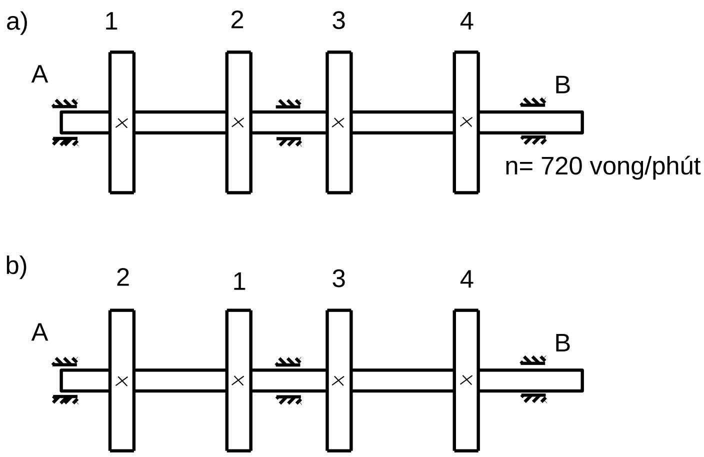
Hình 5-24

Đáp án : $d_1 = 4{,}5$ *cm ;* $d_2 = 4{,}7$ *cm*

5.20. Trục AB mang 4 puli. Puli 1 nhận được công suất bằng 118kW và truyền cho puli 2, 3, 4 các công suất là $N_2 = 51{,}5$ kW; $N_3 = 40{,}5$ kW; $N_4 = 26$ kW. Xác định đường kính của trục nếu

$n = 720$ vg/ph, $[\tau] = 3000$ N/cm^2 (H.5-25).

Nếu sắp xếp các puli một cách hợp lí theo hình b thì đường kính của trụ sẽ giảm xuống bao nhiêu lần ?



Hình 5-25

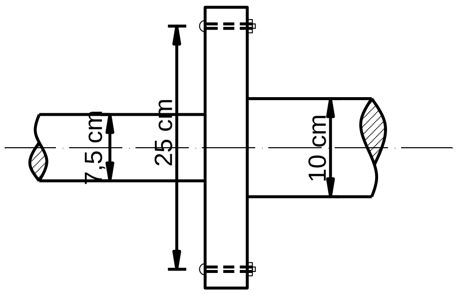
Đáp án : $d_a = 6{,}4$ *cm;* $d_b = 5{,}3$ *cm; Đường kính giảm 1,21 lần .*

5.21. Hai trục đường kính bằng 7,5cm và 10cm được nối với nhau bằng 6 bu long có đường kính bằng 20mm. Xác định công suất có thể truyền đến hệ trục nếu vật liệu làm đinh có

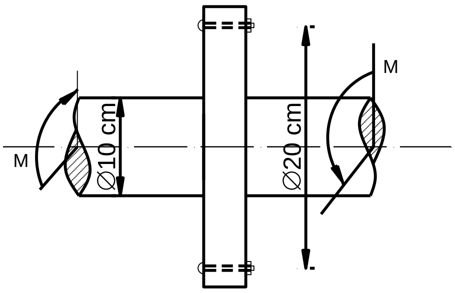
$[\tau]_d = 2500$ N/cm^2 và trục có $[\tau]_{tr} = 6000$ N/cm^2. Trục quay 120 vp/ph. Tâm đinh nằm trên đường tròn đường kính 25cm (H.5-26).

Đáp án : $N = 63{,}5$ *KW*

5.22. Hai trục đường kính bằng 10cm được nối với nhau bằng mặt bích. Các bulông nối có đường kính d = 2cm. Xác định số bulông cần thiết nếu chúng được bố trí trên một đường tròn đường kính 20cm. Ứng suất tiếp cho phép của bulông bằng N/cm^2 và trục bằng 6000 N/cm^2. (H.5-27).



Hình 5-26



Hình 5-27

1. *Đáp án :* *n = 10 bu lông .*

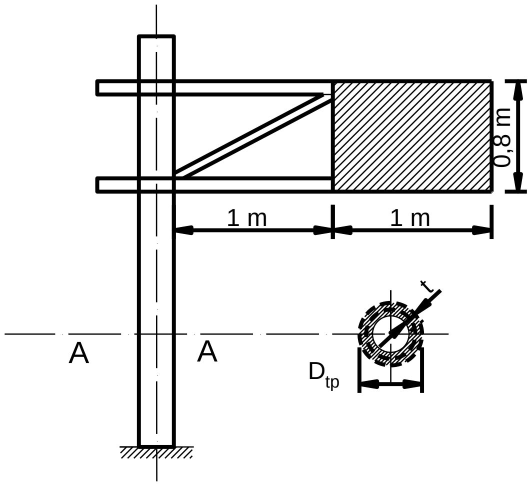
5.23. Một thanh thép chữ [N = 22a chịu momen xoắn M = 240 Nm. Tính ứng suất tiếp lớn nhất trên mặt cắt ngang.

Đáp án : $\tau_{max} = 3160$ *N/cm*^{2}

5.24. Biển chỉ đường gồm có một cột rỗng đương kính trung bình D_{tb} = 15cm và một biển kích thước như trên hình (5-28). Áp lực lớn nhất của gió thổi vuông góc lên biển, giả thiết phân bố đều bằng 2000 N/m^2 .

Xác định chiều dày t của ống sao cho ứng suất tiếp lớn nhất trên mặt cắt ngang không được vượt quá 3000 N/cm^2.

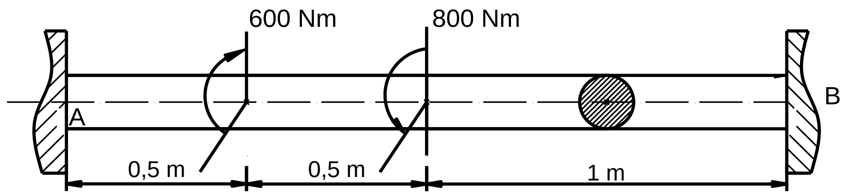
Tính góc xoắn tương đối của cột.



Hình 5-28

Đáp án : $t = 2,3\ mm$; $\theta = 0,00453\ rad/m$

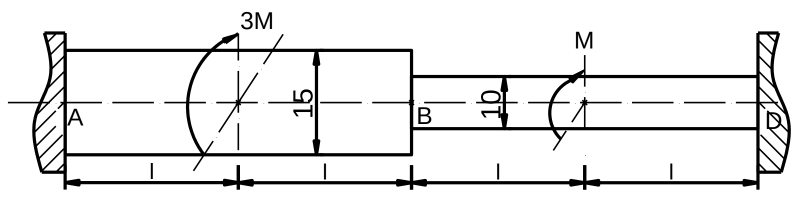
5.25. Tính đường kính của thanh AB biết $[\tau]= 4000\ N/cm^2$, $[\theta]= 0,25^0/m$, $G = 8.10^6\ N/cm^2$ (H.5-32).



Hình 5-32

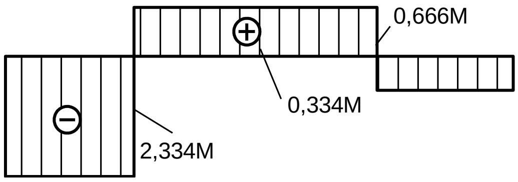
Đáp án : $d = 6,3\ cm$

5.26. Vẽ biểu đồ momen xoắn và tính ứng suất tiếp lớn nhất trên các mặt cắt ngang nguy hiểm của trục tròn như hình trên hình (5-33).



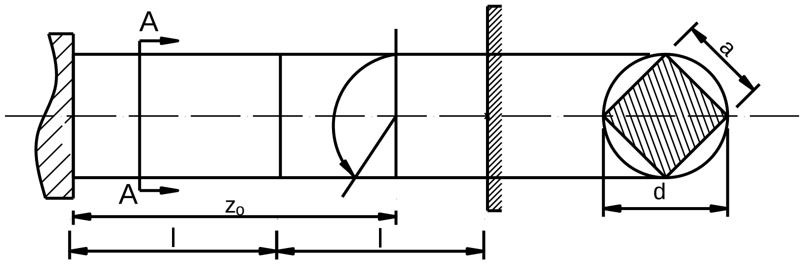
Hình 5-33

Đáp án : $\tau_{max} = 3460\ N/cm^2$ *(Trên đoạn có đường kính lớn .)*



5.27. Một trục thép một nửa có mặt cắt ngang hình vuông, nửa còn lại là hình tròn. Xác định khoảng cách Z_o để momen phản lực tại hai ngàm bằng nhau. Nếu M = 600 Nm, d = 4cm,

$[\tau]$= 4500 N/cm^2, thì trong trường hợp đó trục có đủ độ bền không ? (H.5-34).

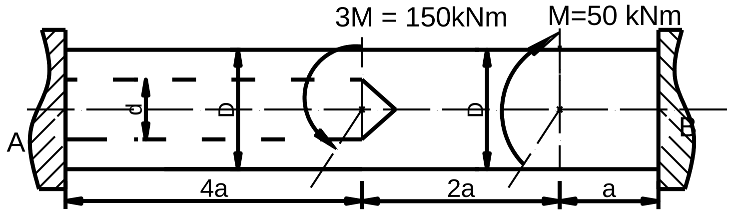


Hình 5-34

1. *Đáp án :* *Zo = 0,675 l (Trên đoạn trục mặt cắt vuông)*

   τ_{max} *= 6380 N/cm^2 Trục không đủ bền*

5.28. Trục AB, đường kính D, có khoan một lỗ dọc với đường kính d = 0,5 D từ đầu bên trái. Xác định giá trị của D biết $[\tau]$= 6000 N/cm^2. Trục chịu những ngẫu lực xoắn như trên hình 5-35.

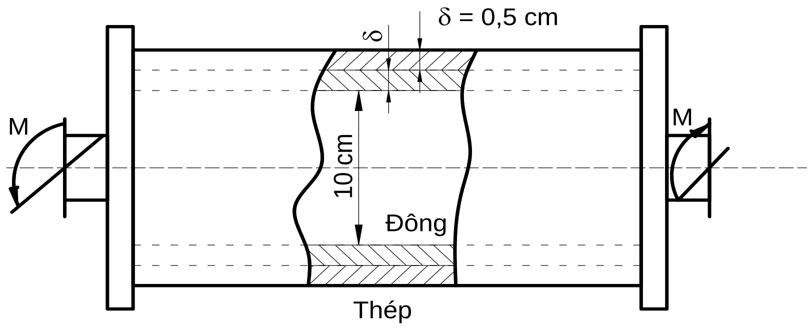


Hình 5-35

Đáp án : D = 20 cm .

5.29. Hai ống đồng và thép được lồng vào nhau và gắn cứng hai đầu. Ống chịu tác dụng của momen xoắn M = 3000Nm. Xác định ứng suất tiếp lớn nhất trên mặt cắt ngang của mỗi ống (H.5-36).

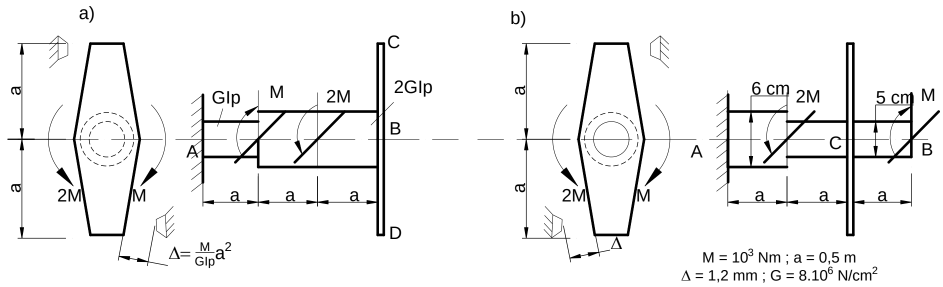
$G_{th} = 2G_đ = 8.10^6$ N/cm^2.



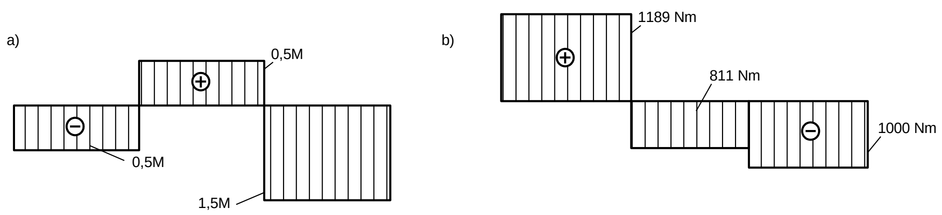
Hình 5-36

Đáp án : : $\tau_{th} = 2600$ N/cm^2: $\tau_đ = 1180$ N/cm^2

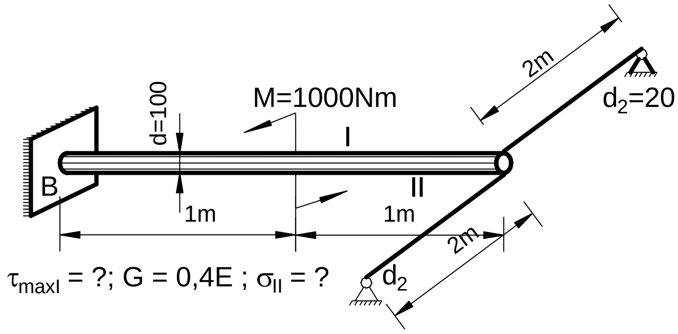
5.30. Vẽ biểu đồ mômen xoắn của các thanh chịu lực như hình 5-37.



