

MỤC LỤC

STT	NỘI DUNG	TRANG
1	Chương 1: Những khái niệm mở đầu	6
2	1.1. Nhiệm vụ và đối tượng của môn học	6
3	1.2. Phạm vi nghiên cứu của môn học	7
4	1.3. Các giả thuyết và khái niệm cơ bản	8
5	1.4. Ngoại lực	9
6	1.5. Nội lực - Biểu đồ nội lực	11
7	1.6. Ứng suất	19
8	Chương 2: Kéo (nén) đúng tâm thanh thẳng	25
9	2.1. Khái niệm	25
10	2.2. Ứng suất trên mặt cắt ngang	25
11	2.3. Biến dạng và chuyển vị của mặt cắt ngang	27
12	2.4. Đặc trưng cơ học của vật liệu	30
13	2.5. Tính toán thanh chịu kéo (nén) đúng tâm	33
14	Chương 3: Đặc trưng hình học của mặt cắt ngang	42
15	3.1. Các đặc trưng hình học của mặt cắt ngang	42
16	3.2. Công thức mômen quán tính của một số mặt cắt thường gặp	43
17	3.3. Công thức chuyển trục song song của mômen tĩnh và mômen quán tính	45
18	3.4. Công thức xoay trục của mô men quán tính – Hệ trục quán tính chính	46
19	3.5. Xác định mômen quán tính chính trung tâm của mặt cắt ghép	48
20	Chương 4: Xoắn thuần túy thanh tròn	53
21	4.1. Khái niệm	53
22	4.2. Ứng suất trên mặt cắt ngang	53
23	4.3. Biến dạng và chuyển vị của mặt cắt ngang	55
24	4.4. Tính toán lò xo xoắn ốc, hình trụ, bước ngắn	57
25	4.5. Tính toán trục tròn chịu xoắn thuần túy	59
26	Chương 5: Uốn phẳng thanh thẳng	65
27	5.1. Khái niệm	65
28	5.2. Thanh chịu uốn thuần túy phẳng	66
29	5.3. Thanh chịu uốn ngang phẳng	73
30	5.4. Chuyển vị của dầm chịu uốn phẳng	79
31	5.5. Tính toán dầm chịu uốn phẳng	89

Yêu cầu và nội dung chi tiết

Tên học phần: Sức bền vật liệu 1

Mã HP: 18502

a. Số tín chỉ: 03 TC

BTL ☐

ĐAMH ☐

b. Đơn vị giảng dạy: Bộ môn Sức bền vật liệu

c. Phân bố thời gian:

- Tổng số (TS): 48 tiết.

- Lý thuyết (LT): 26 tiết.

- Thực hành (TH): 6 tiết.

- Bài tập (BT): 14 tiết.

- Hướng dẫn BTL/ĐAMH (HD): 0 tiết.

- Kiểm tra (KT): 2 tiết.

d. Điều kiện đăng ký học phần: Học sau môn Cơ lý thuyết.

e. Mục đích, yêu cầu của học phần:

Kiến thức:

Cung cấp cho sinh viên kiến thức về các khái niệm cơ bản của môn học, các đặc trưng hình học của mặt cắt ngang, đặc trưng cơ học của vật liệu, trạng thái ứng suất của các điểm và cách xác định chúng. Trên cơ sở đó đưa ra phương pháp tính toán độ bền, độ cứng của bộ phận công trình và chi tiết máy trong các trường hợp chịu lực đơn giản...

Kỹ năng:

- Có khả năng tư duy, phân tích, đánh giá đúng trạng thái chịu lực của bộ phận công trình, chi tiết máy.

- Có khả năng ứng dụng kiến thức của môn học để giải quyết vấn đề trong thực tiễn.

- Có kỹ năng giải các bài toán cơ bản của môn học một cách thành thạo.

Thái độ nghề nghiệp:

- Hiểu rõ vai trò quan trọng của môn học đối với các ngành kỹ thuật, từ đó có thái độ nghiêm túc, tích cực, cố gắng trong học tập.

f. Mô tả nội dung học phần:

Học phần Sức bền vật liệu 1 bao gồm các nội dung sau:

-Chương 1: Những khái niệm chung

-Chương 2: Kéo (nén) đúng tâm thanh thẳng

-Chương 3: Trạng thái ứng suất và các lý thuyết bền.

-Chương 4: Đặc trưng hình học của mặt cắt ngang.

-Chương 5: Xoắn thuần túy thanh tròn.

-Chương 6: Uốn phẳng thanh thẳng.

g. Người biên soạn: Th.S Nguyễn Hồng Mai, Bộ môn Sức bền vật liệu – Khoa Cơ sở-cơ bản.

h. Nội dung chi tiết học phần:

TÊN CHƯƠNG MỤC	PHÂN PHỐI SỐ TIẾT					
	TS	LT	BT	TH	HD	KT
Chương 1 Những khái niệm mở đầu.	8	5	3			
<i>1.1. Nhiệm vụ và đối tượng của môn học.</i>		0.5				
<i>1.2. Các giả thuyết và khái niệm cơ bản.</i>		0.5				
<i>1.3. Ngoại lực.</i>		1				

TÊN CHƯƠNG MỤC	PHÂN PHỐI SỐ TIẾT					
	TS	LT	BT	TH	HD	KT
1.4. Nội lực.		2				
1.5. Ứng suất.		1				
Bài tập			3			
Nội dung tự học (16t): -Đọc trước nội dung tiết học(trong bài giảng chi tiết) trước khi lên lớp -Làm đầy đủ bài tập cuối chương(trong bài giảng chi tiết)						
Chương 2. Kéo (nén) đúng tâm thanh thẳng..	10	5	3	2		
2.1. Ứng suất trên mặt cắt ngang.		0.5				
2.2.. Ứng suất trên mặt cắt nghiêng..		0.5				
2.3.. Biến dạng và chuyển vị.		1				
2.4.Đặc trưng cơ học của vật liệu..		0.5				
2.5. Tính toán thanh chịu kéo (nén) đúng tâm.		2				
2.6.. Bài toán siêu tĩnh		0.5				
Bài tập.			3			
Nội dung tự học (20t): -Đọc trước nội dung tiết học(trong bài giảng chi tiết) trước khi lên lớp -Tự đọc mục 2.6. và 2.7.trong giáo trình [1]ở mục k -Làm đầy đủ bài tập cuối chương(trong bài giảng chi tiết.)						
Chương 3. Trạng thái ứng suất và Các lý thuyết bền.	5	3	1			1
3.1. Khái niệm.		0.5				
3.2.Nghiên cứu trạng thái ứng suất phẳng		0.5				
3.3.Nghiên cứu trạng thái ứng suất khối.		0.5				
3.4.Quan hệ giữa ứng suất và biến dạng.		0.5				
3.5.Các lý thuyết bền.		1				
Bài tập.			1			
Kiểm tra						1
Nội dung tự học (10t): -Đọc trước nội dung tiết học(trong bài giảng chi tiết) trước khi lên lớp -Tự đọc mục 3.1.,3.2., 3.6. trong giáo trình [1]ở mục k -Làm đầy đủ bài tập cuối chương(trong bài giảng chi tiết.)						
Chương 4. Đặc trưng hình học của mặt cắt.	5	3	2			
4.1. Các đặc trưng hình học của mặt cắt		0.5				
4.2. Mô men quán tính của một số mặt cắt đơn giản..		05				

TÊN CHƯƠNG MỤC	PHÂN PHỐI SỐ TIẾT					
	TS	LT	BT	TH	HD	KT
4.3. Công thức chuyển trục song song.		0.5				
4.4. Công thức xoay trục..		0.5				
4.5. Xác định mô men quán tính chính trung tâm của mặt cắt ghép.		1				
Bài tập.			2			
Nội dung tự học (10t): -Đọc trước nội dung tiết học(trong bài giảng chi tiết) trước khi lên lớp -Tự đọc mục 4.4. ,4.5 ,. 4.6. trong giáo trình [1]ở mục k -Làm đầy đủ bài tập cuối chương(trong bài giảng chi tiết.)						
Chương 5. Xoắn thuần túy thanh tròn.	8	4	2	2		
5.1.Ứng suất trên mặt cắt ngang.		0.5				
5.2. Trạng thái ứng suất và dạng phá hỏng của thanh tròn chịu xoắn thuần túy.		0.5				
5.3.Biến dạng và chuyển vị.		1				
5.4. Tính toán thanh tròn chịu xoắn thuần túy.		1				
5.5. Bài toán siêu tĩnh.		0.5				
5.6. Tính toán lò xo xoắn ốc ,hình trụ ,bước ngắn.		0.5				
Bài tập.			2			
Nội dung tự học (16t) -Đọc trước nội dung tiết học(trong bài giảng chi tiết) trước khi lên lớp -Tự đọc mục 5.3. và 5.8. trong giáo trình [1]ở mục k -Làm đầy đủ bài tập cuối chương(trong bài giảng chi tiết)						
Chương 6. Uốn phẳng thanh thẳng.	12	6	3	2		1
6.1. Khái niệm.		0.5				
6.2. Thanh chịu uốn thuần túy phẳng.		1				
6.3. Thanh chịu uốn ngang phẳng.		2				
6.4. Chuyển vị của dầm chịu uốn phẳng.		2				
6.5. Bài toán siêu tĩnh.		0.5				
Bài tập.			3			
Kiểm tra						1

TÊN CHƯƠNG MỤC	PHÂN PHỐI SỐ TIẾT					
	TS	LT	BT	TH	HD	KT
Nội dung tự học (24t) <i>-Đọc trước nội dung tiết học(trong bài giảng chi tiết) trước khi lên lớp</i> <i>-Tự đọc mục 6.4. và 6.5.3. trong giáo trình [1]ở mục k</i> <i>-Làm đầy đủ bài tập cuối chương(trong bài giảng chi tiết)</i>						

i. Mô tả cách đánh giá học phần

-Để được dự thi kết thúc học phần, sinh viên phải đảm bảo đồng thời 3 điều kiện:

+Tham gia học tập trên lớp $\geq 75\%$ tổng số tiết của học phần.

+Bài thực hành(thí nghiệm) đạt yêu cầu.

+Điểm $X \geq 4$

- Cách tính điểm X : $X = X_2$

- X_2 là điểm trung bình hai bài kiểm tra giữa học kỳ (điểm của mỗi bài kiểm tra có tính đến điểm khuyến khích thái độ học tập trên lớp, tinh thần tự học của sinh viên.)

-Hình thức thi kết thúc học phần (tính điểm Y):

Thi viết, rọc phách, thời gian làm bài 90 phút.

- Điểm đánh giá học phần : $Z = 0,5X + 0,5Y$

Trường hợp sinh viên không đủ điều kiện dự thi thì ghi $X = 0$ và $Z = 0$.

Trường hợp điểm $Y < 2$ thì $Z = 0$.

Điểm X,Y,Z được lấy theo thang điểm 10, làm tròn đến 1 chữ số sau dấu phẩy.

Điểm Z sau khi tính theo thang điểm 10, được qui đổi sang thang điểm 4 và thang điểm chữ A+, A, B+, B, C+, C, D+, D, F.

k. Giáo trình:

[1]. Nguyễn Bá Đường. *Sức bền vật liệu* . NXB Xây Dựng, 2002.

l. Tài liệu tham khảo:

[1]. Lê Ngọc Hồng *Sức bền vật liệu*, NXB Khoa học và kỹ thuật 1998.

[2]. Phạm Ngọc Khánh ,*Sức bền vật liệu*, NXB Xây Dựng, 2002.

[3]. Bùi Trọng Lựu, Nguyễn Văn Vượng, *Bài tập Sức bền vật liệu*, NXB Giáo dục, 1999.

[4].I.N.Mirôliubôp,X.A.Engalutrep, N.Đ.Xerghiepcki, *Bài tập sức bền vật liệu*, NXB Xây Dựng,2002.

m. Ngày phê duyệt: 30/5/2015

n. Cấp phê duyệt:

Trưởng khoa

Trưởng bộ môn

Người biên soạn

TS Hoàng Văn Hùng

ThS Nguyễn Hồng Mai

ThS Nguyễn Hồng Mai

Chương 1: NHỮNG KHÁI NIỆM MỞ ĐẦU

1.1. NHIỆM VỤ VÀ ĐỐI TƯỢNG NGHIÊN CỨU CỦA MÔN HỌC

1.1.1 Khái niệm về môn học Sức bền vật liệu

Sức bền vật liệu là một môn cơ sở kỹ thuật thuộc chuyên ngành cơ học vật rắn biến dạng: Nó nghiên cứu khả năng chịu lực của vật liệu, trên cơ sở đó đề ra các phương pháp tính toán sao cho các chi tiết máy, các bộ phận công trình làm việc an toàn.

1.1.2. Nhiệm vụ của môn học

Là xác định kích thước cần thiết và chọn vật liệu phù hợp cho các bộ phận công trình hay chi tiết máy với yêu cầu chi phí vật liệu ít nhất mà vẫn đảm bảo các yêu cầu về kỹ thuật là độ bền, độ cứng, độ ổn định.

- Đảm bảo độ bền: Không bị nứt, vỡ, gãy, phá hỏng khi chịu lực
- Đảm bảo độ cứng: Không bị biến dạng quá lớn vượt mức cho phép làm ảnh hưởng đến sự làm việc bình thường của chúng.
- Đảm bảo độ ổn định: Bảo toàn được hình dạng hình học ban đầu theo thiết kế (không bị cong vênh, méo mó ...).

Ngoài các yêu cầu cơ bản trên, một số công trình còn đòi hỏi tính dẻo dai (độ bền mỏi) hoặc độ bền va đập...

1.1.3 Đối tượng nghiên cứu của môn học.

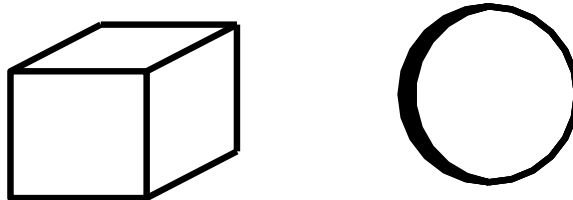
a. Vật thể: Vật thể được nghiên cứu trong SBVL là vật rắn thực, nghĩa là phải xét đến sự biến dạng của vật thể trong quá trình chịu tác dụng của ngoại lực. Chính vì vậy người ta còn gọi là vật rắn biến dạng.

b. Hình dáng của vật thể

Vật thể chịu lực trong thực tế có thể có những hình dáng khác nhau, tuy nhiên chúng được phân làm 3 loại chính theo tương quan kích thước hình học trong không gian.

- Vật thể hình khối: là những vật thể có kích thước theo ba phương lớn tương đương nhau.

Ví dụ : Móng máy, móng nhà, nền đất...



Hình 1.1

- Vật thể hình tấm và vỏ: là những vật thể có kích thước theo 2 phương rất lớn so với phương thứ ba. Kích thước bé được gọi là bề dày của tấm hoặc vỏ.