Đáp án :

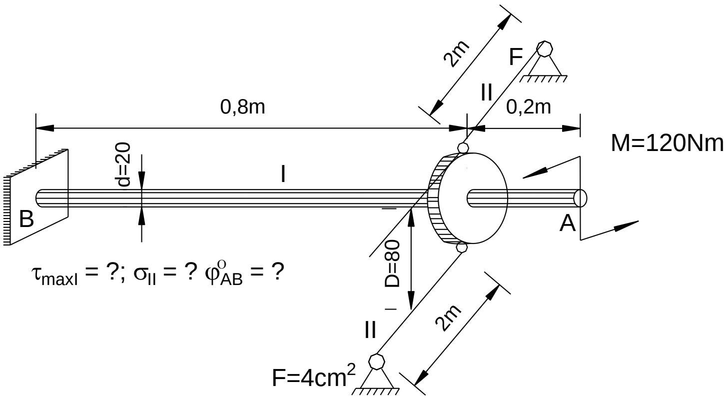


5.31-36. Xác định các đại lượng theo điều kiện ghi trên hình 5-38 ÷ H.5-43. Cho E = 2.10^7 N/cm^2, G = 8.10^6 N/cm^2



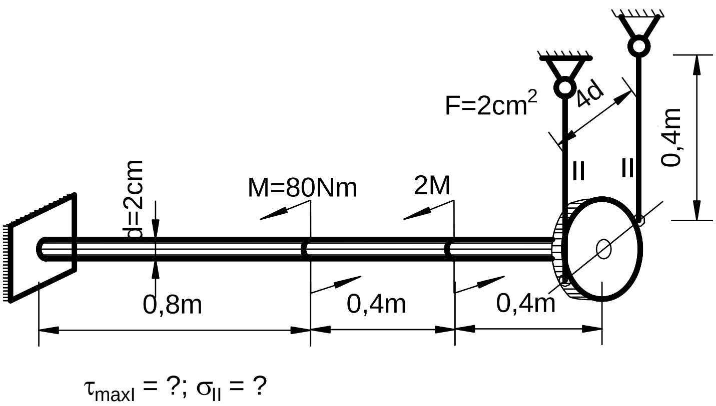
Hình 5-38

Đáp án : $\tau_{max} = 3060\ N/cm^2; \quad \sigma_{II} = 2180\ N/cm^2$



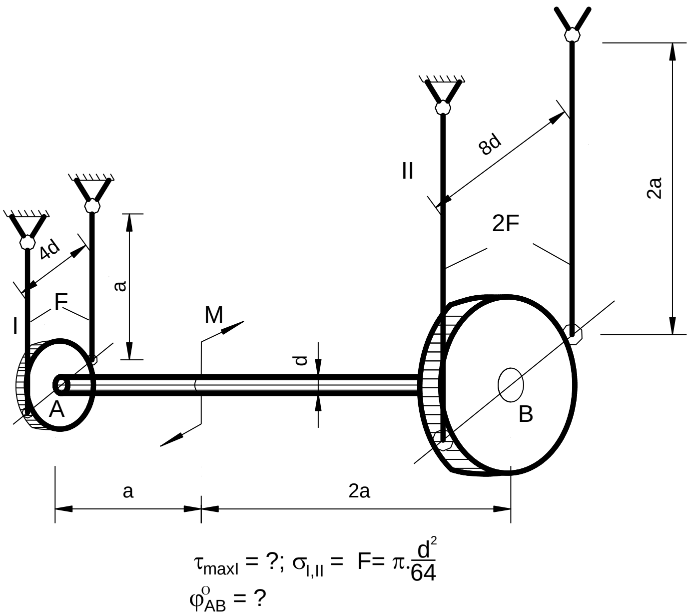
Hình 5-39

Đáp án : $\tau_{max} = 7500\ N/cm^2; \quad \sigma_{II} = 370\ N/cm^2\ ; \ \varphi_{AB} = 1,14\ ^o$



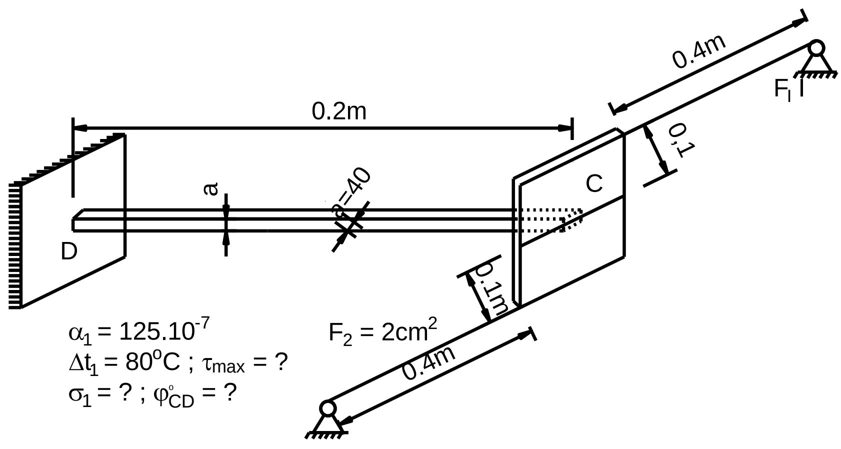
Hình 5-40

Đáp án : τ_{max} *= 10000 N/cm*^{2}*;* σ_{II} *= 1000 N/cm*^{2}



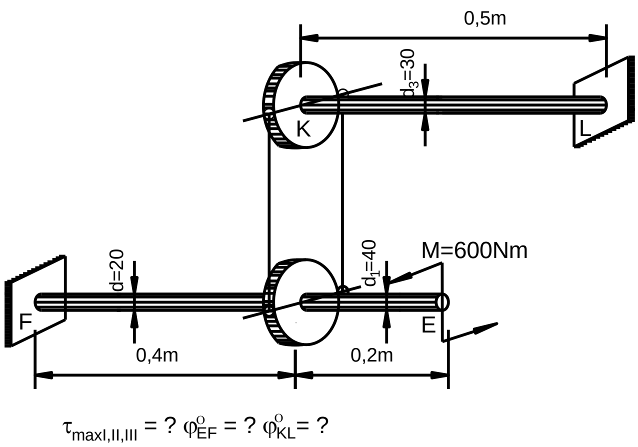
Hình 5-41

Đáp án : $\tau_{max} = 0{,}052.\frac{M}{\pi d^3}$; σ_I = 3,3 $M/\pi d^3$; σ_{II} = 0,45 $M/\pi d^3$; $\varphi_{AB} = 0{,}57\frac{M.Q}{G\pi d^4}$



Hình 5-42

Đáp án : τ_{max} *= 4020 N/cm*^{2}*;* σ_I *= 1340 N/cm*^{2} *;* φ_{CD} *= 0,213* ^{o}



Hình 5-43

Đáp án : $\tau_{maxI} = 4680\ N/cm^2$; $\tau_{maxII} = 7420\ N/cm^2$; $\tau_{maxIII} = 8830\ N/cm^2$;

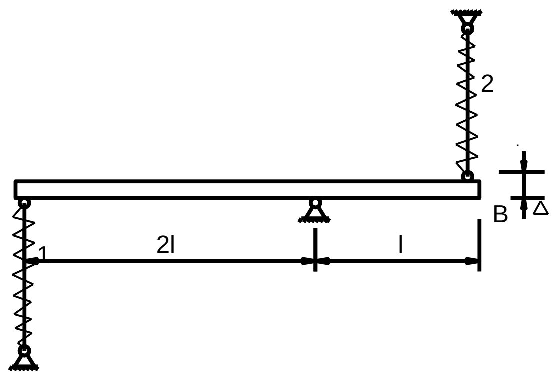
5.37. Tính ứng suất trong lo xò 1 và 2 khi nối lò xo với thanh AB. Biết:

$\Delta = 0{,}5$cm, $D_1 = 6$cm,

$d_1 = 1$cm, $n_1 = 10$; $D_2 = 5$cm,

$d_2 = 0{,}8$cm, $n_2 = 8$,

$G_1 = G_2 = 8.10^6$ N/cm^2 (H.5-46).



Hình 5-46

Đáp án : $\tau_1 = 1630\ N/cm^2$; $\tau_2 = 5240\ N/cm^2$;

CHƯƠNG 6: UỐN PHẲNG THANH THẲNG

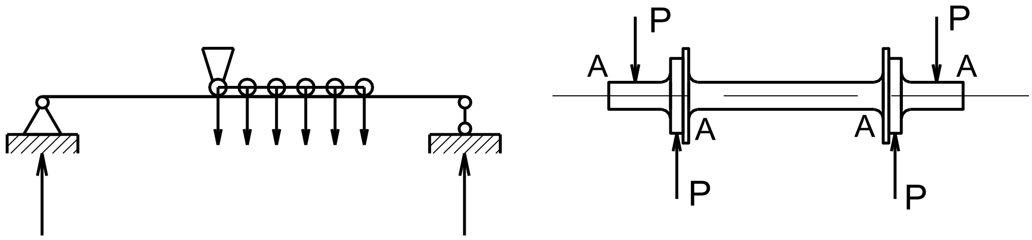
6.1. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

6.1.1. Định nghĩa:

Một thanh chịu uốn là một thanh có trục bị uốn cong dưới tác dụng của ngoại lực. Những thanh chịu uốn được gọi là dầm.

Dầm là một bộ phận thường gặp trong các công trình hay trong các máy móc

Thí dụ: Dầm chính của một cái cầu và trục của bánh xe hỏa như hình 5.1



Hình 6.1

6.1.2. Thanh chịu uốn thuần túy phẳng

a. Định nghĩa

Một thanh chịu uốn thuần túy phẳng là khi trên mặt cắt ngang của thanh chỉ có một thành phần mômen uốn M_x (hoặc M_y) nằm trong mặt phẳng quán tính chính trung tâm.

b. Ứng suất trên mặt cắt ngang

Tại điểm bất kỳ trên mặt cắt:

$$\sigma_z = \frac{M_x}{J_x} y$$

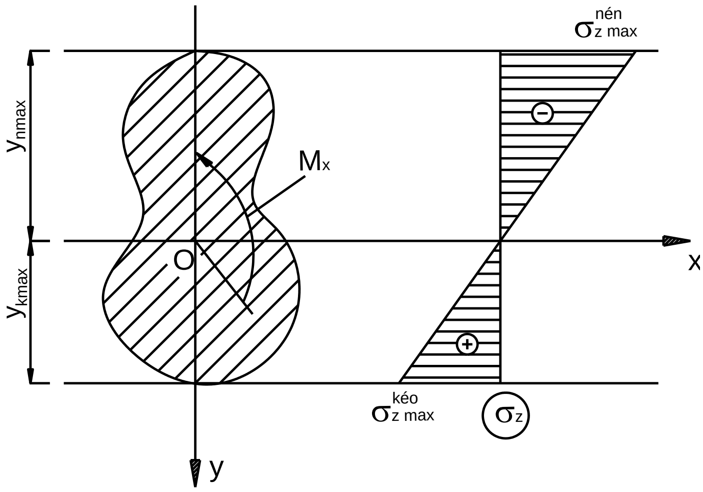
Trong đó:

M_x là mômen uốn trên mặt cắt ngang

J_x là mômen quán tính của mặt cắt ngang đối với trục trung hoà

y là tung độ của điểm cần tính ứng suất. ứng suất tính được nếu mang dấu dương (+) là ứng suất kéo, nếu mang dấu âm (-) là ứng suất nén.

Ứng suất lớn nhất trên mặt cắt ngang:



Hình 6.2

- Mặt cắt bất kỳ:

$$\sigma_{\max}^{k} = \frac{M_x}{J_x} y_{\max}^{k} = +\frac{|M_x|}{W_x^k}$$
$$\sigma_{\max}^{n} = \frac{M_x}{J_x} y_{\max}^{n} = -\frac{|M_x|}{W_x^n} \qquad (5\text{-}2)$$

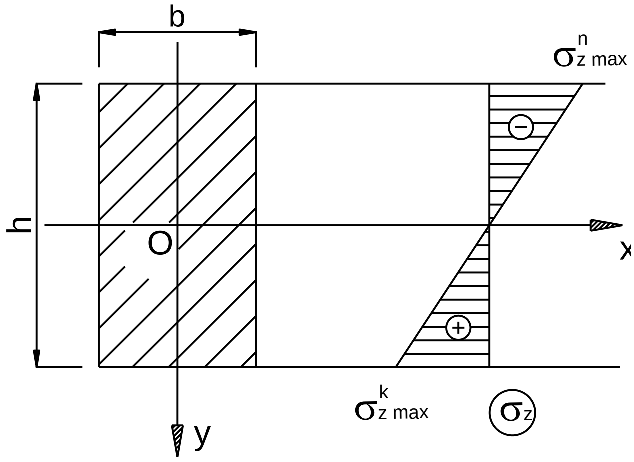
Trong đó:

$$W_x^k = \frac{J_x}{|y_{\max}^k|}; W_x^n = \frac{J_x}{|y_{\max}^n|}$$

được gọi là mômen chống uốn của mặt cắt.

- Mặt cắt đối xứng:

Với mặt cắt đối xứng như hình tròn, hình chữ nhật, chữ I …



Hình 6.3

$$\left|y^{k}_{\max}\right| = \left|y^{n}_{\max}\right| = \frac{h}{2}$$

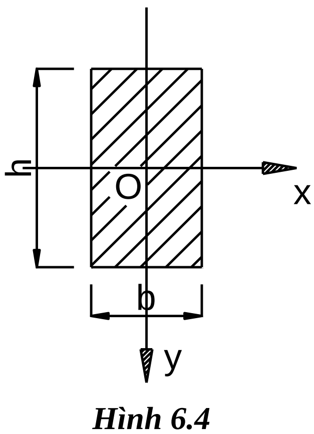
Trong đó h là chiều cao mặt cắt.

$$W^{k}_{x} = W^{n}_{x} = W_{x} = \frac{J_x}{h/2}$$

$$\left|\sigma^{k}_{\max}\right| = \left|\sigma^{n}_{\max}\right| = \frac{\left|M_x\right|}{W_x}$$

Mômen chống uốn của một số mặt cắt thường gặp.

*****) *Mặt cắt ngang là hình chữ nhật*

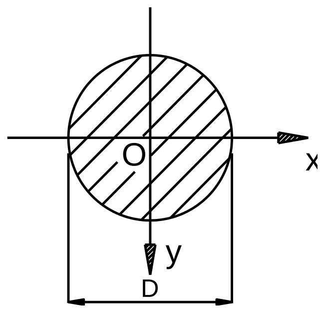


Hình 6.4

$$W_x^k = W_x^n = \frac{bh^2}{6} \qquad (5\text{-}3)$$

**) Mặt cắt ngang là hình tròn*

Đối với mặt cắt là hình tròn với đường kính là D (hình 6.8) thì:



Hình 6.5

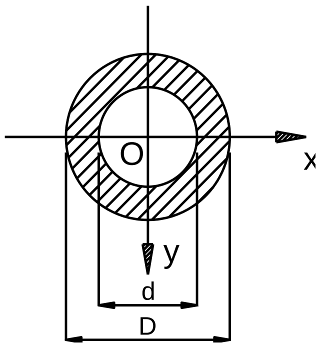
$$J_x = \frac{\pi D^4}{64}$$

$$y_{\max}^k = -y_{\max}^n = \frac{D}{2}$$

$$W_x^k = W_x^n = \frac{\pi D^3}{32} \qquad (5\text{-}4)$$

**) Mặt cắt ngang là hình tròn rỗng*

Đối với mặt cắt là hình tròn rỗng với đường kính ngoài là D, đường kính trong là d (hình 5.9) hệ số rỗng $\eta = \frac{d}{D}$, ta có:



Hình 6.6

$$J_x = \frac{\pi D^4}{64}\left(1-\eta^4\right)$$

$$y_{\max}^k = -y_{\max}^n = \frac{D}{2}$$

nên $$W_x^n = W_x^n = \frac{\pi D^3}{32}\left(1-\eta^4\right)$$

**) Mặt cắt ngang của các loại thép định hình*

Đối với các loại thép địa hình, mômen chống uốn của mặt cắt ngang được cho sẵn trong các bảng đặc trưng hình học của mỗi loại (xem bảng phụ lục)

c. Điều kiện bền của dầm chịu uốn thuần túy phẳng

Với dầm làm bằng vật liệu giòn

$$\begin{cases} \sigma_{z\max}^k \le [\sigma]_k \\ \left|\sigma_{z\max}^n\right| \le [\sigma]_n \end{cases}$$

Với dầm làm bằng vật liệu dẻo: Vì $[\sigma]_k = [\sigma]_n = [\sigma]$

Nên điều kiện bền chỉ cần: $max\left|\sigma_z\right| \le [\sigma]_n$

Trong đó: $max\left|\sigma_z\right| = max(\sigma_{z\max}^k ; \left|\sigma_{z\max}^n\right|)$

5.1.3. Thanh chịu uốn ngang phẳng

a. Định nghĩa

Một thanh được gọi là chịu uốn ngang phẳng khi trên mặt cắt ngang của thanh có hai thành phần nội lực là mômen uốn M_x và lực cắt Q_y. Các thành phần nội lực đó nằm trong mặt phẳng đối xứng của thanh .

b. Ứng suất trên mặt cắt ngang

- Ứng suất pháp trên mặt cắt ngang

$$\sigma_z = \frac{M_x}{J_x} y$$

Quy luật phân bố ứng suất pháp trên mặt cắt ngang trong trường hợp này giống trường hợp chịu uốn thuần tuý.

- Ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang

Với mặt cắt hình chữ nhật hẹp, sử dụng công thức Duravski

$$\tau_{zy} = \frac{Q_y . S_x^c}{J_x b^c}$$

c. Điều kiện bền của thanh chịu uốn phẳng :

Các điểm trên mặt cắt ngang của dầm chịu uốn ngang phẳng tồn tại ba trạng thái ứng suất. Kiểm tra bền cho dầm được thực hiện tại 3 điểm nguy hiểm nhất của 3 trạng thái ứng suất. Như vậy điều kiện bền của dầm chịu uốn ngang phẳng là đồng thời của 3 điều kiện. Trường hợp nếu bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt Q_y thì điều kiện bền của dầm chịu uốn ngang phẳng giống như điều kiện bền của dầm chịu uốn thuần tuý phẳng và đã được trình bày ở mục 5.1.2-c.

d. Ba bài toán cơ bản tính theo điều kiện bền :

**) Bài toán kiểm tra bền*

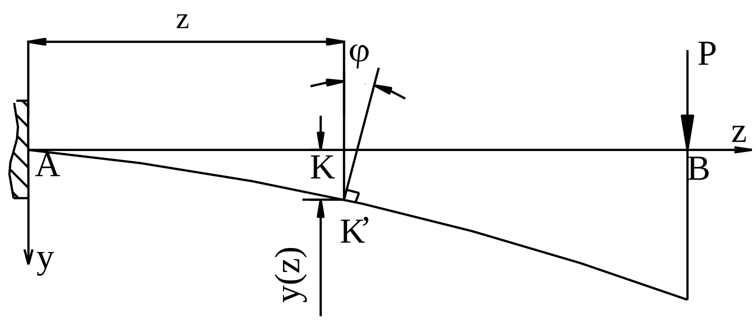
**) Bài toán xác định tải trọng cho phép*

**) Bài toán thiết kế*

5.1.4. Chuyển vị của dầm chịu uốn

a. Khái niệm

Khi dầm bị uốn, trục dầm bị cong đi. Đường cong của trục dầm sau khi bị uốn gọi là đường đàn hồi



Hình 6.7

Như vậy, ta coi chuyển vị thẳng của mặt cắt theo phương vuông góc với trục dầm và được gọi là độ võng của mặt cắt. Ta thấy rằng độ võng thay đổi khi mặt cắt thay đổi, nghĩa là:

y(z) = f(z) (a)

Chuyển vị góc là mặt cắt xoay đi quanh trục trung hoà khi dầm biến dạng và có tên gọi là góc xoay φ.

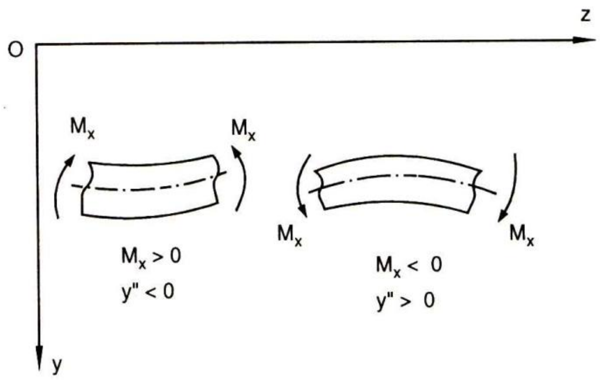
$$\varphi \approx tg\varphi = \frac{dy}{dz} = y'(z)$$

Vậy đạo hàm của độ võng là góc xoay của mặt cắt ngang khi dầm biến dạng.

b. Phương trình vi phân của đường đàn hồi

$$y'' = -\frac{M_x}{EJ_x}$$

Là phương trình vi phân của đường đàn hồi, tích EJ_x gọi là độ cứng chống uốn của mặt cắt ngang dầm.



Hình 6.8

c. Các phương pháp xác định chuyển vị (độ võng, góc xoay) :

Hiện nay đã có rất nhiều phương pháp tính chuyển vị của dầm chịu uốn. Sau đây chúng ta sẽ trình bày một số phương pháp thông dụng .

**) Phương pháp tích phân bất định*

Cơ sở của phương pháp này là tích phân trực tiếp từ phương trình vi phân của đường đàn hồi như sau:

$$y'' = -\frac{M_x}{EJ_x}$$

Lấy tích phân lần thứ nhất ta được

$$\varphi = y' = \int\left(-\frac{M_x}{EJ_x}\right)dz + C$$

Lấy tích phân lần thứ hai $y = \int \left[\int -\left(\frac{M_x}{EJ_x} \right) dz + C \right] dz + D$

Ở đây C và D là các hằng số tích phân, được xác định theo các điều kiện biên và các điều kiện liên tục về chuyển vị của dầm.

**) Phương pháp tích phân Mor kết hợp với phép nhân biểu đồ Veresaghin*

Công thức tích phân M_o để xác định chuyển vị :

$$\Delta_{km} = \sum_{i=1}^{n} \int_{l_{i-1}}^{l_i} \frac{M_{xm}.\bar{M}_{xk}}{EJ_x} dz \tag{5-10}$$

Trong đó:

Δ_{km} : chuyển vị theo phương x do tải trọng ở trạng thái "m" gây ra (ở đây là độ võng y và góc xoay φ)

M_{xm} : Mômen uốn nội lực ở trạng thái " m"

Trạng thái "m" : trạng thái chịu lực của dầm

$\overline{M}_{xk}$: Mômen uốn nội lực ở trạng thái " k"

Trạng thái "k" : trạng thái bỏ hết tải trọng trên dầm. Đặt vào mặt cắt cần tính chuyển vị một tải trọng đơn vị có chiều tùy ý.

Tải trọng đơn vị:

+) Nếu chuyển vị cần tính là độ võng y: tải trọng đơn vị là lực tập trung $\overline{P}_k = 1$

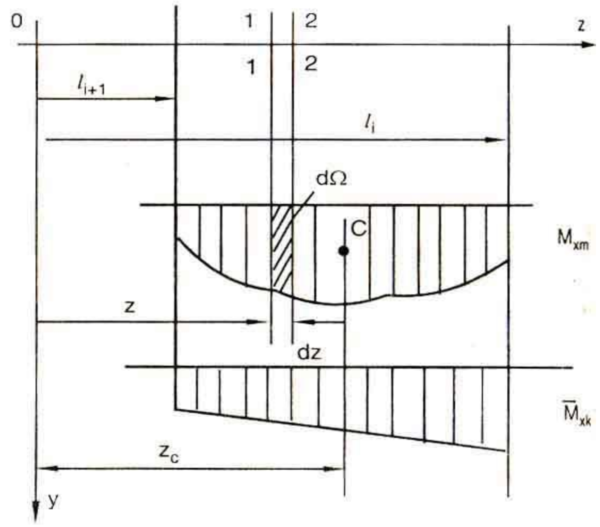
+) Nếu chuyển vị cần tính là góc xoay φ : tải trọng đơn vị là mômen tập trung $\overline{M}_k = 1$

Nếu độ cứng EJ_x trong mỗi đoạn thứ i là không đổi thì tích phân Mor có thể viết lại như sau:

$$\Delta_{km} = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{EJ_x} \int_{l_{i-1}}^{l_i} M_{xm} \bar{M}_{xk} dz \right)$$

Và ta có thể tính tích phân trên bằng phép nhân biểu đồ Veresaghin mà nội dung của nó như sau:

Xét mômen dầm thứ i. Biểu đồ mômen uốn do hệ tải trọng "m" và biểu đồ do tải trọng đơn vị gây nên được vẽ như



Hình 6.9

Gọi diện tích biểu đồ M_{xm} là Ω_i, còn phương trình của biểu đồ $\bar{M}_{xk}$ có bậc cao nhất là bậc nhất và có dạng

$$\bar{M}_{xk} = az + b$$

Tách ra khỏi đoạn dầm thứ i một đoạn dz bằng hai mặt cắt 1-1 và 2-2. Ta thấy diện tích biểu đồ M_{xm} của đoạn dz là dΩ sẽ là:

$$d\Omega = M_{xm}dz$$

$$\Delta_{km} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{EJ_x} \int_{\Omega_i} (az + b)\, d\Omega$$

Xét riêng tích phân:

$$I = \int_{\Omega_i} (az + b) d\Omega = \int_{\Omega_i} azd\Omega + b\int_{\Omega_i} d\Omega$$

Ta thấy tích phân $a\int_{\Omega_i} zd\Omega = aS_y^{\Omega_i}$

$S_y^{\Omega_i}$ là mômen tĩnh của diện tích biểu đồ M_{xm} đối với trục y, có thể tính theo công thức

$$S_y^{\Omega_i} = \Omega_i . z_c$$

Ở đây z_c là hoành độ của trọng tâm C của biểu đồ M_{xm} (hình 6.9)

Còn tích phân $b\int\limits_{\Omega_i} d\Omega = b\Omega_i$

I = $(az_c + b)\Omega_i$

Nhưng $az_c + b = \bar{M}_{xk}(z_c)$

$$\Delta_{km} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{EJ_x}\Omega_i \bar{M}_{xk}\left(z_c\right)\right) \qquad (5\text{-}11)$$

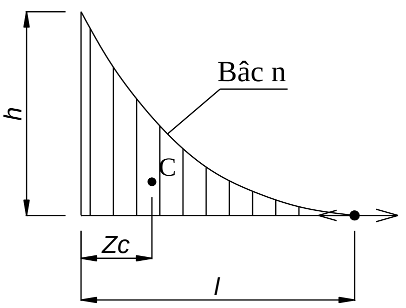
Phép nhân biểu đồ (5-11) gọi là phép nhân biểu đồ Veresaghin

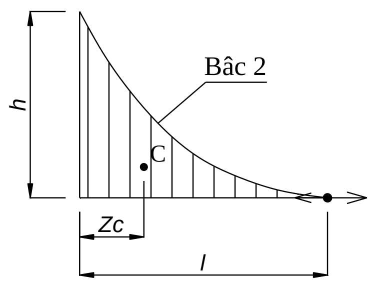
Chú ý:

- Khi nhân hai biểu đồ cùng dấu thì kết quả lấy dấu dương: khi nhân hai biểu đồ khác dấu thì kết quả lấy dấu âm.