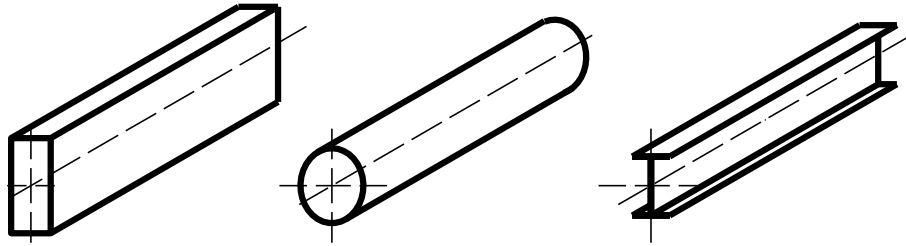
Ví dụ: Vỏ tàu, vỏ máy..



Hình 1.2

- Vật thể hình thanh: là những vật thể có kích thước theo 1 phương lớn hơn rất nhiều so với 2 phương kia. Phương có kích thước lớn được gọi là phương trục thanh.

Ví dụ : dầm, xà nhà, cột chống, trục của máy...



Hình 1.3

Chi tiết hình thanh được gặp phổ biến hơn cả trong kết cấu công trình, vì vậy SBVL nghiên cứu chủ yếu vật thể hình thanh. Người ta có thể chỉ cần biểu diễn thanh bằng đường trục của nó kèm theo hình vẽ mặt cắt ngang.

* Ta có thể định nghĩa thanh như sau:

Thanh là hình khối do một hình phẳng F vạch ra khi F di động trong không gian sao cho trọng tâm O của nó chuyển động trên một đường z xác định và F luôn vuông góc với đường z . Quỹ đạo trọng tâm O (đường z) gọi là trục thanh, hình phẳng F được gọi là mặt cắt ngang của thanh

* Để phân loại thanh, có thể căn cứ vào hình dạng trục thanh: thanh thẳng, thanh cong, thanh không gian... hoặc mặt cắt ngang thanh: thanh tròn, thanh chữ nhật, thanh lăng trụ, thanh không lăng trụ....

1.1.4. Phạm vi nghiên cứu của môn học

a. Tính đàn hồi của vật liệu

Dưới tác dụng của ngoại lực, vật thể bị biến dạng, nghĩa là nó bị thay đổi hình dáng, kích thước. Thí nghiệm cho thấy rằng, nếu lực tác dụng lên nó chưa vượt quá một giới hạn nào đó thì khi bỏ lực tác dụng đi, vật thể sẽ khôi phục lại hình dáng và kích thước ban đầu. Khả năng này của vật liệu được gọi là tính đàn hồi. Như vậy tất cả các loại vật liệu ít hay nhiều đều có tính đàn hồi và bị biến dạng khi có lực tác dụng lên nó. Vì vậy môn học SBVL được coi như một ngành cơ học vật rắn biến dạng.

Khi vật thể khôi phục lại hoàn toàn kích thước, hình dáng của nó thì gọi là vật thể có tính đàn hồi tuyệt đối. Thí nghiệm cũng chỉ ra rằng tính đàn hồi tuyệt đối của vật liệu được duy trì khi lực tác dụng lên nó chưa quá lớn, chưa vượt quá một giới hạn nhất định. Biến dạng của vật liệu trong giới hạn này gọi là biến dạng đàn hồi.

Khi lực tác dụng đã vượt quá giới hạn xác định trên thì tính đàn hồi của vật liệu không còn là tuyệt đối nữa, nghĩa là khi bỏ lực tác dụng đi, vật thể vẫn còn một phần biến dạng. Biến dạng còn lại này được gọi là biến dạng dẻo hay biến dạng dư.

b. Phạm vi nghiên cứu của môn học SBVL

Chỉ nghiên cứu sự làm việc của vật liệu trong giai đoạn đàn hồi và tính đàn hồi được coi là tuyệt đối.

1.1.5. Phương pháp nghiên cứu của môn học.

Là phương pháp tư duy kỹ thuật, giải quyết những bài toán thực tế bằng cách ít phức tạp mà vẫn đảm bảo độ chính xác cần thiết, thích hợp. Các kết quả của SBVL được kiểm tra, bổ sung bằng các

ngiên cứu của các môn khoa học chính xác như lý thuyết đàn hồi, lý thuyết dẻo, lý thuyết dao động...và bằng những số liệu thực nghiệm.

1.2. CÁC GIẢ THUYẾT VÀ KHÁI NIỆM CƠ BẢN

1.2.1. Các giả thuyết về vật liệu

Các chi tiết máy, bộ phận công trình được chế tạo từ nhiều vật liệu khác nhau do đó tính chất cơ lý của chúng cũng rất khác nhau. Để đưa ra được phương pháp tính chung, SBVL nghiên cứu một loại vật liệu qui ước là loại vật liệu có tính những tính chất chung nhất, phổ biến nhất của nhiều loại vật liệu thực. Những tính chất này được cụ thể bằng 3 giả thuyết sau:

* **Giả thuyết 1:** Vật liệu có tính đồng nhất, liên tục và đẳng hướng, Theo giả thuyết này, tính chất cơ học của vật liệu ở mọi điểm trong một vật thể là như nhau, cho phép ta chỉ cần nghiên cứu một phần tử vật liệu bé để suy rộng cho cả vật thể lớn. Với tính liên tục của vật liệu, cho phép sử dụng kiến thức của các môn học khác như Toán, Lý thuyết đàn hồi...

* **Giả thuyết 2:** Vật liệu làm việc trong giai đoạn đàn hồi và tính đàn hồi được coi là tuyệt đối. Giả thuyết này cho phép ta sử dụng định luật Hooke, coi tương quan giữa lực và biến dạng là bậc nhất

* **Giả thuyết 3:** Coi biến dạng của vật thể do ngoại lực gây ra là bé. Biến dạng được coi là bé khi biến dạng tỷ đối $\ll 1$. Giả thuyết này cho phép ta được bỏ qua các vô cùng bé bậc cao và sử dụng nguyên lý độc lập tác dụng (hoặc nguyên lý cộng tác dụng) mà nội dung như sau “ Tác dụng đồng thời của nhiều lực bằng tổng tác dụng của từng lực riêng biệt”.

1.2.2. Các khái niệm cơ bản

1.2.2.1. Biến dạng:

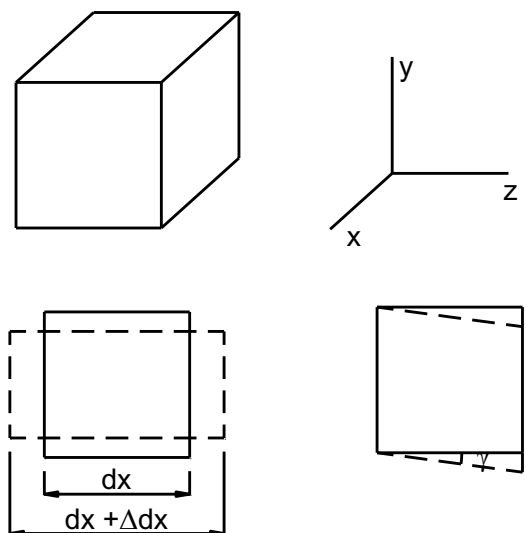
Giả sử tách một phần tử thể tích hình hộp từ 1 điểm trên vật thể chịu lực cân bằng.

a. Biến dạng dài:

Sau biến dạng, cạnh của phần tử thay đổi chiều dài.

- Lượng thay đổi chiều dài của một đoạn chiều dài được gọi là biến dạng dài tuyệt đối ($\Delta dx, \Delta dy, \Delta dz$)
- Nếu chiều dài đoạn thẳng ban đầu bằng 1 đơn vị thì biến dạng được gọi là biến dạng tỷ đối

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta dx}{dx}; \varepsilon_y = \frac{\Delta dy}{dy}; \varepsilon_z = \frac{\Delta dz}{dz}$$



Hình 1.4

b. Biến dạng góc: Sau biến dạng, góc vuông của phần tử sẽ thay đổi một lượng

- Lượng thay đổi của một góc vuông được gọi là biến dạng góc γ .

Biến dạng thể tích : Sau biến dạng, thể tích của phần tử sẽ thay đổi một lượng

- Lượng thay đổi của một đơn vị thể tích được gọi là biến dạng thể tích tỷ đối

$$\theta = \frac{\Delta V}{V}$$

Biến dạng ε , γ , θ là những đại lượng không thứ nguyên.

1.2.2.2. Chuyển vị

a. Chuyển vị dài: Là độ thay đổi vị trí của 1 điểm. Giả sử xét điểm A, sau biến dạng điểm A chuyển đến A' thì AA' là chuyển vị dài

b. Chuyển vị góc: Là góc tạo bởi vị trí của một đoạn thẳng trước và sau biến dạng. Giả sử xét đoạn thẳng CD, sau biến dạng C dịch chuyển đến C' và D dịch chuyển D' và coi C'D' vẫn thẳng. Vậy góc tạo bởi CD và C'D' gọi là chuyển vị góc

1.2.2.3. Các trường hợp chịu lực cơ bản

a. Kéo (nén) đúng tâm: Sau biến dạng, trục của thanh vẫn thẳng chỉ có chiều dài thanh sẽ co ngắn hoặc dãn dài

b. Xoắn thuần túy: Sau biến dạng, trục của thanh vẫn thẳng và có chiều dài không đổi, chỉ có mặt cắt ngang xoay quanh trục.

c. Cắt: Sau biến dạng, trục thanh vẫn thẳng nhưng bị gián đoạn, mặt cắt ngang sẽ dịch chuyển (trượt) tương đối với nhau

d. Uốn phẳng: Sau biến dạng, trục của thanh sẽ bị cong đi, mặt cắt ngang sẽ dịch chuyển và xoay đi một góc so với vị trí ban đầu

Bốn biến dạng trên là những dạng chịu lực đơn giản nhất, tuy nhiên trên thực tế sự chịu lực của thanh có thể là tổ hợp những trường hợp cơ bản trên, khi đó thanh được gọi là chịu lực phức tạp

1.3 NGOẠI LỰC

1.3.1. Định nghĩa.

Ngoại lực là những lực của môi trường xung quanh hay của vật thể khác tác dụng lên vật thể đang xét.

1.3.2. Phân loại ngoại lực.

Ngoại lực được phân thành hai loại chính : tải trọng và phản lực liên kết

a. Tải trọng: Là lực tác dụng lên vật thể đang xét mà điểm đặt, phương chiều và trị số (độ lớn) coi như đã biết trước.

Về hình thức tác dụng, tải trọng được chia thành tải trọng tĩnh và tải trọng động. Tải trọng tĩnh là tải trọng có trị số tăng dần từ 0 đến một giá trị xác định rồi sau đó không thay đổi nữa. Tải trọng tĩnh không gây nên lực quán tính. Tải trọng động là tải trọng mà trị số của nó tăng đột ngột, thay đổi liên tục theo thời gian và gây nên lực quán tính.

Về điểm đặt tải trọng có thể chia thành tải trọng tập trung, tải trọng phân bố (phân bố đường, phân bố diện tích và phân bố thể tích) .

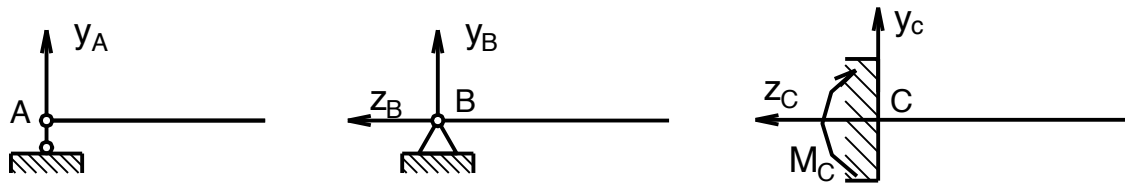
b. Phản lực liên kết:

Phản lực liên kết là lực hay ngẫu lực phát sinh ra tại những chỗ tiếp xúc của vật thể đang xét với vật thể khác khi có tải trọng tác dụng lên nó. Trị số và phương chiều của phản lực liên kết ngoài việc phụ

thuộc vào tải trọng còn phụ thuộc vào hình thức liên kết. Vì vậy chúng ta sẽ xem xét các loại liên kết và phản lực liên kết ứng với nó.

1.3.3. Các loại liên kết và phản lực liên kết

a. Các loại liên kết phẳng:



Hình 1.4

Gối di động(còn gọi là khớp di động)

Gối di động là loại liên kết cho phép thanh quay xung quanh một khớp và có thể di động theo một phương xác định. Liên kết này hạn chế sự di chuyển một phương. Theo phương bị hạn chế này sẽ phát sinh một phản lực liên kết. Sơ đồ của sự liên kết này như ở hình 1.4a

Gối tựa cố định(hay còn gọi là khớp cố định)

Gối cố định là loại liên kết chỉ cho phép thanh quay xung quanh một khớp, còn mọi di động thẳng khác đều bị hạn chế. Tại liên kết này sẽ xuất hiện một phản liên kết có phương xác định. Phản lực này có thể phân tích thành hai thành phần : thẳng đứng và nằm ngang. Sơ đồ của liên kết này được biểu diễn ở hình 1.4b

Ngàm

Ngàm là loại liên kết hạn chế mọi sự di chuyển của thanh. Tại liên kết này sẽ phát sinh một mômen và hai thành phần lực thẳng đứng và nằm ngang. Sơ đồ của ngàm được biểu diễn ở hình 1.4c

Với liên kết không gian thì số phản lực liên kết sẽ nhiều hơn.

b. Cách xác định phản lực liên kết

Để xác định các phản lực liên kết, ta coi vật thể đang xét như một vật rắn tuyệt đối và tất cả ngoại lực tác dụng lên vật thể tạo thành một hệ lực cân bằng. Trường hợp tất cả các ngoại lực nằm trong mặt phẳng chứa trục thanh gọi là bài toán phẳng. Đối với bài toán phẳng có ba phương trình cân bằng tĩnh học. Còn đối với bài toán không gian có sáu phương trình cân bằng tĩnh học.

Đối với bài toán phẳng có ba dạng phương trình cân bằng tĩnh học sau đây:

a) Tổng hình chiếu của các ngoại lực lên 2 phương x, y không song song và tổng mômen của các ngoại lực lấy đối với một điểm tùy ý bằng không.

$$\sum_{i=1}^n X(P_i)=0 \quad ; \quad \sum_{i=1}^n Y(P_i)=0 \quad ; \quad \sum_{i=1}^n M_A(P_i)=0 \quad (1.1)$$

b) Tổng hình chiếu của các lực theo một phương u và tổng mômen của các lực đối với hai điểm không cùng nằm trên phương vuông góc với phương u bằng không

$$\sum_{i=1}^n U(P_i)=0 \quad ; \quad \sum_{i=1}^n M_A(P_i)=0 \quad ; \quad \sum_{i=1}^n M_B(P_i)=0 \quad (1.2)$$

c) Tổng mômen của các lực lấy đối với 3 điểm không thẳng hàng bằng không

$$\sum_{i=1}^n M_A(P_i)=0 ; \sum_{i=1}^n M_B(P_i)=0 ; \sum_{i=1}^n M_C(P_i)=0 \quad (1.3)$$

Ở đây P_i là các ngoại lực; $i = 1, 2, \dots, n$

Khi số phản lực liên kết cần phải tìm bằng số phương trình cân bằng tĩnh học, bài toán được gọi là bài toán tĩnh định. Khi đó ta có thể xác định được các phản lực liên kết bằng các phương trình cân bằng tĩnh học. Còn khi số phản lực liên kết cần phải tìm lớn hơn số phương trình cân bằng tĩnh học, bài toán được gọi là bài toán siêu tĩnh. Ở bài toán siêu tĩnh, muốn xác định được các phản lực liên kết phải sử dụng thêm các phương trình về điều kiện biến dạng. Vấn đề này sẽ được xem xét kỹ ở chương sau

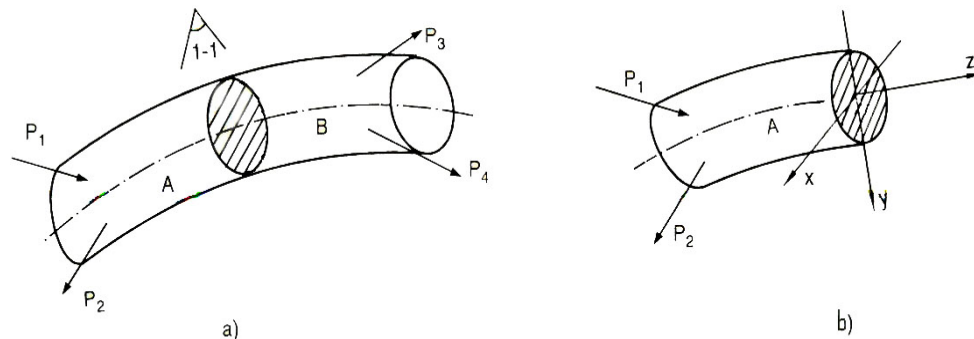
1.4. NỘI LỰC

1.4.1. Định nghĩa

Độ thay đổi lực liên kết giữa các phần tử bên trong vật thể khi vật thể biến dạng được gọi là nội lực. Theo định nghĩa trên ta thấy rằng nội lực chỉ xuất hiện khi vật thể bị biến dạng tức là chỉ khi có ngoại lực tác dụng lên vật thể.

1.4.2. Phương pháp mặt cắt

Để xác định nội lực, ta dùng phương pháp mặt cắt. Nội dung của phương pháp như sau: Xét một thanh chịu lực cân bằng. Muốn xác định nội lực trên mặt cắt 1 - 1 nào đó :



Hình 1.5

Ta tưởng tượng cắt thanh bằng 1 mặt cắt 1 - 1 chia thanh thành 2 phần A, B. Xét cân bằng của 1 phần, phần thanh này cũng phải nằm trong trạng thái cân bằng tĩnh học cho nên nội lực trên mặt cắt và các ngoại lực tác dụng lên phần thanh này tạo thành một hệ lực cân bằng. Từ các phương trình cân bằng tĩnh học ta xác định được các thành phần nội lực trên mặt cắt 1 - 1.

1.4.3. Các thành phần nội lực trên mặt cắt ngang.

Trong trường hợp mặt cắt 1 - 1 là mặt cắt ngang, trên mặt cắt ta chọn hệ trục tọa độ như sau: pháp tuyến của mặt cắt là trục Oz, hai trục Ox và Oy nằm trong mặt cắt và vuông góc với nhau; gốc O trùng với trọng tâm mặt cắt. Tại mọi điểm trên mặt cắt đều có nội lực. Thu gọn tất cả các nội lực về điểm O ta được 1 lực chính $\vec{R}$ và mômen $\vec{M}$ có phương chiều và trị số xác định.

Phân $\vec{R}$ thành 3 thành phần theo phương 3 trục

- Thành phần theo phương trục z kí hiệu là $\overrightarrow{N_z}$ và gọi là lực dọc
- Thành phần theo phương trục x kí hiệu là $\overrightarrow{Q_x}$ và gọi là lực cắt
- Thành phần theo phương trục y kí hiệu là $\overrightarrow{Q_y}$ và gọi là lực cắt

Phân tích $\overrightarrow{M}$ thành 3 thành phần quay quanh 3 trục

- Thành phần quay quanh trục z kí hiệu là $\overrightarrow{M_z}$ và gọi là mômen xoắn
- Thành phần quay quanh trục x kí hiệu là $\overrightarrow{M_x}$ và gọi là mômen uốn
- Thành phần quay quanh trục y kí hiệu là $\overrightarrow{M_y}$ và gọi là mômen uốn

Như vậy tổng quát trên mặt cắt ngang có 6 thành phần nội lực $N_z, Q_x, Q_y, M_z, M_x, M_y$

1.4.4. Qui ước dấu của các thành phần nội lực

- Lực dọc N_z được coi là dương khi nó có chiều đi ra khỏi mặt cắt.
- Lực cắt Q_x, Q_y được coi là dương khi nó có chiều trùng với pháp tuyến ngoài đã quay một góc 90° theo chiều kim đồng hồ.
- Mômen xoắn M_z được coi là dương khi ta đứng nhìn vào mặt cắt thấy nó quay theo chiều kim đồng hồ.
- Mômen uốn M_x được coi là dương khi nó làm dãn (kéo) về phía dương của trục y. Nếu chiều dương trục y chọn hướng hướng xuống dưới thì M_x dương khi làm dãn (kéo) thớ dưới.
- Mômen uốn M_y được coi là dương khi nó làm dãn (kéo) về phía dương của trục x.

1.4.5. Cách xác định các thành phần nội lực trên mặt cắt ngang

Phần thanh đang xét nằm trong trạng thái cân bằng tĩnh học, cho nên nội lực trên mặt cắt ngang và các ngoại lực tác dụng lên phần thanh này tạo thành hệ lực cân bằng. Ta lập được các phương trình cân bằng tĩnh học như sau:

$$N_z + \sum_{i=1}^n Z(P_i) = 0 \quad (1)$$

$$Q_x + \sum_{i=1}^n X(P_i) = 0 \quad (2)$$

$$Q_y + \sum_{i=1}^n Y(P_i) = 0 \quad (3)$$

$$M_z + \sum_{i=1}^n M_z(P_i) = 0 \quad (4)$$

$$M_x + \sum_{i=1}^n M_x(P_i) = 0 \quad (5)$$

$$M_y + \sum_{i=1}^n M_y(P_i) = 0 \quad (6)$$

Ở đây P_i là ngoại lực tác dụng lên phần thanh đang xét.

Sáu phương trình trên biểu diễn mối quan hệ giữa các thành phần nội lực trên mặt cắt với ngoại lực. Chúng ta sẽ sử dụng mối quan hệ này để xác định các thành phần nội lực.

1.4.6. Biểu đồ nội lực

a. *Khái niệm*: Đồ thị biểu diễn sự biến thiên của các thành phần nội lực dọc theo trục của thanh

b. *Trình tự vẽ biểu đồ nội lực*:

Bước 1: Chọn hệ trục tọa độ

Bước 2: Xác định phản lực liên kết và mômen phản lực liên kết.

Bước 3: Chia thanh thành từng đoạn nhỏ sao cho dọc theo mỗi đoạn nội lực biến thiên theo một qui luật liên tục. Qua thực tế người ta thấy rằng điểm chia sẽ là những điểm có ngoại lực tập trung, điểm bắt đầu và điểm kết thúc ngoại lực phân bố.

Bước 4: Sử dụng phương pháp mặt cắt và các phương trình cân bằng tĩnh học để xác định hàm của nội lực dọc theo mỗi đoạn thanh

Bước 5 : Vẽ biểu đồ biểu diễn các hàm nội lực đã xác định trên, đánh dấu , gạch biểu đồ .

Trong biểu đồ nội lực người ta vạch các đoạn thẳng theo phương vuông góc với trục thanh để biểu diễn trị số nội lực trên mặt cắt ngang tương ứng.

Chú ý : + Khi vẽ biểu đồ nội lực thì đường chuẩn (trục hoành) được lấy song song với trục thanh và nội lực trên mặt cắt ngang sẽ được biểu thị bởi những đoạn thẳng theo phương vuông góc với trục.

+ Biểu đồ mômen uốn M_x, M_y được vẽ về phía thớ bị kéo

Thí dụ 1 : Hãy vẽ biểu đồ nội lực của thanh chịu

lực như hình vẽ 1.6a

Chọn hệ trục tọa độ như trên hình 1.6, gốc O tại A, trục z đi từ trái sang phải.

Đối với bài toán này tại ngàm A sẽ chỉ tồn tại một phản lực liên kết là Z_A (chiều giả định).

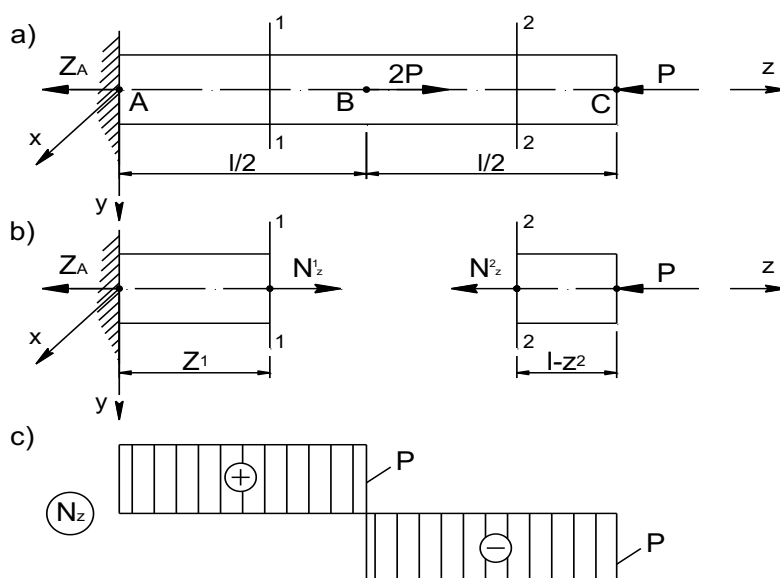
Sử dụng phương trình hình chiếu lên phương trục thanh:

$$\sum F_z = 0$$

$$Z_A + P - 2P = 0$$

$$Z_A = P$$

(Chiều giả định là đúng)



Hình 1.6

Chia thanh thành hai đoạn, điểm chia tại B có lực tập trung $2P$ tác dụng. Ta gọi đoạn AB là đoạn I, đoạn BC là đoạn II.

Dùng mặt cắt 1-1 cho đoạn I cách gốc O một khoảng z_1 , với $0 \leq z_1 \leq \frac{l}{2}$ và giữ lại phần bên trái

mặt cắt 1-1. Có thể thấy ngay là trên mặt cắt chỉ có một thành phần nội lực là lực dọc N_z^I . Ta biểu diễn nó theo chiều dương, tức là chiều đi ra khỏi mặt cắt. Xét cân bằng của phần đang được giữ lại được:

$$N_z^I - Z_A = 0$$

$$\text{Suy ra } N_z^I = Z_A = P$$

Như vậy dọc theo đoạn I (AB) lực dọc bằng hằng số.

Dùng mặt cắt 2-2 cho đoạn II (BC) cách gốc O một khoảng z_2 với $\frac{l}{2} \leq z_2 \leq l$. Ta giữ lại phần bên phải mặt cắt 2-2. Từ phương trình cân bằng xác định được:

$$N_z'' = -P$$

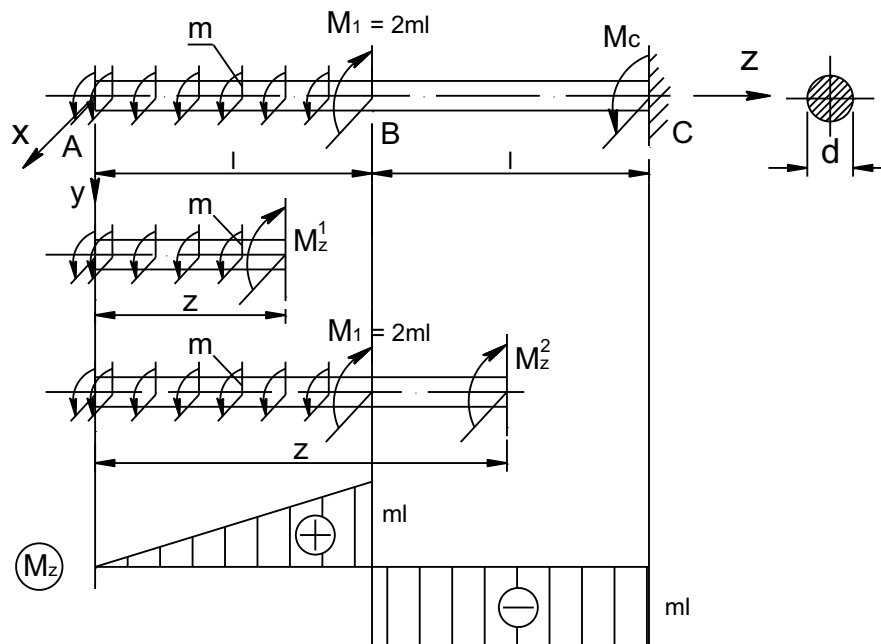
N_z'' cũng bằng hằng số khi mặt cắt 2-2 thay đổi dọc theo đoạn II.

Biểu đồ nội lực được vẽ ở hình 1.6c

Thí dụ 2 : Vẽ biểu đồ nội lực của thanh chịu lực ở

Chọn hệ trục tọa độ là Oxyz, có gốc O tại đầu bên trái, tại điểm A, chiều dương của trục đi từ trái sang phải.

Tại C tồn tại mô men phản lực M_C chiều giả định .



Hình 1.7

M_C được xác định từ phương trình $\sum m_z = 0$

$$M_C + ml - M = 0$$

$$M_C = ml$$

(Chiều giả định là đúng)

Tuy nhiên đối với bài toán này có thể bỏ qua bước xác định phản lực liên kết .

Chia thanh thành hai đoạn AB và BC

-Xét đoạn I(AB) :

Dùng mặt cắt 1-1 cách gốc O một khoảng z_1 với $0 \leq z_1 \leq l$. Giữ lại phần bên trái mặt cắt 1-1.