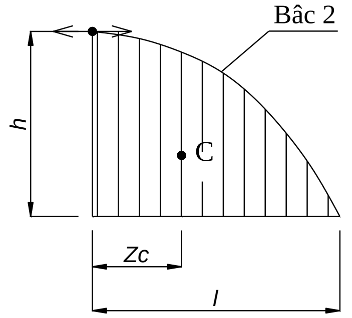
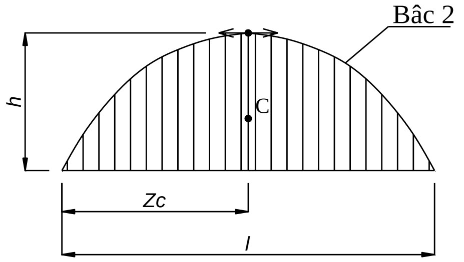
- Khi gặp biểu đồ M_{xm} có hình dáng phức tạp thì ta có thể chia thành những phần nhỏ có hình dáng đơn giản, dễ tính diện tích và vị trí trọng tâm để thực hiện phép nhân biểu đồ

Bảng sau cho biết công thức tinh diện tích Ω và tọa độ trọng tâm Z_c của một số hình thường găp.

<table>
<tr>
<td>

$\Omega = \frac{lh}{n+1}; Z_c = \frac{l}{n+2}$</td>
<td>

$\Omega = \frac{lh}{3}; Z_c = \frac{l}{4}$</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</table>

 $\Omega = \frac{2lh}{3}; Z_c = \frac{3l}{8}$	 $\Omega = \frac{2lh}{3}; Z_c = \frac{l}{2}$

6.1.5. Tính toán dầm chịu uốn phẳng theo điều kiện cứng

a. Điều kiện cứng

Đối với một dầm chịu uốn ngang phẳng, điều kiện cứng của nó như sau:

$$\begin{cases} |Y|_{max} \le [\mathrm{f}] \\ |\varphi|_{max} \le [\varphi] \end{cases}$$

hoặc $\begin{cases} \dfrac{|Y|_{max}}{l} \le \left[\dfrac{f}{l}\right] \\ |\varphi|_{max} \le [\varphi] \end{cases}$

Trong đó

l: chiều dài nhịp dầm , trong kỹ thuật người ta lấy $\left[\frac{f}{l}\right] = \frac{1}{100} \div \frac{1}{1000}$

b. Ba bài toán cơ bản

Với các điều kiện cứng ở trên ta cũng có ba bài toán cơ bản sau đây:

**) Bài toán kiểm tra*

**) Bài toán xác định tải trọng cho phép*

**) Bài toán thiết kế*

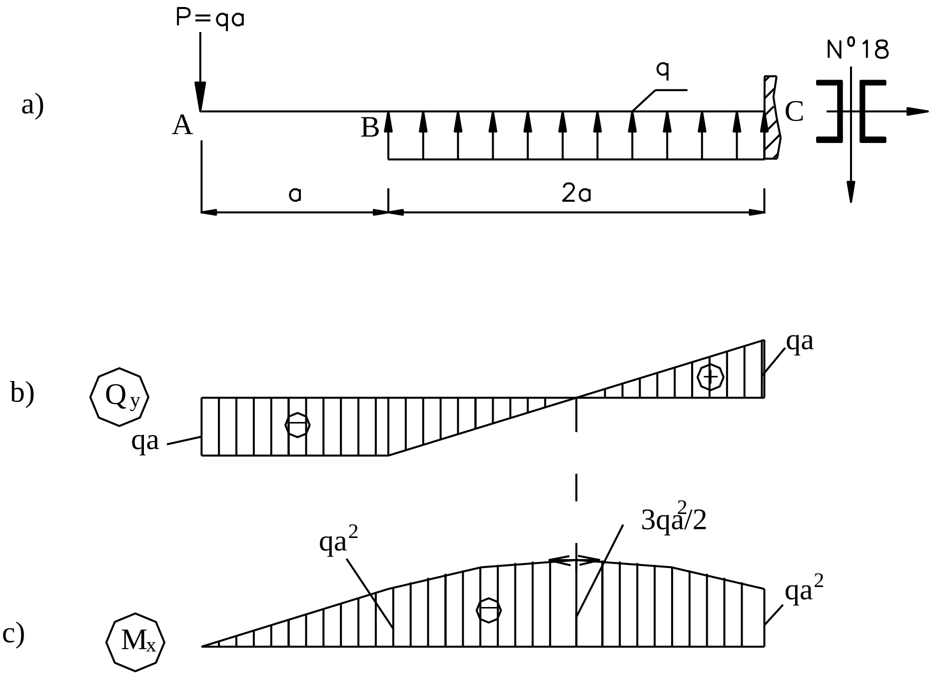
6.2. CÁC BÀI TẬP GIẢI MẪU

Bài 6.1:

Cho dầm chịu lực như hình 6.10a có mặt cắt ngang là hai thép [N^0 18 đặt song song

Xác định tải trọng cho phép tác dụng lên dầm. Biết: a = 0,8m; [σ] = 160MN/m^2

(Tính toán cho phép bỏ qua ảnh hưởng của ứng suất tiếp)



* Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm như hình 6.10b,c

* Từ biểu đồ nội lực nhận thấy mặt cắt nguy hiểm là mặt cắt có $|M_x|_{max} = \frac{3qa^2}{2}$

* Điểm nguy hiểm nằm ở mép trên và mép dưới của mặt cắt, có ứng suất lớn nhất là:

$$\max|\sigma_z| = \frac{|Mx|_{max}}{W_x} = \frac{3qa^2}{2W_x}$$

Vì mặt cắt ngang dầm gồm 2 mặt cắt [$N^0$18 đặt song song nên

$W_x = \frac{J_x}{y_{max}} = \frac{2J_{x1}}{y_{max}} = 2W_{x1} = 2W_{xtb} = 2.120 = 240\ cm^3$

* Từ điều kiện bền của dầm:

$\max|\sigma_z| = \frac{|Mx|_{max}}{W_x} = \frac{3qa^2}{2W_x} \leq [\sigma]$

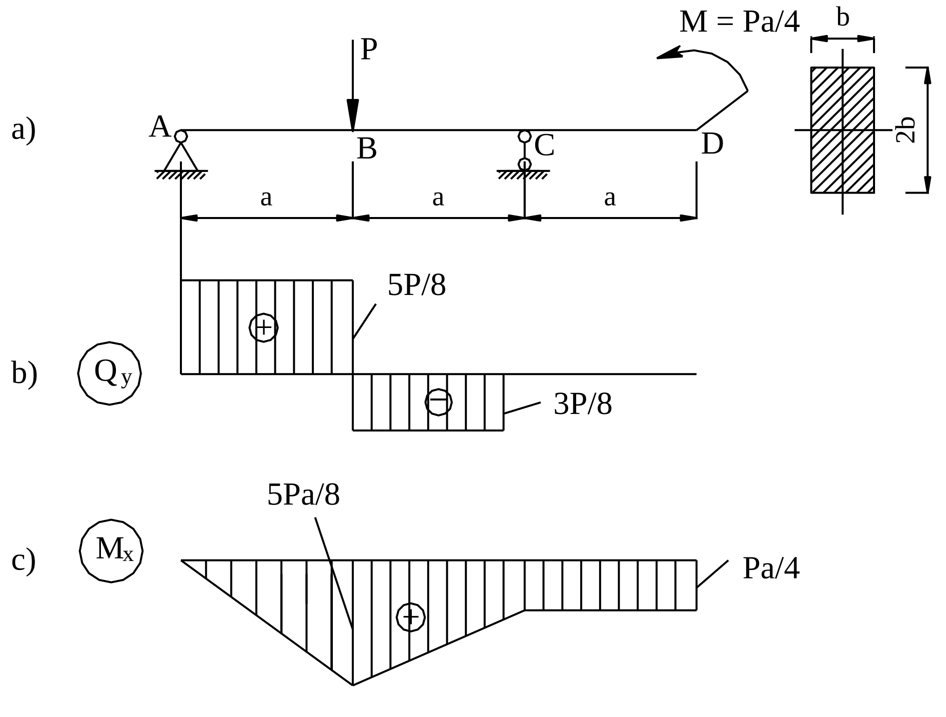
suy ra: $q \leq \frac{2W_x.[\sigma]}{3a^2} = \frac{2.240.16}{3.80^2} = 0,4\ \frac{KN}{cm}$

Vậy $[q] = 0,4\ \frac{KN}{cm}$

Bài 6.2:

Cho dầm chịu lực như hình 6.11a.

- Kiểm tra bền cho dầm có mặt cắt ngang dầm là chữ nhật có chiều cao bằng hai lần bề rộng, P = 85KN, b = 10cm, a = 1m, $[\sigma]$ = 12KN/cm^2



* Biểu đồ lực cắt và mô men uốn như hình 6.11b, c

* Theo biểu đồ ta thấy mặt cắt ngang nguy hiểm trên dầm là B

Có: $|Q_y|_{max} = \frac{5P}{8}$, $|M_x|_{max} = \frac{5Pa}{8}$

* Kiểm tra bền cho phân tố 1 (phân tố nằm ở mép trên và mép dưới mặt cắt B)

ứng suất pháp lớn nhất: $\max|\sigma_z| = \frac{|Mx|_{max}}{W_x} = \frac{5Pa}{8W_x}$

Mặt cắt chữ nhật có $W_x = \frac{b.(2b)^2}{6} = \frac{2b^3}{3}$

$\max|\sigma_z| = \frac{5Pa}{8\frac{2b^3}{3}} = \frac{15Pa}{16b^3}$

Thay số $\max|\sigma_z| = \frac{15.85.100}{16.10^3} = 7{,}97\ \frac{KN}{cm^2} < [\sigma] = 12KN/cm^2$

Vậy phân tố 1 đủ bền

* Kiểm tra bền cho phân tố 2 (phân tố nằm tại vị trí đường trung hòa trên mặt cắt B)

Ứng suất tiếp lớn nhất: $\tau_{max} = \frac{|Q_y|_{max}.S_x}{J_x.\ b}$

Với $S_x = b.b.\frac{b}{2} = \frac{b^3}{2}$ $\qquad J_x = \frac{b.(2b)^3}{12} = \frac{2b^4}{3}$

$\tau_{max} = \frac{5P}{8}.\frac{b^3}{2.\frac{2b^4}{3}.b} = \frac{15P}{32b^2}$

Thay số $\tau_{max} = \frac{15.85}{32.10^2} = 0{,}398\ \frac{KN}{cm^2}$

Theo thuyết bền 3: $[\tau] = \frac{[\sigma]}{2} = \frac{12}{2} = 6\ \frac{KN}{cm^2}$

$\tau_{max} < [\tau]$. Phân tố 2 đủ bền

* Kiểm tra bền cho phân tố 3 (phân tố ở vị trí có $y = \frac{h}{4} = \frac{2b}{4} = \frac{b}{2}$

- ứng suất pháp: $\sigma_z = \frac{M_x}{J_x}.y = \frac{5Pa}{\frac{8.2b^4}{3}}.\frac{b}{2} = \frac{15Pa}{32b^3}$

Thay số: $\sigma_z = \frac{15.85.100}{32.10^3} = 3{,}98\ \frac{KN}{cm^2}$

- Ứng suất tiếp: $\tau_{zy} = \frac{|Q_y|\ .S_x^c}{J_x.\ b_c}$

$$S_x^c = b.\frac{b}{2}.\frac{3b}{4} = \frac{3b^3}{8} \qquad b_c = b$$

Suy ra $\tau_{zy} = \dfrac{5P \cdot \frac{3b^3}{8}}{8 \cdot \frac{2b^4}{3} \cdot b} = \dfrac{45P}{128b^2} = \dfrac{45.85}{128.10^2} = 0,3\ \dfrac{KN}{cm^2}$

- Theo thuyết bền 3:

Ứng suất tính toán $\sigma_{t3} = \sqrt{\sigma_z^2 + 4\tau_{zy}^2} = \sqrt{3,89^2 + 4.0,3^2} = 3,94\ \dfrac{KN}{cm^2}$

$\sigma_{t3} < [\sigma] = 12KN/cm^2$, vậy phân tố 3 đủ bền

Bài 6.3:

Cho dầm chịu lực như hình 6.12a. Biết a = 1,2m, $[\sigma] = 16KN/cm^2$

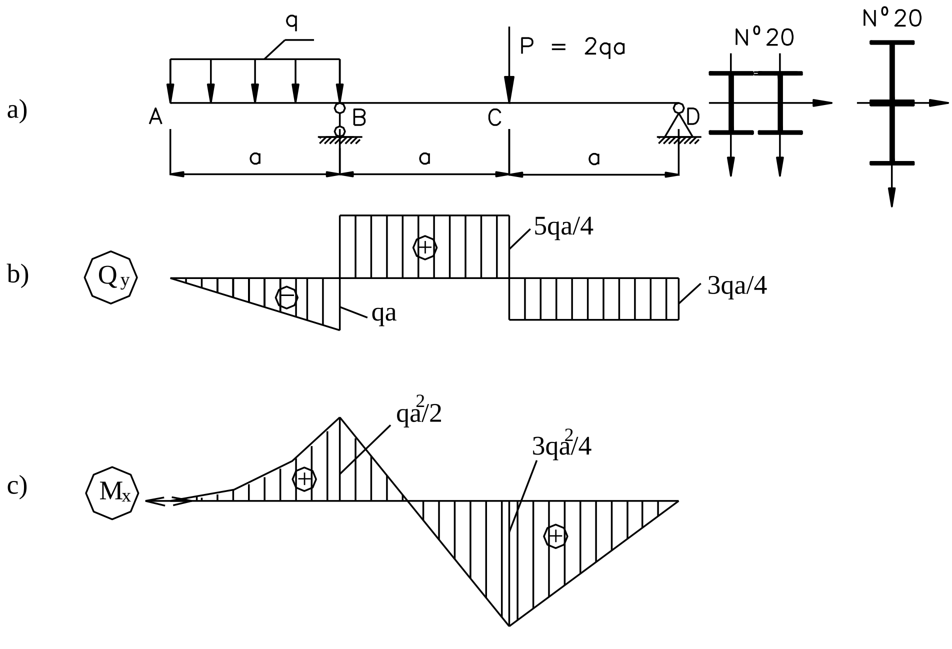
- Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm

- Xác định tải trọng cho phép tác dụng lên dầm trong hai trường hợp:

a- Hai dầm chữ I số hiệu 20 đặt song song

b- Hai dầm chữ I số hiệu 20 đặt chồng lên nhau và hàn liền

(Khi tính toán cho phép bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt)



Hình 6.12

* Biểu đồ lực cắt và mô men uốn như hình 5.12b, c

* Theo biểu đồ ta thấy mặt cắt ngang nguy hiểm trên dầm là C

Có: $|M_x|_{max} = \frac{3qa^2}{4}$

Điểm nguy hiểm nằm ở mép trên và mép dưới của dầm

Ứng suất pháp lớn nhất trên mặt cắt C

$\max|\sigma_z| = \frac{|Mx|_{max}}{W_x} = \frac{3qa^2}{4W_x}$

* Từ điều kiện bền của dầm:

$\max|\sigma_z| = \frac{|Mx|_{max}}{W_x} = \frac{3qa^2}{4W_x} \leq [\sigma]$

suy ra: $q \leq \frac{4W_x.[\sigma]}{3a^2} \rightarrow [q] = \frac{4W_x.[\sigma]}{3a^2}$

a- Hai dầm chữ I số hiệu 20 đặt song song

$W_x = \frac{J_x}{y_{max}} = \frac{2J_{x1}}{y_{max}} = 2W_{x1} = 2W_{xtb} = 2.181 = 362\ cm^3$

Vậy $[q] = \frac{4.362.16}{3.120^2} = 0{,}175\ \frac{KN}{cm}$

b- Hai dầm chữ I số hiệu 20 đặt chồng lên nhau và hàn liền

$J_x = 2\left(J_{x1} + \left(\frac{h}{2}\right)^2.F_1\right) = 2(1810 + (10)^2.26{,}4) = 8900\ cm^4$

$y_{max} = h = 20cm$

$W_x = \frac{J_x}{y_{max}} = \frac{8900}{20} = 445\ cm^3$

Vậy $[q] = \frac{4.445.16}{3.120^2} = 0{,}659\ \frac{KN}{cm}$

Vậy $[q] = \frac{4.362.16}{3.120^2} = 0{,}175\ \frac{KN}{cm}$

Bài 6.4:

Cho dầm chịu lực như hình 5.13a. Biết a = 1m, $[\sigma] = 16KN/cm^2$

- Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm

- Xác định giá trị của tải trọng cho phép tác dụng lên dầm

Giải:

* Biểu đồ lực cắt Q_y và mô men uốn M_x được vẽ như hình 5.13b, c

* Dựa vào biểu đồ nội lực của dầm ta xác định được các mặt cắt nguy hiểm sau:

- Mặt cắt C có $|M_x|_{max} = qa^2$

- Mặt cắt B có $|Q_y|_{max} = qa$

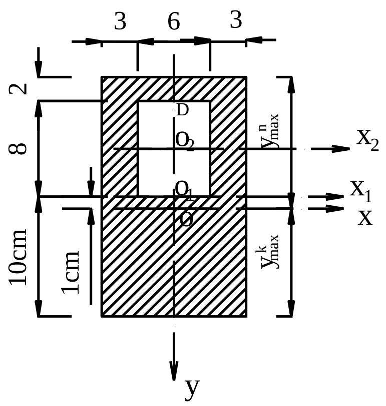
- Mặt cắt C có $|M_x| = qa^2$ và $|Q_y| = 3qa/4$ cùng lớn

* Xác định đặc trưng hình học của mặt cắt ngang

- Chia mặt cắt thành hai hình chữ nhật

(1): 12 x 20 cm

(2): 6 x 8 cm

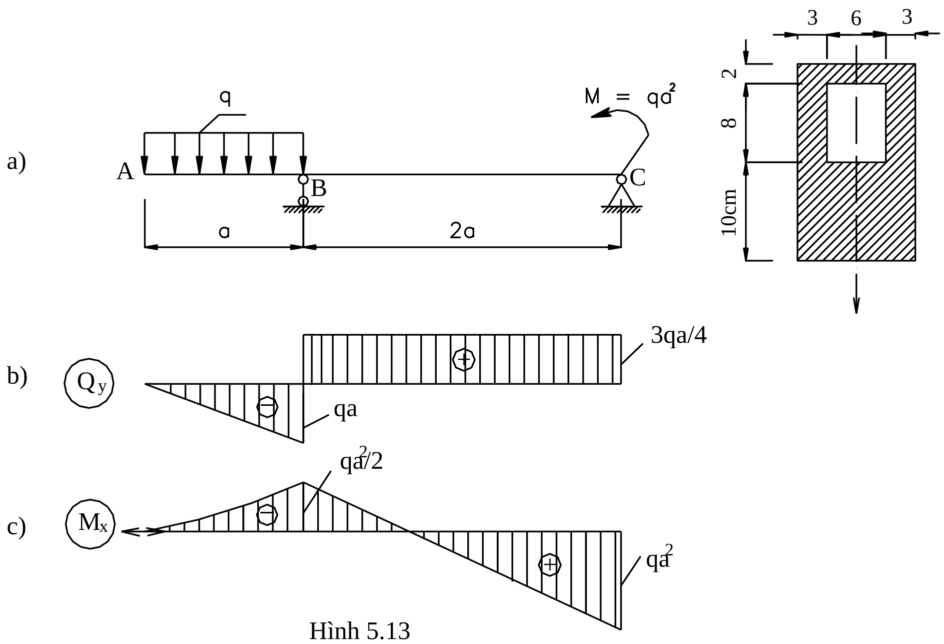


- Chọn hệ trục tọa độ ban đầu là $o_1x_1y_1$

- Tọa độ trọng tâm o của mặt cắt ghép là

$$y_o = \frac{y_1.F_1 - y_2.F_2}{F_1 - F_2} = \frac{0.12.20-(-4).6.8}{12.20-6.8} = 1cm$$

- Hệ trục quán tính chính trung tâm của mặt cắt là oxy



Hình 5.13

- Mô men quán tính chính trung tâm của mặt cắt

$J_x = J_x^{(1)} - J_x^{(2)} = \left(\frac{12.20^3}{12} + 1^2.12.20\right) - \left[\frac{6.8^3}{12} + 5^2.6.8\right] = 6748\ cm^4$

- Mô men tĩnh của một nửa mặt cắt

$S_x = 4{,}5.9.12 = 486\ cm^3$

* Xác định sơ bộ giá trị tải trọng cho phép theo điều kiện bền của phân tố 1 (là phân tố ở trạng thái ứng suất đơn, cách xa trục x nhất trên mặt cắt C

Ứng suất pháp lớn nhất:

$$\sigma_{zmax}^k = \frac{|M_x|_{max}}{J_x}|y_{max}^k|$$

$$|\sigma_{zmax}^n| = \frac{|M_x|_{max}}{J_x}|y_{max}^n|$$

Vì $|y_{max}^k| = 9cm < |y_{max}^n| = 11cm$ nên $\max|\sigma_z| = |\sigma_{zmax}^n|$

Từ điều kiện bền của phân tố 1:

$\max|\sigma_z| \le [\sigma] \rightarrow \frac{qa^2}{J_x}|y_{max}^n| \le [\sigma] \rightarrow q \le \frac{[\sigma].J_x}{a^2.|y_{max}^n|} = \frac{16.6748}{100^2.11} = 0{,}98\ \frac{KN}{cm}$

suy ra $[q] = 0{,}98\ \frac{KN}{cm}$

* Kiểm tra bền cho phân tố 2 (là phân tố tại vị trí trục trung hòa ox ở trạng thái ứng suất trượt thuần túy, trên mặt cắt B)

Theo thuyết bền 3: $[\tau] = \frac{[\sigma]}{2} = 8\ \frac{KN}{cm^2}$

Ứng suất tiếp lớn nhất: $\tau_{max} = \frac{|Q_y|_{max}.S_x}{J_x.b_c} = \frac{0{,}98.100.486}{6748.12} = 0{,}588\ \frac{KN}{cm^2}$

Suy ra $\tau_{max} < [\tau]$

Vậy phân tố 2 đủ bền

* Kiểm tra bền cho phân tố 3 (phân tố tại điểm D trên mặt cắt C ở trạng thái ứng suất phẳng đặc biệt) có:

$M_x| = qa^2 = 0{,}98.100^2 = 9800KN.cm$

$|Q_y| = 3qa/4 = 3.0{,}98.100/4 = 73{,}5KN$

Điểm đặc biệt D có: $|y_D| = 9cm$, $b_c = 6cm$, $S_x^c = 10.12.2 = 240cm^3$

- Ứng suất pháp: $\sigma_z^D = \frac{|M_x|}{J_x}.y_D = \frac{9800}{6748}.9 = 13{,}07\ \frac{KN}{cm^2}$

- Ứng suất tiếp: $\tau_{zy}^{D} = \frac{|Q_y|S_x^c}{J_x.b_c} = \frac{73{,}5.240}{6748.6} = 0{,}43\,\frac{KN}{cm^2}$

Theo thuyết bền 3: $\sigma_{t3} = \sqrt{\sigma_z^2 + 4\tau_{zy}^2} = \sqrt{13{,}07^2 + 4.\,0{,}43^2} = 13{,}1\,\frac{KN}{cm^2}$

Vậy phân tố 3 đủ bền

Kết luận: Tải trọng cho phép tác dụng lên dầm [q] = 0,98 $\frac{KN}{cm^2}$

Bài 6.5:

Cho dầm chịu lực như hình 6.14a.

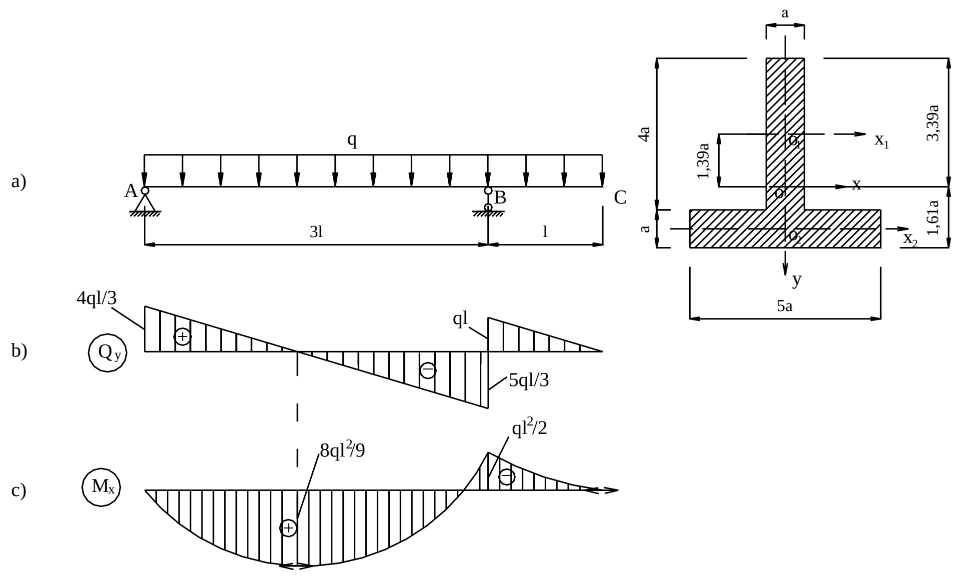
Xác định kích thước a của mặt cắt ngang dầm cho hai trường hợp

- Vật liệu dầm là vật liệu dẻo có [σ] = 17,5 $\frac{KN}{cm^2}$

- Vật liệu dầm là vật liệu giòn có $[\sigma]_k = 3\,\frac{KN}{cm^2}$, $[\sigma]_n = 9\,\frac{KN}{cm^2}$

Biết q = 0,1 KN/cm , l = 1m

(Tính toán cho phép bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt)



Hình 6.14

Giải:

* Biểu đồ lực cắt Q_y và mô men uốn M_x được vẽ như hình .14b, c

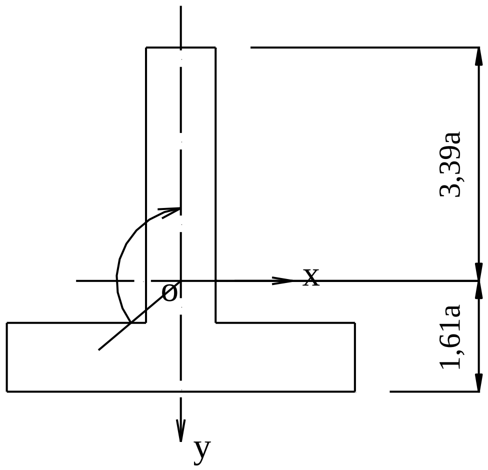
a- Vật liệu dầm là vật liệu dẻo có [σ] = 17,5 $\frac{KN}{cm^2}$

* Dựa vào biểu đồ nội lực của dầm ta xác định được mặt cắt nguy hiểm là

Mặt cắt D có $|M_x|_{max} = 8ql^2/9$

* Xác định đặc trưng hình học của mặt cắt ngang

- Chia mặt cắt thành hai hình chữ nhật



m−c D

(1): a x 4a

(2): 5a x a

- Chọn hệ trục tọa độ ban đầu là $o_1x_1y_1$

- Tọa độ trọng tâm o của mặt cắt ghép là

$y_o = \frac{y_1.F_1 - y_2.F_2}{F_1 - F_2} = \frac{0.a\,.4\,a + 2{,}5a.5a.a}{a.4a + 5a.a} = 1{,}39a$

- Hệ trục quán tính chính trung tâm của mặt cắt là oxy

- Mô men quán tính chính trung tâm của mặt cắt:

$J_x = J_x^{(1)} + J_x^{(2)} = \left(\frac{a.(4a)^3}{12} + (1.39a)^2.4a^2\right) + \left[\frac{5a.a^3}{12} + (1{,}11a)^2.5a^2\right]$

$J_x = 19{,}64a^4$

Ứng suất pháp lớn nhất:

$\sigma_{zmax}^k = \frac{|M_x|_{max}}{J_x}|y_{max}^k|$

$|\sigma_{zmax}^n| = \frac{|M_x|_{max}}{J_x}|y_{max}^n|$

Vì $|y_{max}^k| = 1{,}61a < |y_{max}^n| = 3{,}39a$

Suy ra max$|\sigma_z|$ = $|\sigma_{zmax}^n| = \frac{8ql^2}{9.\ 19,64a^4}.3,39a$

* Từ điều kiện bền của vật liệu dẻo:

max$|\sigma_z| \leq [\sigma] \rightarrow \frac{8ql^2}{9.\ 19,64a^4}.3,39a \leq [\sigma]$

Thay số rút ra: $a \geq 2,06$ cm

Chọn a = 2,06 cm

b- Vật liệu dầm là vật liệu giòn có $[\sigma]_k = 3\,\frac{KN}{cm^2}$, $[\sigma]_n = 9\,\frac{KN}{cm^2}$

Từ biểu đồ M_x nhận thấy mặt cắt nguy hiểm là D có $M_x = 8ql^2/9$ và mặt cắt B có $M_x = -ql^2/2$

Trên mặt cắt D

Ứng suất pháp lớn nhất:

$$\sigma_{zmax}^k = \frac{|M_x|_{max}}{J_x}|y_{max}^k| = \frac{8ql^2}{9.\ 19,64a^4}.1,61a = \frac{0,073ql^2}{a^3}$$

$$|\sigma_{zmax}^n| = \frac{|M_x|_{max}}{J_x}|y_{max}^n| = \frac{8ql^2}{9.\ 19,64a^4}.3,39a = \frac{0,153ql^2}{a^3}$$

Trên mặt cắt B

Ứng suất pháp lớn nhất:

$$\sigma_{zmax}^k = \frac{|M_x|_{max}}{J_x}|y_{max}^k| = \frac{ql^2}{2.\ 19,64a^4}.3,39a = \frac{0,086ql^2}{a^3}$$

$$|\sigma_{zmax}^n| = \frac{|M_x|_{max}}{J_x}|y_{max}^n| = \frac{ql^2}{2.\ 19,64a^4}.1,61a = \frac{0,041ql^2}{a^3}$$

So sánh các giá trị ứng suất lớn nhất thấy rằng:

Mặt cắt D chứa điểm có ứng suất nén lớn nhất $\sigma_{zmax}^n = \frac{0,153ql^2}{a^3}$

Mặt cắt B chứa điểm có ứng suất kéo lớn nhất $\sigma_{zmax}^k = \frac{0,086ql^2}{a^3}$

Từ điều kiện bền của vật liệu giòn: $\begin{cases} \sigma_{zmax}^k = \frac{0,086ql^2}{a^3} \leq [\sigma]_k = 3\,\frac{KN}{cm^2} \\ |\sigma_{zmax}^n| = \frac{0,153ql^2}{a^3} \leq [\sigma]_n = 9\,\frac{KN}{cm^2} \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a \geq 3,1\ cm \\ a \geq 2,57\ cm \end{cases}$$

Chọn a = 3,1 cm

Bài 6.6:

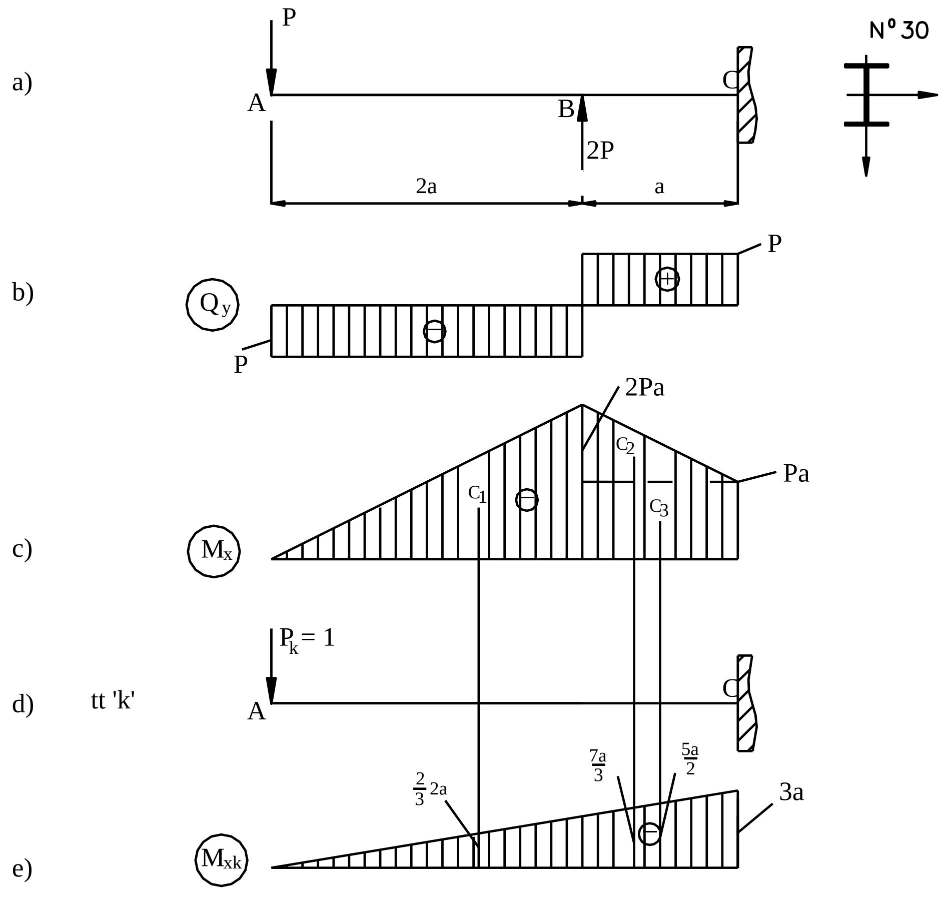
Cho dầm chịu lực như hình 6.15a.

- Xác định tải trọng cho phép tác dụng lên dầm.

- Tính độ võng tại A với tải trọng cho phép.

Biết: a = 0,8m; [σ] = 15KN/cm^2; E = 2.10^5 MN/m^2.

(Tính toán bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt).



Hình 6.15

* Biểu đồ lực cắt Q_y và mô men uốn M_x được vẽ như hình 6.15b, c

* Dựa vào biểu đồ nội lực của dầm ta xác định được mặt cắt nguy hiểm là

Mặt cắt B có $|M_x|_{max} = 2Pa$

Điểm nguy hiểm nằm ở mép trên và mép dưới của dầm

* Ứng suất pháp lớn nhất trên mặt cắt C

$\max|\sigma_z| = \frac{|Mx|_{max}}{W_x} = \frac{2Pa}{W_x}$

* Từ điều kiện bền của dầm:

$\max|\sigma_z| = \frac{|Mx|_{max}}{W_x} = \frac{2Pa}{W_x} \leq [\sigma]$

suy ra: $P \leq \frac{W_x.[\sigma]}{2a} \rightarrow [P] = \frac{W_x.[\sigma]}{2a}$

Tra bảng với mặt cắt I N^0 30 có $W_x = 472\ cm^3$ $J_x = 7080\ cm^4$

Thay số: $[P] = \frac{472.15}{2.80} = 44,25\ KN$

* Tạo trạng thái 'k' cho dầm bằng cách bỏ hết tải trọng tác dụng lên dầm, đặt tại mặt cắt A lực tập trung $P_k = 1$ (hình 6.15d)

* Vẽ biểu đồ mô men uốn M_{xk} cho dầm (hình 6.15e)

* Nhân biểu đồ:

Độ võng tại A: $y_A = \frac{1}{EJ_x}\left(\frac{1}{2}2Pa.2a.\frac{2}{3}.2a + \frac{1}{2}Pa.a.\frac{7a}{3} + Pa.a.\frac{5a}{2}\right) = \frac{19Pa^3}{3EJ_x}$

$$y_A = \frac{19.\ 44,25.80^3}{3.\ 2.10^4.\ 7080} = 1,01\ cm$$

Bài 6.7:

Cho dầm chịu lực như hình 6.16a.

- Xác định kích thước mặt cắt ngang dầm
- Tính góc xoay của mặt cắt C

Biết: $q = 25KN/m$, $a = 1m$, $[\sigma] = 12KN/cm^2$, $E = 2.10^4\ KN/cm^2$

(Tính toán bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt)

Giải:

* Biểu đồ lực cắt Q_y và mô men uốn M_x được vẽ như hình 5.16b, c

* Dựa vào biểu đồ nội lực của dầm ta xác định được mặt cắt nguy hiểm là

Mặt cắt A có $|M_x|_{max} = qa^2$

Điểm nguy hiểm nằm ở mép trên và mép dưới của dầm

* Ứng suất pháp lớn nhất trên mặt cắt A

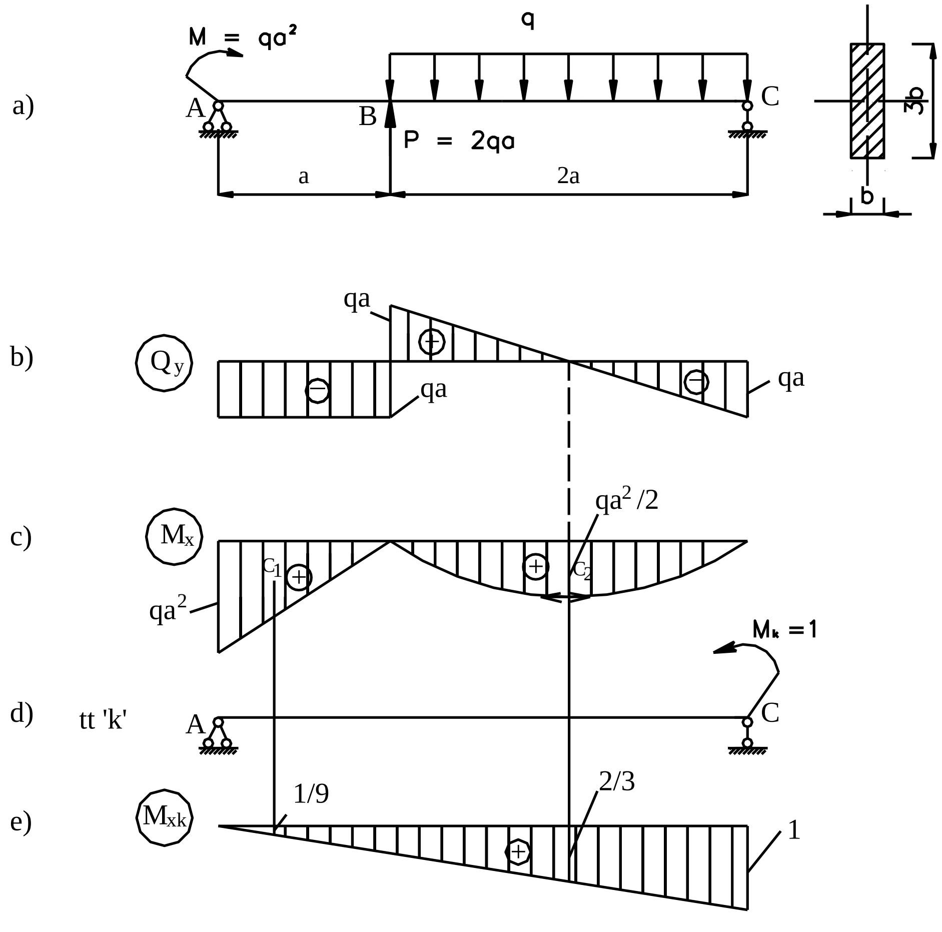
$$\max|\sigma_z| = \frac{|Mx|_{max}}{W_x} = \frac{qa^2}{\frac{b.(3b)^2}{6}} = \frac{2qa^2}{3b^3}$$