Trên mặt cắt chỉ còn một thành phần nội lực là mômen xoắn M_z^I , chiều dương của M_z^I , được biểu diễn theo quy ước

Xét cân bằng của đoạn thanh vừa giữ lại ta được:

$$\sum_{i=1}^n M_z = M_z^I - mz_1 = 0$$

$$M_z^I = mz_1$$

Ta thấy M_z ở đoạn này là hàm bậc nhất theo z

- Xét đoạn II (đoạn BC):

Dùng mặt cắt 2-2 với $l \leq z_2 \leq 2l$, giữ lại phần bên trái mặt cắt 2-2. Nội lực trên mặt cắt này là M_z^{II} ,

Xét cân bằng đoạn thanh có chiều dài z_2 vừa giữ lại ta được :

$$\sum M_z = M_z^2 + M_1 - ml = 0$$

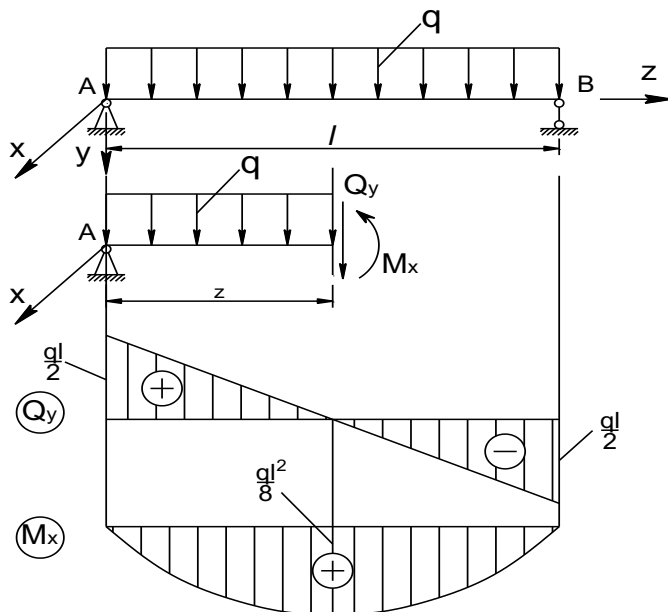
$$\text{Suy ra } M_z^2 = -M_1 + ml = -ml$$

M_z^{II} , là một hằng số khi mặt cắt 2-2 thay đổi. Biểu đồ M_z được biểu diễn như hình 1.7d

Thí dụ 3 :

Vẽ biểu đồ nội lực của thanh chịu lực như hình vẽ 1.8a

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ .



Hình 1.8

Tại A tồn tại X_A , Y_A , tại B tồn tại Y_B Dùng các phương trình cân bằng tĩnh học :

$$\sum F_y = 0, \sum F_z = 0, \text{ và } \sum M_B = 0$$

Tìm được :

$$Z_A = 0, Y_A = Y_B = ql/2$$

(Chiều giả định là đúng) .

Xét cả thanh AB .

Dùng mặt cắt 1-1 cách O một khoảng z và giữ lại phần bên trái. Trên mặt cắt 1-1 chỉ có hai thành phần nội lực là Q_y và M_x . Chiều dương của chúng được biểu diễn ở hình 1.8b

Xét cân bằng đoạn thanh vừa được giữ ta được:

$$\sum F_y = 0 \Leftrightarrow Q_y + qz - Y_A = 0$$

$$\sum M_o(P_i) = 0 \Leftrightarrow M_x + qz \frac{z}{2} - Y_A z = 0$$

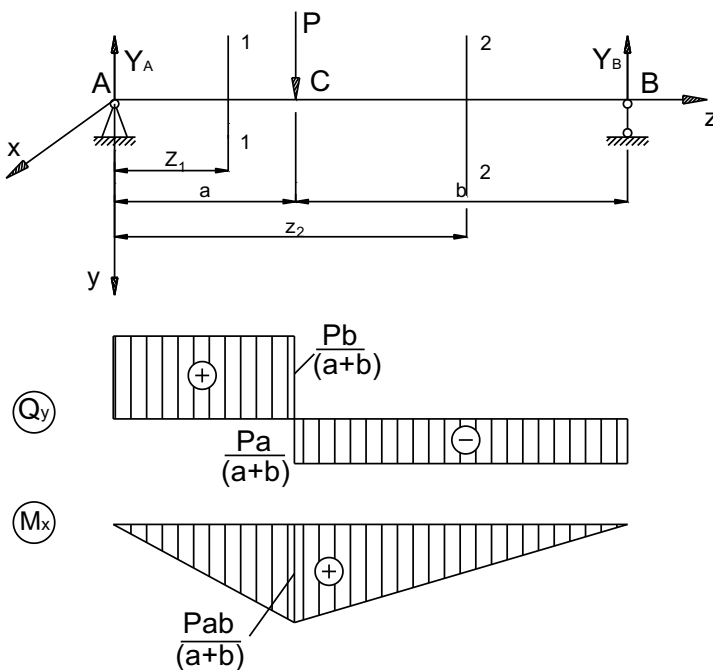
Thay $Y_A = ql/2$ và giải hệ phương trình ta được

$$Q_y(z) = -qz + \frac{ql}{2}$$

$$M_x(z) = -\frac{qz^2}{2} + \frac{ql}{2}z$$

Biểu đồ nội lực với quy ước cách vẽ được biểu diễn như ở hình 1.8 b,c

Thí dụ 4: Vẽ biểu đồ nội lực của thanh chịu lực ở hình 1.9



Hình 1.9

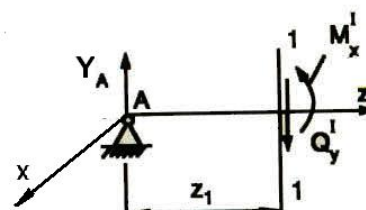
- Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ .

- Xác định các phản lực liên kết:

$$\sum M_A = Pa - Y_B(a+b) = 0$$

$$\sum F_y = Y_A + Y_B - P = 0$$

Từ đó tính được :



$$Y_A = \frac{Pb}{(a+b)} \quad Y_B = \frac{Pa}{(a+b)}$$

- Chia thanh thành 2 đoạn với điểm chia ở mặt cắt C có lực P tác dụng

- Xét đoạn I (đoạn AC)

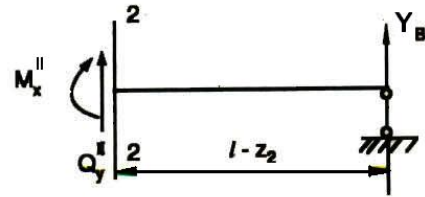
Dùng mặt cắt 1-1 cách O một đoạn z_1 với : $0 \leq z_1 \leq a$

Giữ lại phần bên trái mặt cắt 1-1

Xét cân bằng của đoạn thanh này ta được :

$$Q'_{y(z)} = Y_A = \frac{Pb}{(a+b)}$$

$$M'_{x(z)} = Y_A \cdot z = \frac{Pb}{(a+b)} \cdot z$$



Hình 1.10

- Xét đoạn II (đoạn CB)

Dùng mặt cắt 2-2 với $a \leq z_2 \leq l$

Giữ lại phần bên phải mặt cắt 2-2 và xét cân bằng đoạn thanh này ta có:

$$\sum Y = -Q''_y - Y_B = 0$$

$$\sum m_{2-2} = M''_x - Y_B(l - z_2) = 0$$

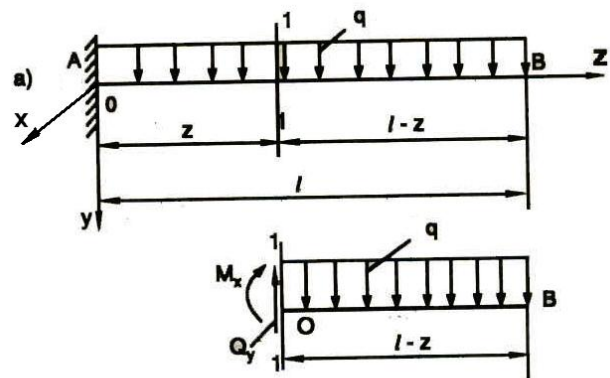
Giải hai phương trình trên ta tìm được :

$$Q''_y(z) = -Y_B = -\frac{Pa}{(a+b)}$$

$$M''_x(z) = Y_B(l - z_2) = \frac{Pa}{l}(l - z_2)$$

Biểu đồ các thành phần nội lực của thanh được vẽ ở hình 1.10

Thí dụ 5: Vẽ biểu đồ nội lực của thanh ở hình 1.11



- Đối với bài toán này ta bỏ qua bước xác định phản lực liên kết.

- Hệ trục tọa độ được chọn như hình vẽ .

Dùng mặt cắt 1-1 cách gốc O một đoạn z và giữ lại phần bên phải mặt cắt 1-1

Xét cân bằng của phần này ta được

$$Q_y(z) = q(l-z)$$

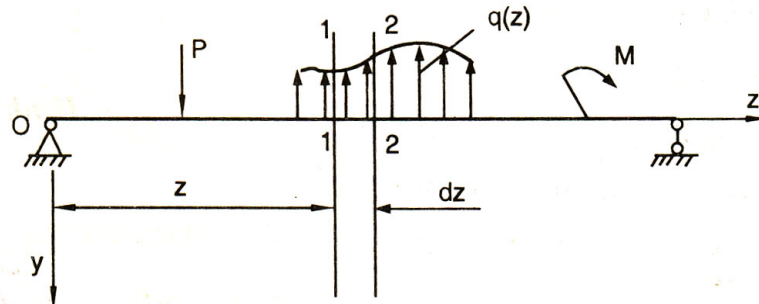
$$M_x(z) = -q \frac{(l-z)^2}{2}$$

Hình 1.11

Biểu đồ các nội lực trên được vẽ ở hình 1.11

1.4.7 Mối quan hệ vi phân giữa mômen uốn M_x , lực cắt Q_y và tải trọng phân bố $q(z)$

Tách ra từ một thanh chịu lực một đoạn thanh chiều dài dz (hình 1.12a bằng 2 mặt cắt (1-1) và (2-2)). Khoảng dz nhỏ đến mức có thể coi $q(z) = \text{const}$. Các thành phần nội lực trên mặt cắt của dz được biểu diễn ở hình 1.13b



Hình 1.12a

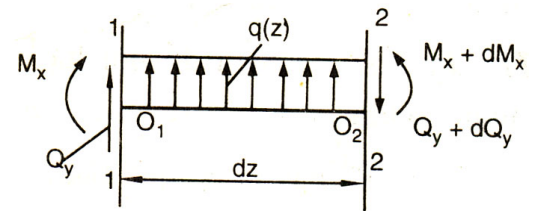
Xét cân bằng phân tử trên ta được

$$\sum Y = -Q_y - q(z)dz + (Q_y + dQ_y) = 0$$

$$\sum M_{O_2} = -Q_y dz - M_x + q(z) \frac{dz^2}{2} + (M_x + dM_x) = 0$$

Bỏ qua lượng vô cùng bé bậc cao $q(z) \frac{(dz)^2}{2}$ từ các phương

trình trên ta được:



Hình 1.12b

$$\begin{cases} \frac{dQ_y}{dz} = q(z) \\ \frac{dM_x}{dz} = Q_y \\ \frac{d^2 M_x}{dz^2} = q(z) \end{cases} \quad (1-5)$$

Người ta có thể sử dụng mối quan hệ trên để vẽ, kiểm tra biểu đồ nội lực.

1.4.8 Phân loại biến dạng của thanh theo nội lực.

Người ta dựa vào sự tồn tại của các thành phần nội lực trên mặt cắt ngang của thanh mà phân ra trường hợp biến dạng của nó như sau:

- Chỉ có lực dọc $N_z \neq 0$ thanh chịu kéo (nén) đúng tâm
- Chỉ có mômen xoắn $M_z \neq 0$ thanh chịu xoắn thuần túy
- Chỉ có Q_x hoặc Q_y khác không thanh chịu biến dạng cắt
- Chỉ có mômen uốn $M_x \neq 0$ hoặc $M_y \neq 0$ thanh chịu uốn thuần túy
- Chỉ có $Q_y \neq 0$ và $M_x \neq 0$ (hoặc $Q_x \neq 0$ và $M_y \neq 0$) thanh chịu uốn ngang phẳng

Nếu số thành phần nội lực trên mặt cắt ngang nhiều hơn so với các trường hợp trên ta nói thanh chịu lực phức tạp. Đối với các trường hợp chịu lực phức tạp này ta sẽ trở lại ở phần sau.

1.5. ỨNG SUẤT

1.5.1. Khái niệm về ứng suất.

Xét mặt cắt ngang 1-1 thuộc phần A (mục 1.4.2) trên mặt cắt ngang lấy một điểm K(x, y) và lấy xung quanh điểm đó 1 diện tích ΔF rất nhỏ (hình 1.14). Tại mọi điểm của ΔF đều có nội lực. Hợp lực của nội lực trên ΔF là một véc tơ $\vec{\Delta P}$

Tỉ số $\frac{\vec{\Delta P}}{\Delta F}$ được gọi là ứng suất trung bình tại điểm K và

kí hiệu là $\vec{P}_{tb}$

$$\Rightarrow \vec{P}_{tb} = \frac{\vec{\Delta R}}{\Delta F}$$

Giới hạn của tỷ số này khi $\Delta F \rightarrow 0$ được kí hiệu là $\vec{P}$ gọi là ứng suất tại điểm K

$$\vec{p} = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\vec{\Delta R}}{\Delta F}$$

Như vậy, ứng suất là lực phân bố diện tích Thứ nguyên của ứng suất là [Lực / chiều dài ²] và thường được đo bằng đơn vị [N/mm², KN/cm², MN/m²].

Phân tích $\vec{P}$ thành các thành phần theo ba phương của hệ trục tọa độ: Thành phần theo phương pháp tuyến Oz được gọi là ứng suất pháp và kí hiệu là $\vec{\sigma}$, hai thành phần theo phương x, y được gọi là ứng suất tiếp là $\vec{\tau}_{zx}, \vec{\tau}_{zy}$

Như vậy tại một điểm xác định trên một mặt cắt xác định nói chung có ba thành phần ứng suất

1.5.2. Quy ước dấu của các thành phần ứng suất

$\vec{\sigma}$: ứng suất pháp, được quy ước dấu như lực dọc N_z

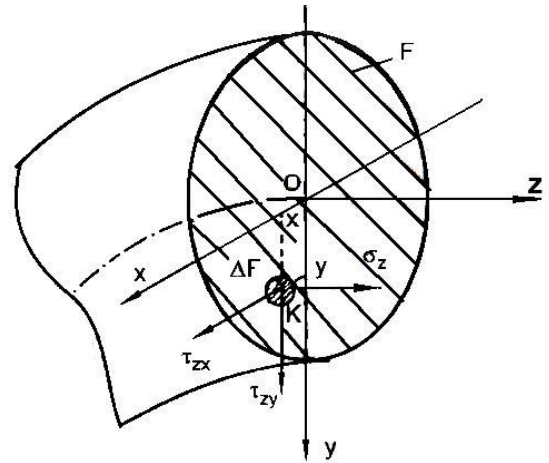
$\vec{\tau}_{zx}$: ứng suất tiếp, được quy ước dấu như lực cắt Q_x

$\vec{\tau}_{zy}$: ứng suất tiếp, được quy ước dấu như lực cắt Q_y

1.5.3. Quan hệ giữa các thành phần ứng suất và các thành phần nội lực

Xung quanh điểm K lấy một vi phân diện tích dF , ta thiết lập được mối quan hệ giữa các thành phần ứng suất và các thành phần nội lực trên một mặt cắt như sau:

$$\begin{aligned} \int_F \sigma_z dF &= N_z & \int_F \sigma_z y dF &= M_x \\ \int_F \tau_{zx} dF &= Q_x & \int_F \sigma_z x dF &= M_y \end{aligned} \quad (1-6)$$



Hình 1.13

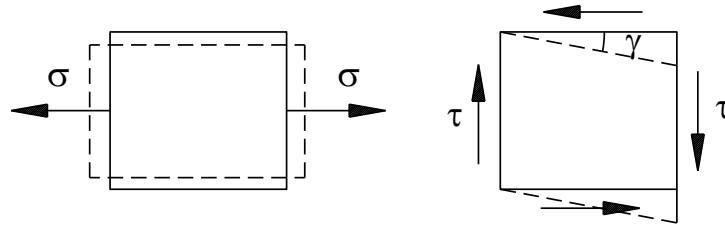
$$\int_F \tau_{zy} dF = Q_y$$

$$\int_F (\tau_{zx} y - \tau_{zy} x) dF = M_z$$

Trong tính toán ta sẽ dùng mối quan hệ trên để xác định ứng suất

1.5.4 Mối quan hệ giữa ứng suất và biến dạng

Thành phần ứng suất pháp gây nên biến dạng dài, còn thành phần ứng suất tiếp gây nên biến dạng góc.



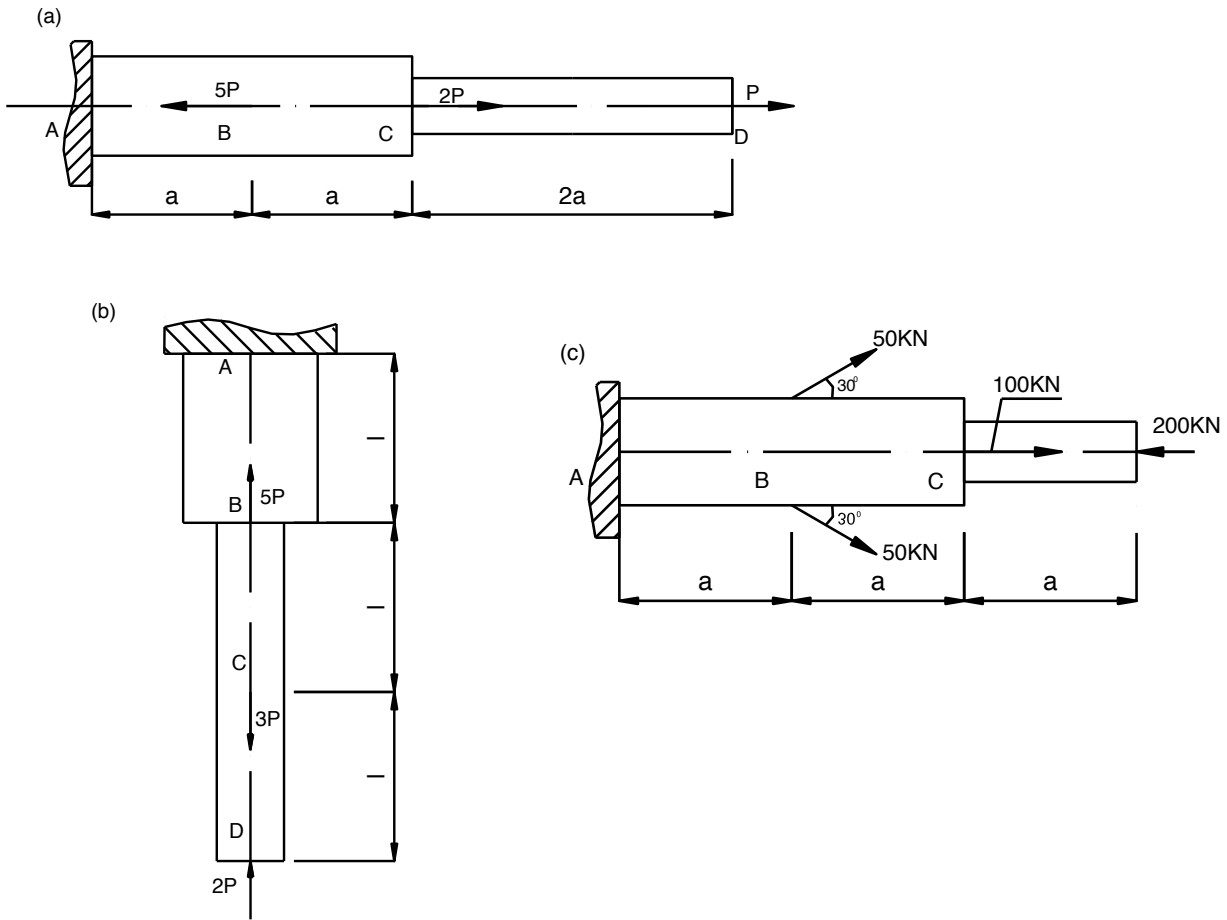
Hình 1.14

Câu hỏi ôn tập

- 1.1 Nêu nhiệm vụ và đối tượng của môn học
- 1.2 Để làm việc an toàn, các chi tiết máy, bộ phận công trình phải đảm bảo những yêu cầu gì ? cho ví dụ minh họa
- 1.3 Trình bày các giả thuyết cơ bản của môn học. Sự cần thiết và ứng dụng của các giả thuyết đó trong các nghiên cứu của môn SBVL như thế nào? Cho ví dụ minh họa
- 1.4 Phân biệt tải trọng và phản lực liên kết, các loại liên kết thường gặp và cách xác định phản lực liên kết.
- 1.5 Nêu định nghĩa và cách xác định nội lực, cho ví dụ minh họa
- 1.6 Có bao nhiêu thành phần nội lực trên mặt cắt ngang ? Nêu kí hiệu, tên gọi, qui ước dấu và cách xác định chúng. Vẽ hình minh họa. Bài toán phẳng ,trên mặt cắt ngang sẽ tồn tại những thành phần nội lực nào? cho ví dụ
- 1.7 Khái niệm về biểu đồ nội lực, trình tự vẽ biểu đồ nội lực. Nêu các kết luận giúp ta vẽ nhanh biểu đồ nội lực và kiểm tra được biểu đồ đã vẽ
- 1.8 Phân biệt giữa ứng suất và các thành phần nội lực trên mặt cắt ngang, ứng suất là loại lực phân bố nào? Thứ nguyên, đơn vị, qui ước dấu và mối quan hệ giữa ứng suất và biến dạng
- 1.9 Trình bày khái niệm về biến dạng, chuyển vị. Nêu đặc trưng về biến dạng

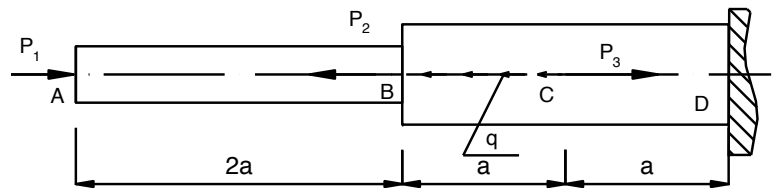
BÀI TẬP

Bài 1: Vẽ biểu đồ nội lực cho các thanh sau

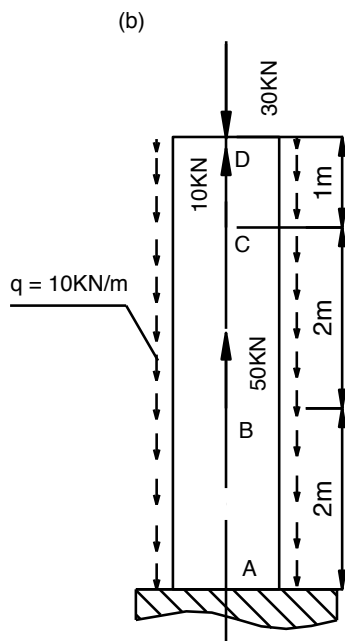


Bài 2: Vẽ biểu đồ nội lực cho các thanh sau

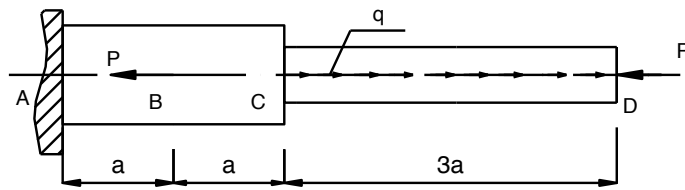
a, Cho $P_1 = 20 \text{ kN}$, $P_2 = 15 \text{ kN}$
 $P_3 = 10 \text{ kN}$, $q = 20 \text{ kN/m}$,
 $a = 1 \text{ m}$



b,



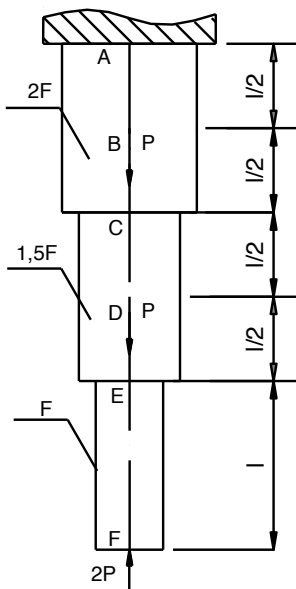
c, Cho $P = 50 \text{ KN}$, $q = 20 \text{ KN/m}$, $a = 1 \text{ m}$



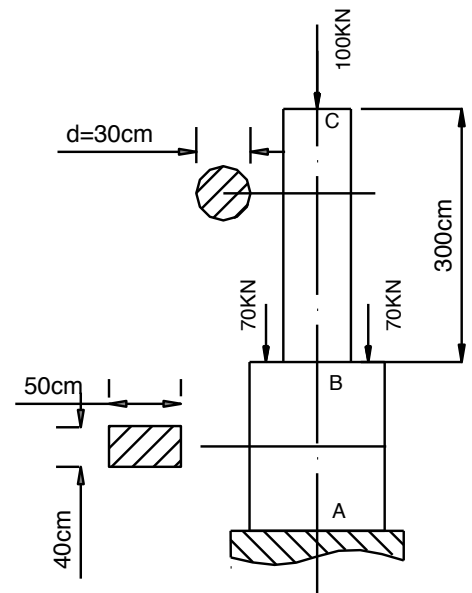
Bài 3:

Vẽ biểu đồ nội lực cho thanh sau.
 Khi vẽ tính đến trọng lượng bản thân thanh. Biết trọng lượng riêng của vật liệu thanh là γ

a, Cho $P = \gamma Fl$

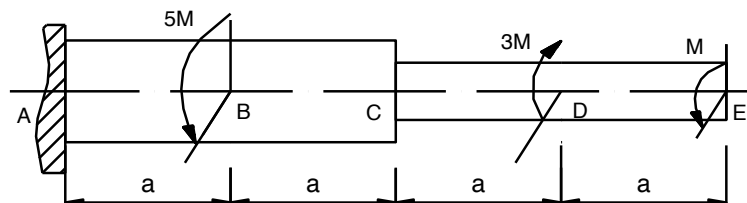


b, cho $\gamma = 80 \text{ KN/m}^3$

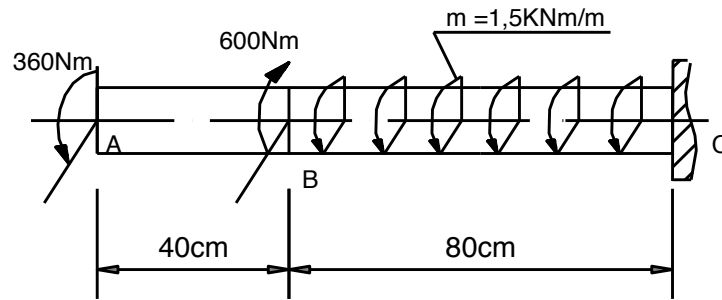


Bài 4: Vẽ biểu đồ nội lực cho trục sau

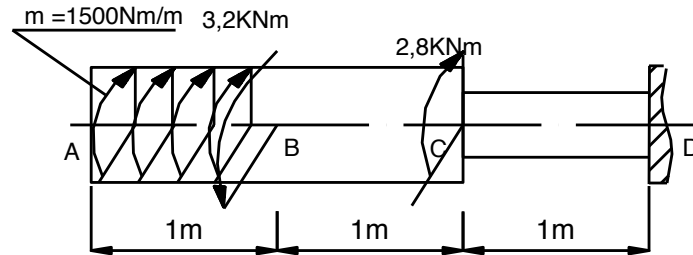
a,



b,



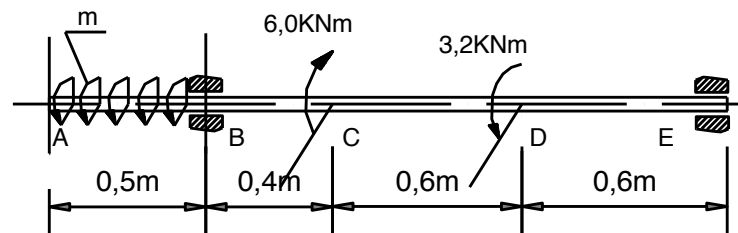
c,



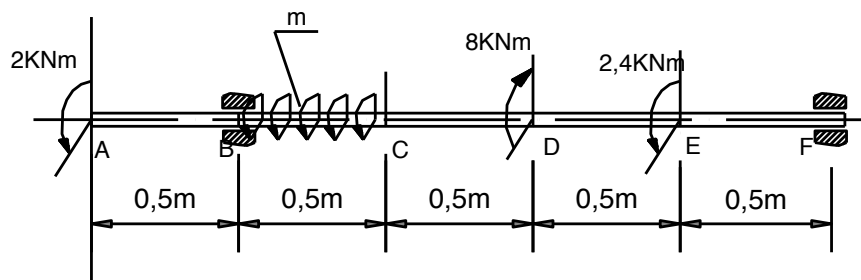
Bài 5:

- Xác định giá trị của m để trục cân bằng
- Với trị số m đã xác định, vẽ biểu đồ nội lực

a,

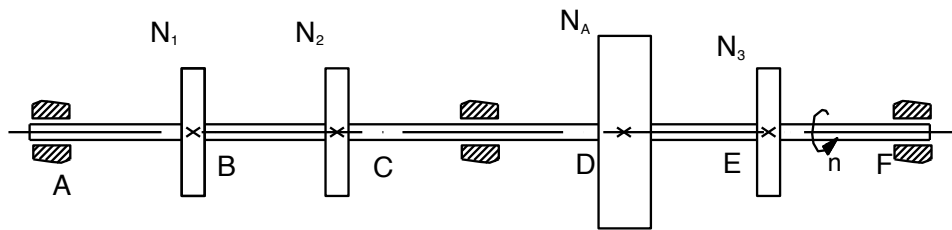


b,

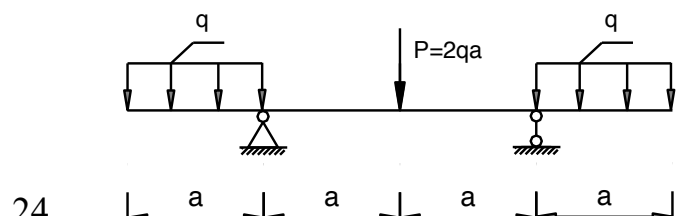
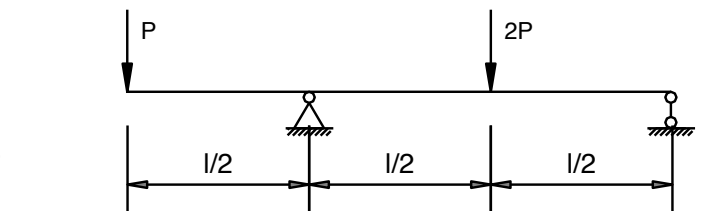
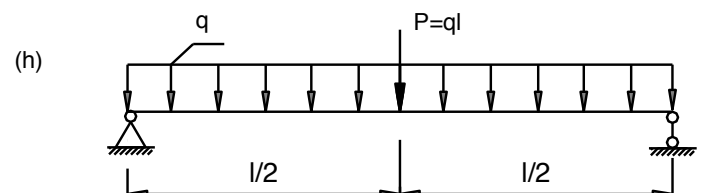
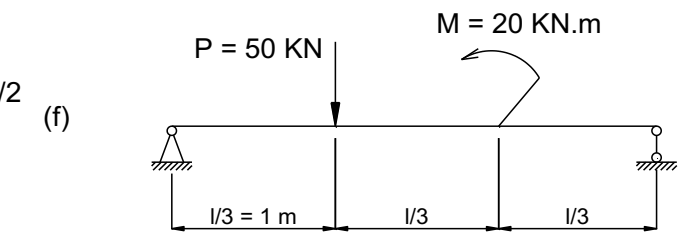
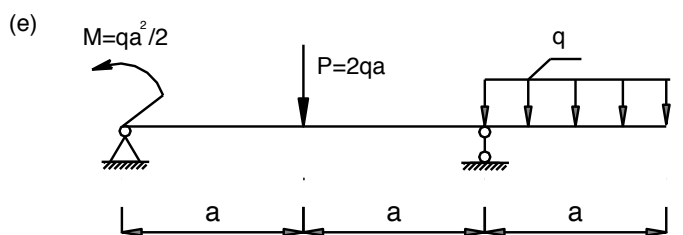
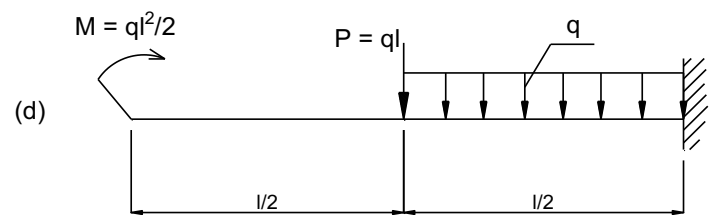
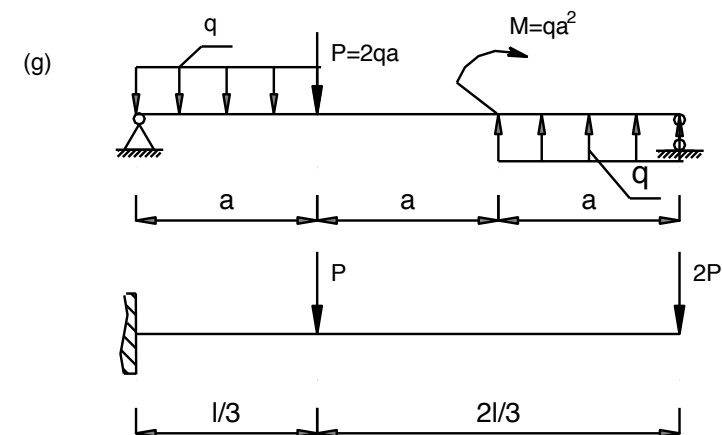
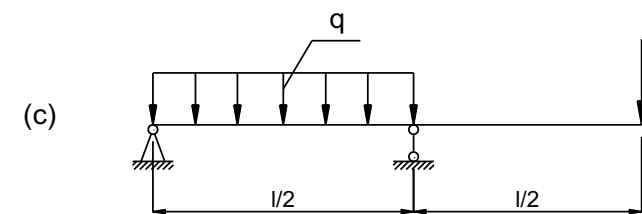
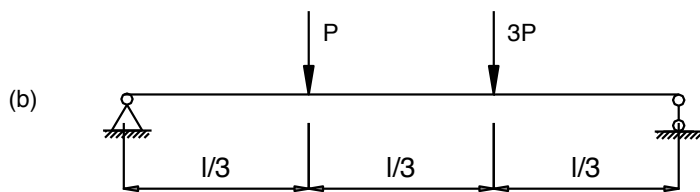
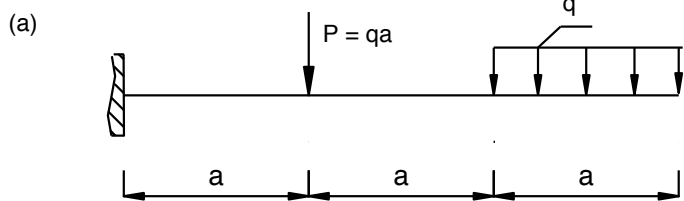


Bài 6: Vẽ biểu đồ nội lực cho trục truyền động. Biết $n = 840$ vòng/phút
A là bánh chủ động. Công suất của các bánh răng:

- $N_1 = 20$ KW
- $N_2 = 15$ KW
- $N_3 = 25$ KW
- $N_A = 60$ KW



Bài 7: Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm sau



Chương 2: KÉO NÉN ĐÚNG TÂM THANH THẲNG

2.1. KHÁI NIỆM

Một thanh được gọi là chịu kéo hoặc nén đúng tâm là thanh mà trên mọi mặt cắt ngang của thanh chỉ tồn tại một thành phần nội lực là lực dọc N_z .

Nếu $N_z > 0$ thì thanh chịu kéo.

Nếu $N_z < 0$ thì thanh chịu nén.

Ví dụ: Cột trụ chịu nén bởi trọng lượng bản thân, dây cáp cần trục chịu kéo khi nâng hàng, các cột chịu nén bởi tải trọng đè lên nó, các thanh ở kết cấu dàn khi tải trọng đặt tại các mắt dàn...

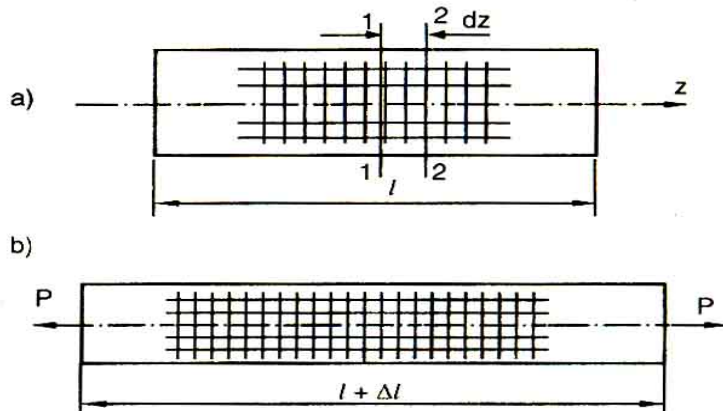
2.2 ỨNG SUẤT TRÊN MẶT CẮT NGANG

a. Giả thuyết về biến dạng của thanh

Để nghiên cứu, ta xét một thanh thẳng có mặt cắt ngang không đổi. Kẻ lên bề mặt của thanh những đường song song và vuông góc trục thanh tượng trưng cho các thớ dọc và mặt cắt ngang của thanh.

Quan sát ta thấy :

- Các đường song song với trục vẫn thẳng và song song với trục thanh, chúng giãn dài ra những đoạn bằng nhau.
- Các đường vuông góc với trục thanh vẫn thẳng và vuông góc trục thanh.



Hình 2.1

Trên cơ sở quan sát này, có thể nêu hai giả thuyết sau :

1) Giả thuyết về mặt cắt ngang (giả thuyết Becnuli)

Các mặt cắt ngang của một thanh thẳng trong quá trình chịu kéo hoặc nén đúng tâm luôn luôn phẳng và vuông góc với trục thanh.

2) Giả thuyết về các thớ dọc

Các thớ dọc của một thanh thẳng trong quá trình chịu kéo hoặc nén đúng tâm không đẩy nhau và không ép lên nhau.

Ngoài ra ta coi vật liệu của thanh còn làm việc trong miền đàn hồi

Với các giả thuyết trên có thể kết luận như sau:

- Trên mặt cắt ngang của thanh không có ứng suất tiếp, chỉ có ứng suất pháp

- Ứng suất pháp trên mặt cắt ngang phân bố đều hay nói một cách khác là ứng suất pháp tại mọi điểm trên một mặt cắt ngang là bằng nhau.

b. Xây dựng công thức tính ứng suất:

Từ giả thuyết 1 ta thấy không tồn tại ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang.

Từ giả thuyết 2 ta thấy không tồn tại ứng suất pháp trên mặt cắt dọc trục ($\sigma_x = \sigma_y = 0$).

Vậy trên mặt cắt ngang chỉ tồn tại một thành phần ứng suất pháp là σ_z . Xét ứng suất tại điểm A bất kỳ trên một mặt cắt ngang nào đó, từ (1-6) ta có $\int_F \sigma_z dF = N_z$ Khi vật liệu làm việc trong giới hạn đàn

hồi. Theo định luật Hooke : $\sigma_z = E \varepsilon_z$ (2-1)

Trong đó E là môđun đàn hồi khi kéo (nén), nó phụ thuộc vào vật liệu và được xác định bằng thực nghiệm.

Ví dụ:

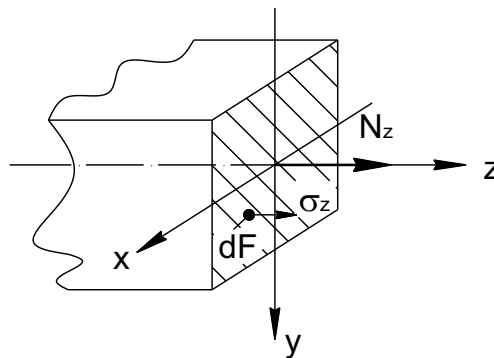
Thép cacbon : $E = (1,8 \div 2,1) \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$

đồng : $E = (1 \div 1,2) \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$

nhôm: $E = (0,7 \div 0,8) \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$

gỗ : $E = (0,08 \div 0,12) \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$

Từ giả thiết 1 ta thấy ε_z là hằng số tại mọi điểm trong mặt cắt ngang nên σ_z cũng là hằng số tại mọi điểm trên mặt cắt ngang:



Hình 2.2

Ta có:

$$N_z = \int_F \sigma_z dF = \sigma_z \int_F dF = \sigma_z \cdot F$$

Hay
$$\sigma_z = \frac{N_z}{F} \quad (2-2)$$

Trong đó F là diện tích mặt cắt ngang chứa điểm cần tính ứng suất.

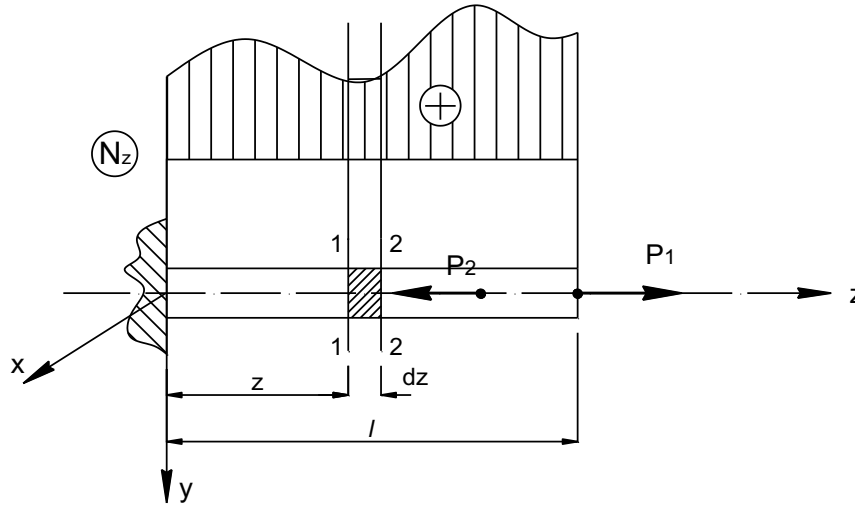
Biểu đồ phân bố ứng suất σ_z : Được vẽ dọc theo trục thanh ứng suất pháp trên mọi mặt cắt ngang được biểu thị bởi tung độ trên biểu đồ.

2.3. BIẾN DẠNG VÀ CHUYỂN VỊ CỦA THANH CHỊU KÉO NÉN ĐÚNG TÂM .

2.3.1 Biến dạng : khi chịu lực thanh kéo nén đúng tâm chỉ có biến dạng dài

2.3.1.1 Biến dạng dọc ε_z :

Xét phân tố giới hạn bởi 2 mặt cắt (1-1) và (2-2) cách nhau một khoảng vô cùng nhỏ dz .



Hình 2.3

Từ công thức của định luật Huk $\sigma_z = E \cdot \varepsilon_z$ (2-1)

$$\text{Ta có } \varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} \text{ hay } \varepsilon_z = \frac{N_z}{EF} \quad (2-3)$$

Như vậy biến dạng càng nhỏ khi EF càng lớn. Vì vậy EF được gọi là độ cứng của thanh chịu kéo (nén).