* Từ điều kiện bền của dầm:

$$\max|\sigma_z| = \frac{|Mx|_{max}}{W_x} = \frac{2qa^2}{3b^3} \leq [\sigma]$$

suy ra: $b^3 \geq \frac{2qa^2}{3.[\sigma]} \rightarrow b^3 \geq \frac{2.0{,}25.100^2}{3.12}$

$$b \geq \sqrt[3]{\frac{2.0{,}25.100^2}{3.12}} \Longrightarrow b \geq 5{,}18\ cm$$



Hình 6.16

Chọn b = 5,18 cm

* Tạo trạng thái ‘k’ cho dầm bằng cách bỏ hết tải trọng tác dụng lên dầm, đặt tại mặt cắt C một mô men tập trung M_k = 1 (hình 6.16d)

* Vẽ biểu đồ mô men uốn M_{xk} cho dầm (hình .16e)

* Nhân biểu đồ:

Góc xoay tại C:

$$\varphi_C = \frac{1}{EJ_x}\left(\frac{1}{2}qa^2.a.\frac{1}{9} + \frac{2}{3}.\frac{qa^2}{2}.2a.\frac{2}{3}\right) = \frac{qa^3}{2EJ_x}$$

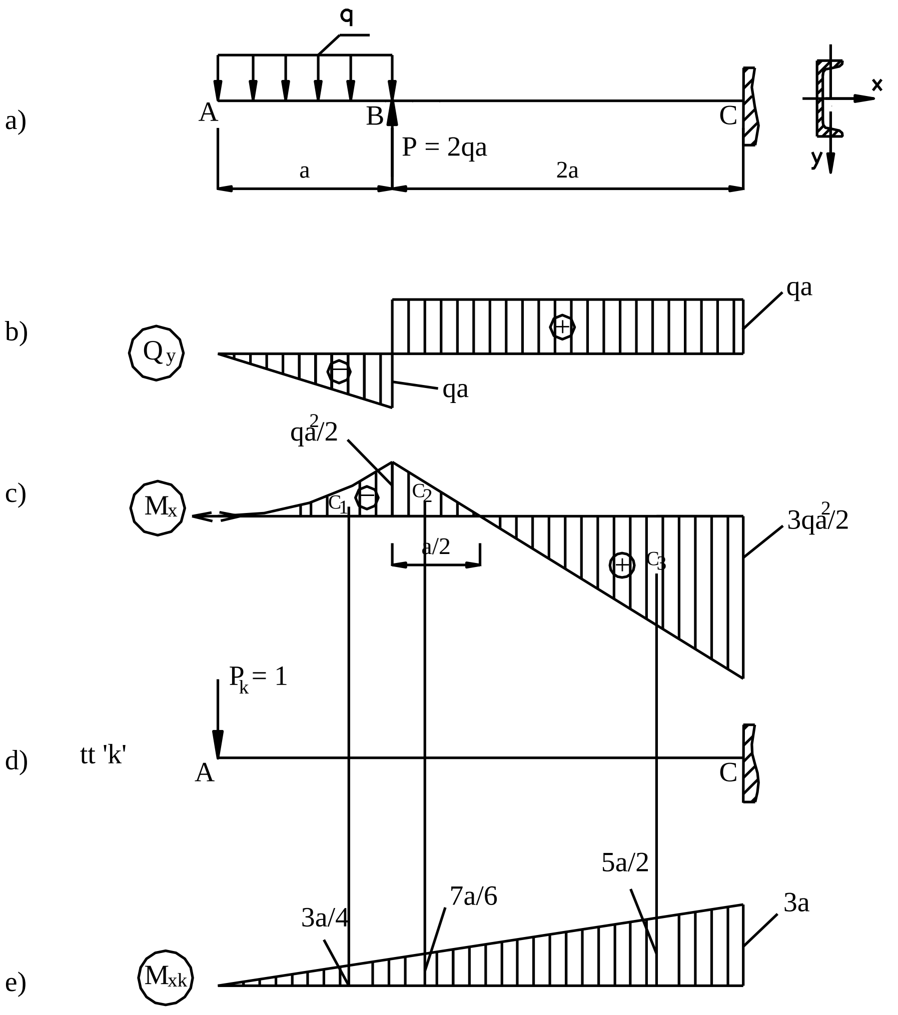
$$\varphi_C = \frac{qa^3}{2E\frac{b.(3b)^3}{12}} = \frac{2qa^3}{9b^4} = \frac{2.0,25.100^3}{9.(5,18)^4} = 0,77\ rad$$

Bài 6.8:

Cho dầm chịu lực như hình 6.17a.

Xác định số hiệu mặt cắt ngang dầm

Biết: q = 25KN/m; a = 0,8 m; [σ] = 150MN/m^2; [f_A] = 0,2cm; E = 2.10^5 MN/m^2



Hình 6.17

* Biểu đồ lực cắt Q_y và mô men uốn M_x được vẽ như hình 6.17b, c

* Dựa vào biểu đồ nội lực của dầm ta xác định được mặt cắt nguy hiểm là

Mặt cắt C có $|M_x|_{max} = 3qa^2/2$

Điểm nguy hiểm nằm ở mép trên và mép dưới của dầm

* Ứng suất pháp lớn nhất trên mặt cắt C

$\max|\sigma_z| = \frac{|Mx|_{max}}{W_x} = \frac{3qa^2}{2.W_x}$

* Từ điều kiện bền của dầm:

$\max|\sigma_z| = \frac{|Mx|_{max}}{W_x} = \frac{3qa^2}{2.W_x} \leq [\sigma]$

$$\Rightarrow W_x \geq \frac{3qa^2}{2.[\sigma]} = \frac{3.0{,}25.80^2}{2.15} = 160cm^3$$

Tra bảng thép chữ [chọn mặt cắt [N^0 20a có W_x = 166 cm^3

* * Tạo trạng thái 'k' cho dầm bằng cách bỏ hết tải trọng tác dụng lên dầm, đặt tại mặt cắt A một lực tập trung P_k = 1 (hình 6.17d)

* Vẽ biểu đồ mô men uốn M_{xk} cho dầm (hình 6.17e)

* Nhân biểu đồ:

Độ võng tại A:

$y_A = \frac{1}{EJ_x}\left(\frac{1}{2}\frac{qa^2}{2}.a.\frac{3a}{4} + \frac{1}{2}.\frac{qa^2}{2}.\frac{a}{2}.\frac{7a}{6} - \frac{1}{2}.\frac{3qa^2}{2}.\frac{3a}{2}.\frac{5a}{2}\right) = \frac{-61qa^4}{24EJ_x}$

* Từ điều kiện cứng:

$|y_A| \leq [f_A] \Rightarrow \frac{61qa^4}{24EJ_x} \leq [f_A]$

$$\Rightarrow J_x \geq \frac{61qa^4}{24E[f]_A} = \frac{61.0{,}25.80^4}{24.2.10^4.0{,}2} = 6506{,}67\ cm^4$$

Tra bảng thép chữ [chọn mặt cắt [N^0 33 có J_x = 7980 cm^4

Vậy mặt cắt ngang dầm là [N^0 33

Bài 6.9:

Dầm congxon dài l = 0,5m bằng gang có mặt cắt ngang tam giác (b = 0,6h)

Biết: P = 1 KN, $\sigma_b^k = 25\ \frac{KN}{cm^2}$, $\sigma_b^n = 100\ \frac{KN}{cm^2}$, n = 5

Hỏi nên đặt mặt cắt đáy hướng lên trên hay xuống dưới?

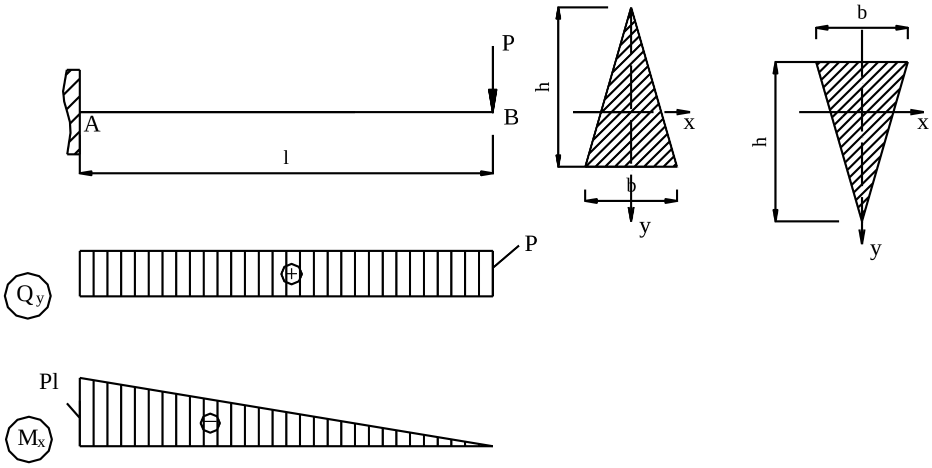
Xác định kích thước mặt cắt?

Giải:

* Biểu đồ lực cắt Q_y và mô men uốn M_x được vẽ như hình 6.18

* Dựa vào biểu đồ nội lực của dầm ta xác định được mặt cắt nguy hiểm là

Mặt cắt A có $|M_x|_{max}$ = Pl



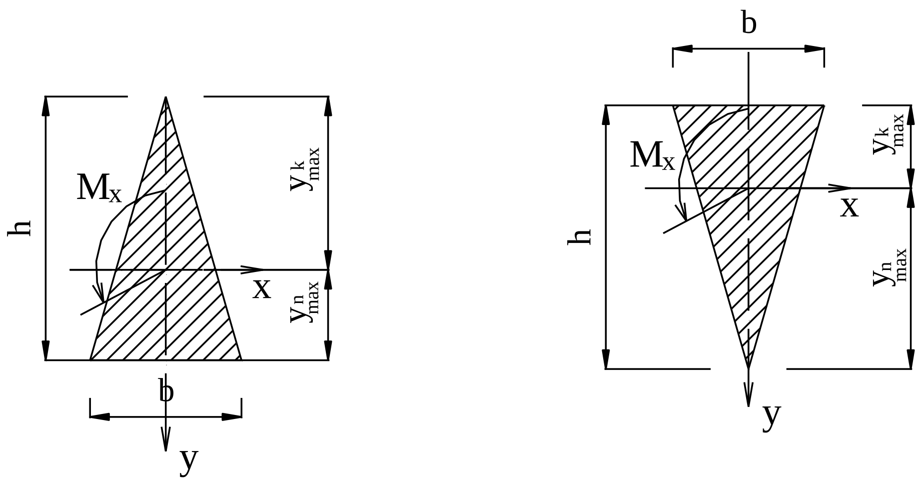
Hình 6.18

* Ứng suất lớn nhất trên dầm

$$\sigma_{zmax}^{k} = \frac{|M_x|_{max}}{J_x}|y_{max}^{k}|$$

$$|\sigma_{zmax}^{n}| = \frac{|M_x|_{max}}{J_x}|y_{max}^{n}|$$

$$|M_x|_{max} = Pl; \qquad J_x = \frac{b.h^3}{36}$$



- Nếu đặt đáy tam giác quay xuống dưới: $|y_{max}^{k}| = \frac{2h}{3}$; : $|y_{max}^{n}| = \frac{h}{3}$

$\Rightarrow |y_{max}^{k}| > |y_{max}^{n}|$

$\Rightarrow \sigma_{zmax}^{k} > |\sigma_{zmax}^{n}|$

- Nếu đặt đáy tam giác quay lên trên: $|y_{max}^{k}| = \frac{h}{3}$; : $|y_{max}^{n}| = \frac{2h}{3}$

$\Rightarrow |y_{max}^{k}| < |y_{max}^{n}|$

$\Rightarrow \sigma_{zmax}^{k} < |\sigma_{zmax}^{n}|$

Vật liệu dầm là gang, là vật liệu giòn có khả năng chịu nén tốt hơn chịu kéo nên mặt cắt ngang dầm phải được bố trí sao cho $\sigma_{zmax}^{k} < |\sigma_{zmax}^{n}|$

Vậy phải đặt đáy tam giác quay lên trên

$$\sigma_{zmax}^{k} = \frac{Pl}{\frac{bh^3}{36}}.\frac{h}{3} = \frac{12Pl}{bh^2} = \frac{12Pl}{0,6h.h^2} = \frac{20Pl}{h^3}$$

$$|\sigma_{zmax}^{k}| = \frac{Pl}{\frac{bh^3}{36}}.\frac{2h}{3} = \frac{24Pl}{bh^2} = \frac{24Pl}{0,6h.h^2} = \frac{40Pl}{h^3}$$

* Từ điều kiện bền của dầm

$$\begin{cases} \sigma_{zmax}^{k} \le [\sigma]_k \\ \sigma_{zmax}^{k} \le [\sigma]_n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{20Pl}{h^3} \le [\sigma]_k \\ \frac{40Pl}{h^3} \le [\sigma]_n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h \ge \sqrt[3]{\frac{20Pl}{[\sigma]_k}} \\ h \ge \sqrt[3]{\frac{40Pl}{[\sigma]_n}} \end{cases}$$