2.3.1.2 Biến dạng ngang $\varepsilon_x, \varepsilon_y$

Có thể nhận thấy ε_z và $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ có dấu ngược nhau. Các nghiên cứu thực nghiệm cho thấy độ lớn của hai loại biến dạng này tỷ lệ với nhau theo biểu thức: $\varepsilon_x = \varepsilon_y = -\mu \cdot \varepsilon_z$ (2.4)

Trong đó μ là hệ số tỷ lệ phụ thuộc vào vật liệu và được gọi là hệ số Poatxông. Với mọi loại vật liệu, giá trị μ nằm trong khoảng $0 \leq \mu \leq 0,5$

Ví dụ:

Thép : $\mu = 0,25 \div 0,33$

Đồng : $\mu = 0,31 \div 0,34$

Bê tông : $\mu = 0,08 \div 0,18$

Cao su : $\mu = 0,47$

2.3.2. Độ co (dãn) của thanh (Δl) :

Khi thanh chịu kéo nén đúng tâm thì chiều dài l của thanh sẽ dãn dài hoặc co ngắn lại một lượng Δl .

$$\text{Từ biểu thức } \varepsilon_z = \frac{\Delta dz}{dz} \text{ ta có } \Delta dz = \varepsilon_z \cdot dz \text{ hay } \Delta dz = \frac{N_z}{E} dz \quad (2.5)$$

- Trường hợp tổng quát: Khi thanh có nhiều đoạn và trên mỗi đoạn lực dọc N_z , độ cứng EF biến thiên liên tục

$$\Delta l = \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \left(\frac{N_z}{EF} \right)_i dz \quad (2.6)$$

Trong đó: n là số đoạn thanh

l_i là chiều dài đoạn thanh thứ i

- Trường hợp riêng: Khi thanh có nhiều đoạn và trên mỗi đoạn thanh lực dọc N_z và độ cứng EF là hằng số

$$\Delta l = \sum_{i=1}^n \left(\frac{N_z l_i}{EF} \right)_i$$

2.3.3. Chuyển vị của mặt cắt ngang :

Khi thanh chịu kéo (nén) đúng tâm, trục của thanh vẫn thẳng, chỉ có các mặt cắt ngang chuyển vị tịnh tiến dọc trục. Tại mặt cắt ngang có tọa độ z thì chuyển vị của nó kí hiệu là Δ_z .

Trong một số bài toán, sau khi đã biết biến dạng, có thể tìm được chuyển vị một cách đơn giản bằng công thức tính Δl và các quan hệ hình học trên hình vẽ.

Thí dụ 1: Hãy vẽ biểu đồ lực dọc, ứng suất, biến dạng dọc và tính độ co giãn của thanh (hình 2.4)

Do thanh có một đầu tự do nên không cần phải xác định phản lực liên kết.

Để xác định N_z và σ_z ta chia thanh thành ba đoạn AB, BC, CD và lần lượt xét từng đoạn.

- Đoạn AB (i=1) và $0 \leq z \leq a$

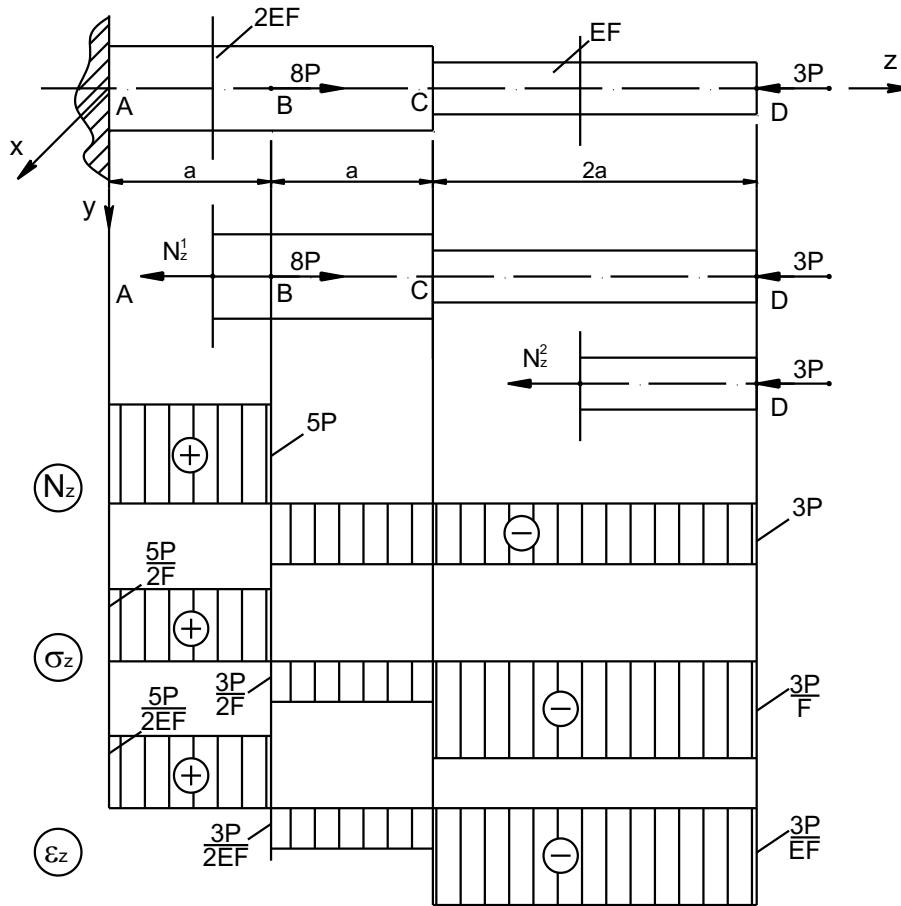
$$N_z^1 = 8P - 3P = 5P$$

$$\sigma_z^1 = \frac{N_z^1}{F_1} = \frac{5P}{2F} \quad ; \quad \varepsilon_z^1 = \frac{\sigma_z^1}{E} = \frac{5P}{2EF}$$

- Đoạn BC (i=2), $a \leq z \leq 2a$

$$N_z^2 = -3P$$

$$\sigma_z^2 = -\frac{3P}{2F} \quad ; \quad \varepsilon_z^2 = \frac{-3P}{2EF}$$



Hình 2.4

- Đoạn CD ($i=3$), $2a \leq z \leq 4a$

$$N_z^3 = -3P$$

$$\sigma_z^3 = -\frac{3P}{F} \quad ; \quad \varepsilon_z^2 = \frac{-3P}{2EF}$$

Biểu đồ chuyển vị được vẽ dựa vào công thức tính

$$\Delta l = \sum_{i=1}^3 \left(\frac{N_z l}{EF} \right)_i = \left(\frac{N_z l}{EF} \right)^{AB} + \left(\frac{N_z l}{EF} \right)^{BC} + \left(\frac{N_z l}{EF} \right)^{CD}$$

$$= \frac{5Pa}{2EF} + \frac{-3Pa}{2EF} + \frac{-3P \cdot 2a}{EF}$$

$$= -\frac{10Pa}{2EF} = -\frac{5Pa}{EF} \quad (\text{Dấu - chứng tỏ chiều dài thanh bị co ngắn lại})$$

Các biểu đồ được vẽ như ở hình 2.4

2.4. ĐẶC TRƯNG CƠ HỌC CỦA VẬT LIỆU

Đặc trưng cơ học vật liệu là các thông số chỉ ra khả năng chịu lực và biến dạng của vật liệu trong từng trường hợp chịu lực cụ thể.

Để hiểu rõ bản chất cơ học và quá trình biến dạng của vật liệu khi chịu lực, người ta tiến hành thí nghiệm kéo, nén đối với các loại vật liệu khác nhau cho đến lúc vật liệu bị phá hủy. Căn cứ vào tính chất làm việc và biến dạng, ta chia vật liệu thành hai loại:

- Vật liệu dẻo: Là loại vật liệu khi có biến dạng khá lớn mới bị phá hoại. Ví dụ như thép, đồng, nhôm dẻo vv...

- Vật liệu giòn: Là loại vật liệu bị phá hoại ngay khi biến dạng còn rất bé. Ví dụ như gang, bê tông vv...

Ta sẽ lần lượt nghiên cứu từng loại vật liệu:

2.4.1. Thí nghiệm kéo

2.4.1.1 Mẫu thí nghiệm: Có dạng hình trụ như hình 2.4. Chiều dài làm việc là l_0 đường kính ban đầu là d_0 nên diện tích mặt cắt ngang là $F_0 = \frac{\pi d_0^2}{4}$. Hình dáng kích thước và điều kiện gia công mẫu phải theo TCVN.

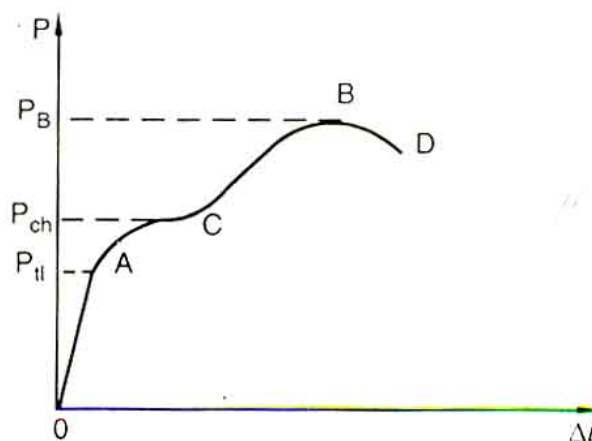
2.4.1.2. Tiến hành thí nghiệm

Lắp mẫu vào máy và tiến hành kéo. Tăng dần lực kéo từ 0 đến giá trị P nào đó. Tương ứng với mỗi giá trị lực kéo P ta đo biến dạng ghi một giá trị Δl .

2.4.1.3. Biểu đồ kéo: Biểu thị lực và biến dạng

a. Mẫu làm bằng vật liệu dẻo:

Biểu đồ kéo vật liệu dẻo thể hiện trên hình 2.5 Quá trình chịu lực của vật liệu chia làm ba giai đoạn:



H×nh 2.5

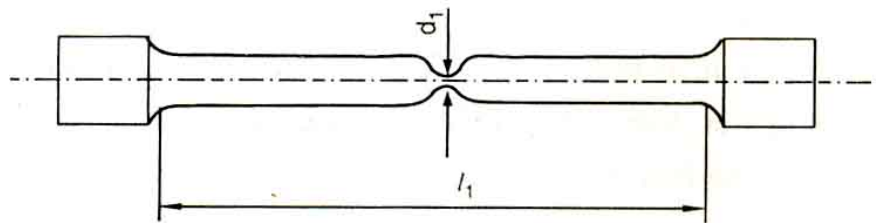
- Giai đoạn tỷ lệ (giai đoạn đàn hồi): Biểu diễn bằng đoạn thẳng OA là giai đoạn tương quan giữa Δl và P là đường bậc nhất, vật liệu làm việc tuân theo định luật. Lực lớn nhất trong giai đoạn này

là P_{tl} . Tương ứng với P_{tl} ta có giới hạn chảy $\sigma_{tl} = \frac{P_{tl}}{F_0}$

- Giai đoạn chảy: Biểu diễn bởi đường AB gần như nằm ngang. Trong giai đoạn này lực tăng không đáng kể nhưng biến dạng tăng nhanh. Lực lớn nhất ở giai đoạn này là P_{ch} . Tương ứng với P_{ch} ta có giới hạn chảy $\sigma_{ch} = \frac{P_{ch}}{F_0}$

- Giai đoạn củng cố: Biểu diễn bởi đường cong BC. Trong giai đoạn, tốc độ biến dạng tăng nhanh. Lực lớn nhất ở giai đoạn này là P_b . Tương ứng với P_b ta có giới hạn chảy $\sigma_b = \frac{P_b}{F_0}$

Nếu quan sát quá trình biến dạng của mẫu ta thấy rằng: trong suốt quá trình tăng lực từ O đến P_B tất cả các mặt cắt ngang đều thu hẹp lại như nhau, điều đó chứng tỏ vật liệu ở mọi nơi làm việc là như nhau. Khi lực đạt đến P_B thì tại một mặt cắt nào đó trên mẫu xuất hiện một chỗ thắt lại, và mẫu bị đứt ở mặt cắt này. (hình 2.6)



H×nh 2.6

* Các đặc trưng cho tính bền của vật liệu: σ_{tl} , σ_{ch} , σ_b

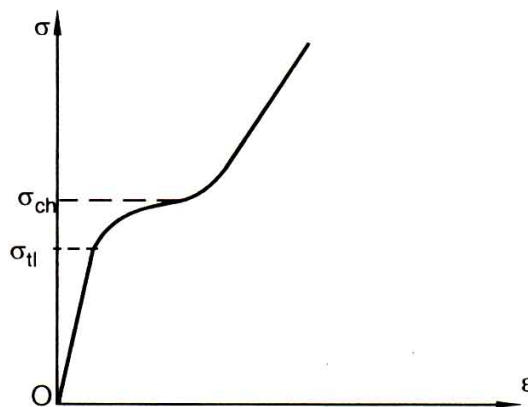
* Các đặc trưng cho tính dẻo của vật liệu: δ , ψ

Trong đó:

δ là biến dạng dài tỷ đối $\delta = \frac{l_1 - l_0}{l_0} \cdot 100\%$ với l_1 là chiều dài mẫu sau khi đứt

ψ là độ thắt tỷ đối $\psi = \frac{F_0 - F_1}{F_0} \cdot 100\%$ với F_1 là diện tích mặt cắt ngang tại chỗ bị đứt.

Từ biểu thức $P - \Delta l$ ta có thể suy ra biểu đồ $\sigma - \epsilon$ như trên hình 2.7. Tương ứng với P_{tl} , P_{ch} , P_b là σ_{tl} , σ_{ch} , σ_b .



Hình 2.7

b. Mẫu làm bằng vật liệu giòn

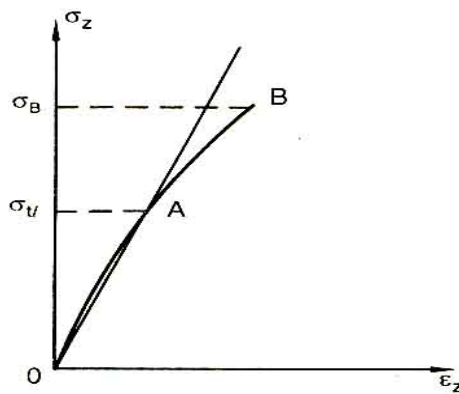
Biểu đồ kéo vật liệu giòn được biểu diễn như trên hình 2.6. Biểu đồ là một đường cong có độ cong bé, kết thúc tại điểm B khi mẫu bị đứt. Vật liệu giòn không có giới hạn tỉ lệ và giới hạn chảy mà chỉ có giới hạn bền.

$$\sigma_B = \frac{P_B}{F_0} \quad (2-14)$$

Trị số σ_B của vật liệu giòn khi kéo rất thấp so với σ_B của vật liệu dẻo.

Tuy vật liệu giòn không có giới hạn đàn hồi nhưng ta cũng có thể quy ước một giai đoạn đàn hồi nào đấy, thí dụ như đoạn OA trên biểu đồ và trị số ứng suất lớn nhất ở đây là giới hạn tỉ lệ quy ước, và coi như trong giai đoạn OA này biểu đồ là một đường thẳng.