$[\sigma]_k = \frac{\sigma_b^k}{n} = \frac{25}{5} = 5\,\frac{KN}{cm^2}$

$[\sigma]_n = \frac{\sigma_b^n}{n} = \frac{100}{5} = 20\,\frac{KN}{cm^2}$

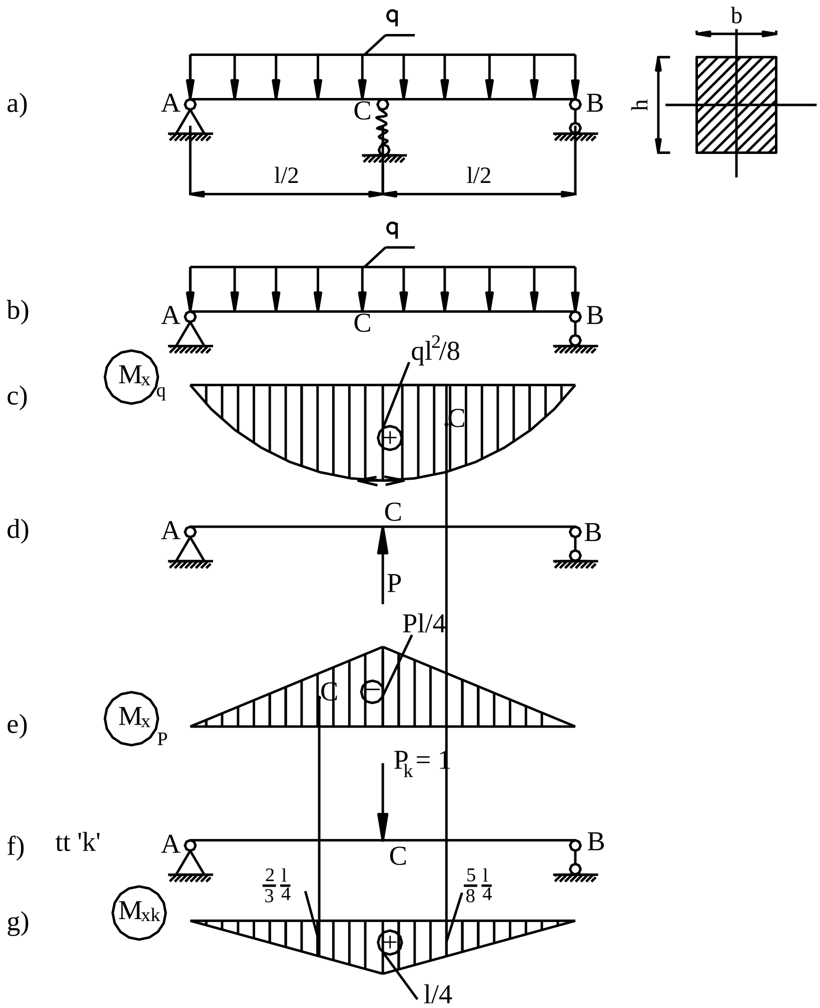
Thay số: $\begin{cases} h \ge \sqrt[3]{\frac{20.1.50}{5}} \\ h \ge \sqrt[3]{\frac{40.1.50}{20}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h \ge 5,85\ cm \\ h \ge 4,64\ cm \end{cases}$

Chọn h = 5,58 cm; b =3,35 cm

Bài 6.10:

Một dầm dài l = 2m bằng gỗ có mặt cắt ngang chữ nhật (5 x 6 cm) và

$E = 1,2.10^6$ N/cm^2. Hai gối A và B là gối cứng. Gối tựa C là gối lò xo. Xác định độ cứng c của lò xo để sao cho khi dầm chịu tải trọng phân bố đều q, mô men uốn tại C bằng 0 (Hình 6.19a)



Hình 6.19

- Đây là bài toán siêu tĩnh
- Giải phóng liên kết gối lò xo tại C thay bằng lực P (như hình 6.19d)
- Biểu đồ mô men uốn do q và P gây ra như hình 6.19c và 6.19e

Để mô men uốn tại C bằng 0

$\Longrightarrow \dfrac{ql^2}{8} = \dfrac{Pl}{4}$

$\Longrightarrow P = \dfrac{ql}{2}$

- Tạo trạng thái k cho dầm bằng cách bỏ hết tải trọng, đặt tại C một lực tập trung $P_k = 1$ đơn vị

- Vẽ biểu đồ mô men uốn M_{xk} cho dầm (hình 6.19g)

Nhân biểu đồ được độ võng tại C:

$y_C = y_C^q + y_C^P$

$$y_C^q = \frac{1}{EJ_x}\left(\frac{2}{3}.\frac{ql^2}{8}.\frac{l}{2}.\frac{5}{8}\frac{l}{4}\right).2 = \frac{5ql^4}{384EJ_x}$$

$$y_C^P = \frac{1}{EJ_x}\left(-\frac{1}{2}.\frac{Pl}{4}.\frac{l}{2}.\frac{2}{3}\frac{l}{4}\right).2 = -\frac{Pl^3}{48EJ_x} = -\frac{ql^4}{96EJ_x}$$

$y_C = \frac{5ql^4}{384EJ_x} - \frac{ql^4}{96EJ_x} = \frac{ql^4}{384EJ_x}$

Độ cứng của lò xo: $c = \frac{P}{y_C} = \frac{ql}{2.\frac{ql^4}{384EJ_x}} = \frac{192EJ_x}{l^3}$

Mặt cắt chữ nhật có $J_x = \frac{5.6^3}{12} = 90cm^3$

$E = 1,2.10^3$ KN/cm^2

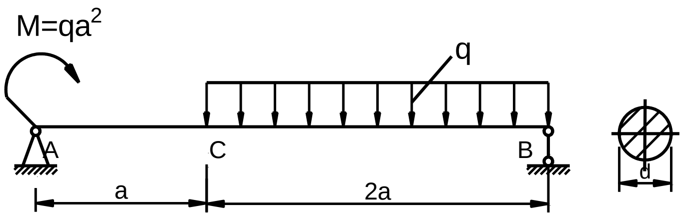
l = 200cm

Thay số: $c = \frac{192.1,2.10^3.90}{200^3} = 2,592\ \frac{KN}{cm}$

6.3. BÀI TẬP TỰ GIẢI

Bài 6.10:

Xác định tải trọng cho phép cho dầm sau biết: $[\sigma]$ = 160 MN/m^2; a = 1m; d = 6cm

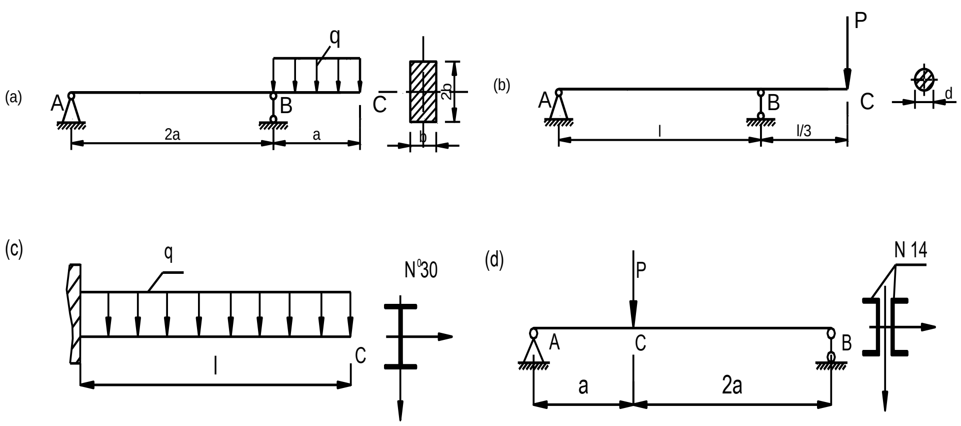


Bài 6.11:

Xác định độ võng tại C, góc xoay tại A cho các dầm chịu lực như hình vẽ.

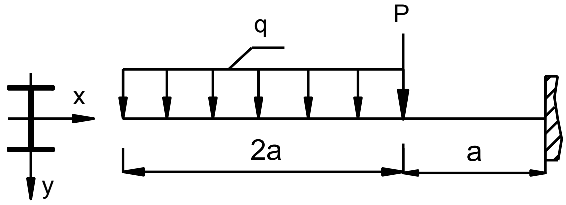
Biết: P = 40 KN; l = 2,4 m; a = 1m; b = 10 cm; E = 2.10^5 MN/m^2; d = 6 cm;

M= 20 KNm; q = 20 KN/m



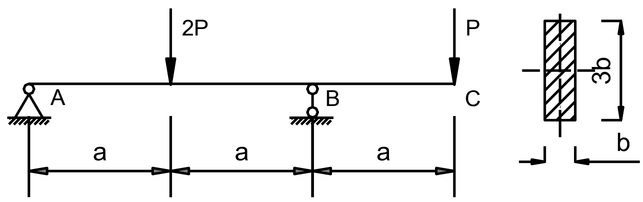
Bài 6.12:

Chọn số hiệu thép chữ I cho dầm biết: P = 2qa; q = 40 KN/m; a = 1m; [σ] = 150 MN/m^2; $\left[\frac{f}{l}\right] = \frac{1}{300}$; [φ] = 2,4^0; E = 2.10^5 MN/m^2



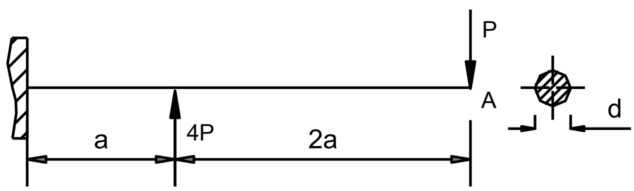
Bài 6.13:

Xác định tải trọng cho phép biết: [σ] = 150 MN/m^2; b = 6 cm; a =1m; [f_c] = 0,8 cm; [$φ_A$] = 2,4^o; E = 2.10^4 KN/cm^2, a= 1m



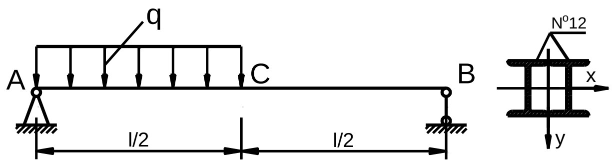
Bài 6.14:

Xác định dường kính của thanh biết : P = 60 KN; a = 1,5 m; [σ] = 150 MN/m^2; [f_A] = 1,2 cm; E = 2.10^{11} N/m^2



Bài 6.15:

Kiểm tra bền cho dầm biết:
q = 20 KN/m; l = 4m; [σ] = 150 MN/m^2
E = 2.10^5 MN/m^2
-Tính độ võng tại m/c C , góc xoay tại B



Bài 6.16:

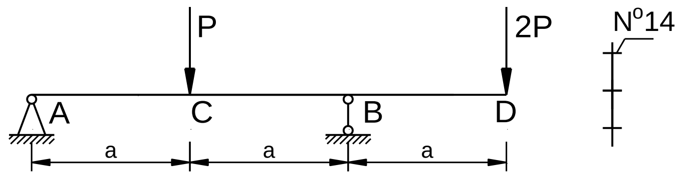
Dầm mặt cắt ngang gồm hai thép chữ I ghép chồng sát lên nhau, chịu lực như hình vẽ.

- Kiểm tra bền cho dầm biết.

P = 40 KN ; a = 1,5 m;

[σ] = 160 MN/m^2; E = 2.10^4 KN/cm^2

- Tính độ võng tại mặt cắt C, góc xoay tại B



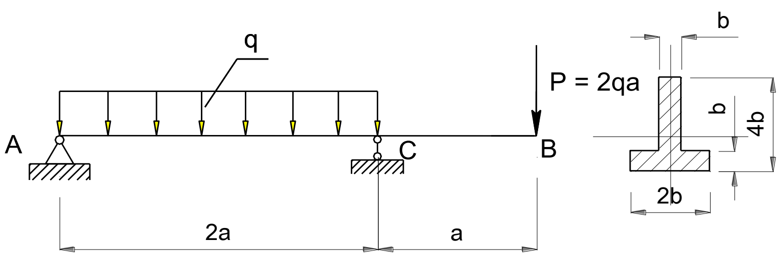
Bài 6.17:

Cho dầm thép chịu lực như hình vẽ:

- Hãy xác đinh tải trọng cho phép tác dụng lên dầm biết.

b = 4 cm, a = 1,5 m, [σ] = 160 MN/m^2, E = 2.10^5 MN/m^2.

- Với tải trọng cho phép, tính độ võng tại B, goc xoay tại A



MỤC LỤC

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Nguyễn Bá Đường (Chủ biên) và các tác giả – *Sức bền vật liệu*. Nhà xuất bản Xây dựng 2002.
2. Bùi Trọng Lựu, Nguyễn Văn Vượng – *Bài tập sức bền vật liệu*. Nhà xuất bản Giáo dục 1999.
3. Thái Thế Hùng (Chủ biên), Đặng Việt Cương và các tác giả – *Bài tập sức bền vật liệu*. Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật. Hà Nội 2005.
4. Vũ Đình Lai (Chủ biên) và các tác giả – *Bài tập sức bền vật liệu*. Nhà xuất bản Đại học và Trung học chuyên nghiệp. Hà Nội 1976.
5. Hội cơ học việt Nam và các tác giả - *20 năm Olympic cơ học toàn quốc (1989 – 2008) Sức bền vật liệu*. Nhà xuất bản Xây dựng.