Đặc trưng cơ học của vật liệu giòn khi kéo là σ_b^k .



H×nh 2.8

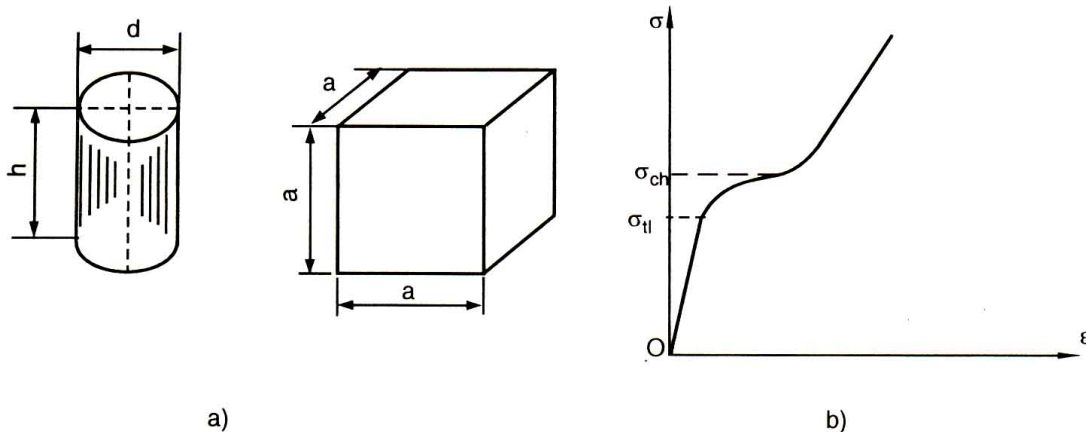
2.4.2 Thí nghiệm nén

2.4.2.1 Mẫu thí nghiệm: Có dạng hình trụ tròn có $h = (1 \div 2)d$ (với mẫu bằng gang, thép) Có dạng khối lập phương (với mẫu bằng bê tông).

2.4.2.2 Tiến hành thí nghiệm: Lắp mẫu vào máy và tiến hành nén.

2.4.2.3 Biểu đồ nén:

a. Vật liệu dẻo: Biểu đồ nén vật liệu dẻo được biểu diễn trên hình 2.9b. Qua biểu đồ ta thấy quá trình chịu lực của vật liệu cũng trải qua ba giai đoạn: giai đoạn đàn hồi, giai đoạn chảy, giai đoạn củng cố. Ta cũng có đặc trưng giới hạn tỉ lệ, giới hạn chảy nhưng giới hạn bền thì không xác định được vì càng nén, mẫu càng phình to ngang nên càng tăng khả năng chịu nén. Hình dáng của mẫu thường có dạng như hình trống (hình 2.9a). Sở dĩ có hình dáng như vậy là do các lực ma sát ở mặt trên và dưới tiếp xúc với bộ phận nén của máy làm cản trở sự phình ngang ở hai đầu của mẫu. Nếu ta triệt tiêu được ma sát ở hai đầu mẫu thì hình dáng của mẫu sẽ là hình trụ.



H×nh 2.9

Các đặc trưng cơ học của vật liệu dẻo là σ_{tl} và σ_{ch} . Thực nghiệm cho thấy các giá trị này khi kéo và khi nén tương ứng như nhau. Vì vậy có thể nói khả năng chịu kéo và chịu nén của vật liệu dẻo là như nhau.

b) Vật liệu giòn

Đối với vật liệu giòn thì biểu đồ khi nén cũng giống như khi kéo (hình 2.10). Khi lực đạt đến P_B thì mẫu sẽ bị phá hoại và ta cũng có giới hạn bền được tính theo công thức:

$$\sigma_B = \frac{P_B}{F_0} \quad (2-15)$$

Đặc trưng cơ học của vật liệu giòn khi chịu nén là σ_b^n . Thực nghiệm cho thấy σ_b^n lớn hơn rất nhiều so với σ_b^k . Vì vậy có thể nói vật liệu giòn chịu kéo tốt hơn chịu nén.

2.5. TÍNH TOÁN THANH CHỊU KÉO (NÉN) ĐÚNG TÂM

2.5.1. Ứng suất nguy hiểm - Ứng suất cho phép :

2.5.1.1 Ứng suất nguy hiểm: σ_0

Ta gọi σ_0 là ứng suất nguy hiểm, là trị số ứng suất mà ứng với nó vật liệu được xem là bị phá hoại.

Đối với vật liệu giòn: $\sigma_0 = \sigma_B$

Đối với vật liệu dẻo: $\sigma_0 = \sigma_{ch}$

2.5.1.2. Hệ số an toàn: n

Khi tính toán để thiết kế, chế tạo và sử dụng các kết cấu do có nhiều yếu tố ảnh hưởng đến sự an toàn của nó mà chưa đề cập hết được, ví dụ như: vật liệu không hoàn toàn đồng chất, không hoàn toàn đẳng hướng và liên tục, tải trọng tác dụng lên cơ cấu có thể vượt quá tải trọng cho phép, thời gian làm việc tạm thời hay lâu dài vv... Vì vậy, người ta xác định một trị số an toàn $n > 1$. Hệ số an toàn n biểu thị mức độ dự trữ về khả năng chịu lực.

Biểu thức tính: $n = n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot n_4 \dots$

Mỗi hệ số n_i kể đến ảnh hưởng của một yếu tố. Việc chọn hệ số an toàn có một ý nghĩa rất lớn không những về kỹ thuật mà cả về kinh tế. Do đó hệ số an toàn thường là do Nhà nước hay Hội đồng kỹ thuật chuyên ngành quy định.

2.5.1.3. Ứng suất cho phép: $[\sigma]$

Là trị số ứng suất được coi là giới hạn an toàn của bộ phận công trình, chỉ tiết máy khi tính toán.

Biểu thức tính $[\sigma] = \frac{\sigma_0}{n}$ vì $n > 1$ nên $[\sigma] < \sigma_0$

2.5.2. Điều kiện bền của thanh chịu kéo (nén) đúng tâm

Để thanh làm việc an toàn, ứng suất trong thanh không được vượt quá ứng suất cho phép.

- ứng suất lớn nhất trong thanh:

$$\sigma_{z\max}^k = \left(\frac{N_z}{F} \right)_{\max}^+ \quad (\text{ứng suất kéo lớn nhất})$$

$$\sigma_{z\max}^n = \left(\frac{N_z}{F} \right)_{\max}^- \quad (\text{ứng suất nén lớn nhất})$$

- ứng suất cho phép:

$$\text{Vật liệu dòn: } [\sigma]_k = \frac{\sigma_0^k}{n} = \frac{\sigma_b^k}{n}; [\sigma]_n = \frac{\sigma_0^n}{n} = \frac{\sigma_b^n}{n}$$

$$\text{Vật liệu dẻo: } [\sigma]_k = [\sigma]_n = [\sigma] = \frac{\sigma_0}{n} = \frac{\sigma_{ch}}{n}$$

Vậy biểu thức của điều kiện bền là:

$$\text{Vật liệu giòn: } \begin{cases} \sigma_{z\max}^k \leq [\sigma]_k \\ \sigma_{z\max}^n \leq [\sigma]_n \end{cases}$$

$$\text{Vật liệu dẻo } |\sigma_z|_{\max} \leq [\sigma]$$

Từ điều kiện bền ta có ba bài toán cơ bản.

2.5.3. Điều kiện cứng

Để thanh làm việc an toàn thì biến dạng, chuyển vị phát sinh trong thanh không được vượt quá trị số cho phép. Biểu thức của điều kiện độ cứng được thể hiện một trong các dạng sau:

Theo biến dạng tỷ đối:

$$|\varepsilon_z|_{\max} = \left| \left(\frac{N_z}{EF} \right) \right|_{\max} \leq [\varepsilon] \quad ([\varepsilon]: \text{Biến dạng dọc cho phép}) \quad (2-23)$$

Theo độ co giãn toàn thanh:

$$|\Delta l| \leq [\Delta l] \quad ([\Delta l]: \text{Độ co giãn cho phép})$$

Theo chuyển vị mặt cắt ngang:

$$\Delta_z^K \leq [\Delta] \quad ([\Delta]: \text{Chuyển vị cho phép})$$

Từ điều kiện cứng ta có ba bài toán cơ bản.

2.5.4. Ba bài toán cơ bản tính toán thanh chịu kéo (nén) đúng tâm theo điều kiện bền và điều kiện cứng

a/ *Bài toán kiểm tra*: Yêu cầu kiểm tra xem thanh có thỏa mãn đủ bền và đủ độ cứng hay không.

Trình tự giải:

- Vẽ biểu đồ nội lực N_z , biểu đồ ứng suất σ_z .
- Từ biểu đồ ứng suất $\sigma_z \rightarrow$ xác định được mặt cắt nguy hiểm là mặt cắt có ứng suất
- Thay các trị số vào điều kiện bền, so sánh và kết luận về bền
- Tính biến dạng lớn nhất (hoặc Δl , hoặc chuyển vị).
- Thay các trị số vào điều kiện cứng, so sánh và kết luận về cứng.

b) *Bài toán xác định tải trọng cho phép*

Yêu cầu xác định trị số lớn nhất của tải trọng cho phép đặt lên kết cấu mà thanh vẫn đảm bảo điều kiện bền và điều kiện cứng

Trình tự giải

- Bước 1: Xác định và vẽ biểu đồ lực dọc, biểu đồ ứng suất và biểu đồ biến dạng thông qua tham số của tải trọng
- Bước 2: Từ các biểu đồ ta xác định được vị trí các mặt cắt nguy hiểm là mặt cắt có ứng suất lớn nhất và biến dạng lớn nhất.
- Bước 3: Xác định tải trọng cho phép từ điều kiện bền và điều kiện cứng
- Bước 4: Ta chọn kết quả nhỏ hơn làm kết quả chung cho bài toán

c/ *Bài toán chọn kích thước mặt cắt ngang*

Yêu cầu phải xác định được diện tích cần thiết của mặt cắt ngang sao cho thanh đạt được yêu cầu về độ bền, độ cứng đồng thời tiết kiệm vật liệu thanh

Trình tự giải:

- Bước 1: Xác định và vẽ biểu đồ, nội lực, ứng suất và biến dạng: từ đó xác định được vị trí các mặt cắt nguy hiểm
- Bước 2: Xác định kích thước mặt cắt ngang từ điều kiện bền

$$\sigma_{z\max} = \left(\frac{N_z}{F} \right)_{\max} \leq [\sigma]$$

Ta rút ra: $F \geq \left(\frac{N_z}{[\sigma]} \right)$

Từ diện tích F ta tìm được kích thước mặt cắt ngang

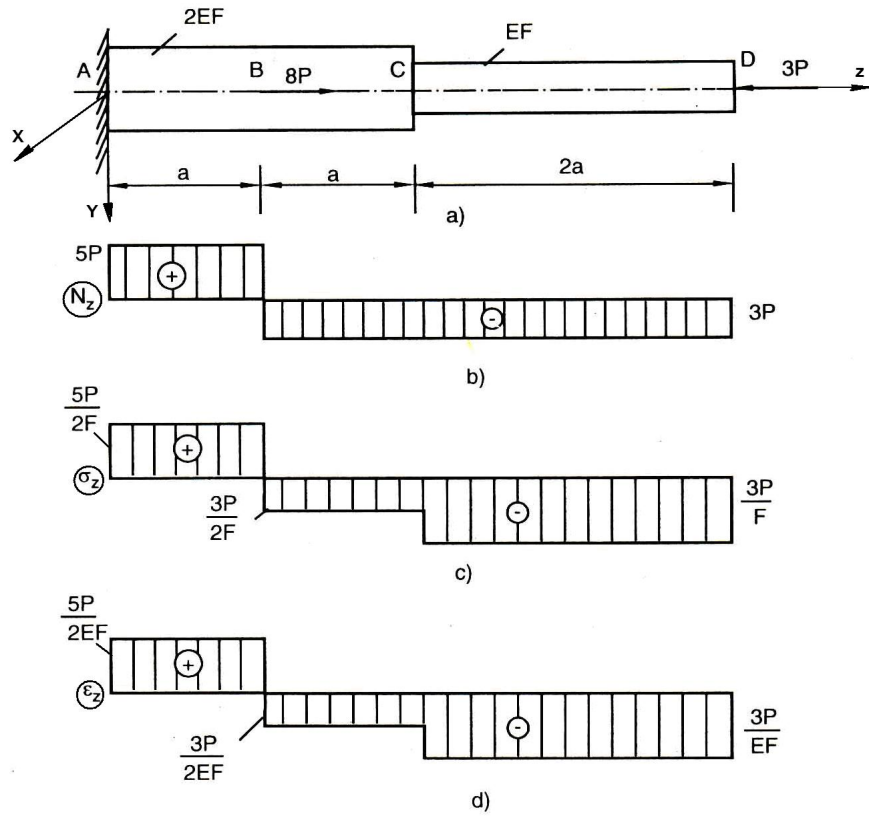
- Bước 3: Xác định kích thước mặt cắt ngang từ điều kiện cứng

$$\varepsilon_{z\max} = \left(\frac{N_z}{EF} \right)_{\max} \leq [\varepsilon]$$

Ta rút ra: $F \geq \left(\frac{N_z}{E[\varepsilon]} \right)$

Từ F ta tìm được kích thước mặt cắt ngang

Thí dụ 6: Kiểm tra điều kiện bền và cứng cho thanh ở hình 2.10 biết: $P = 5\text{kN}$; $F = 1\text{cm}^2$; $[\sigma] = 16\text{kN/cm}^2$, $[\varepsilon] = 10^{-2}$ và $E = 2 \cdot 10^4 \text{kN/cm}^2$



Hình 2.10

Giải:

- Bước 1: Vẽ các biểu đồ N_z (b); ứng suất (c) và biến dạng (d)
- Bước 2: Từ biểu đồ ta thấy mặt cắt nguy hiểm thuộc đoạn CD với

$$|\sigma_z|_{\max} = \frac{3P}{F}$$

$$|\varepsilon_z|_{\max} = \frac{3P}{EF}$$

- Bước 3: Kiểm tra bền

$$|\sigma_z|_{\max} = \frac{3P}{F} = \frac{3.5}{1} = 15\text{kN/cm}^2 < [\sigma]$$

Vậy thanh đủ bền

- Bước 4: Kiểm tra cứng

$$|\varepsilon_z|_{\max} = \frac{3P}{EF} = \frac{3.5}{2 \cdot 10^4 \cdot 1} = 7,5 \cdot 10^{-4} < [\varepsilon]$$

Vậy thanh đủ cứng

Thí dụ 7: Cho một thanh chịu lực như hình 2.8. Hãy xác định tải trọng cho phép $[P]$, nếu biết

$$F = 2\text{cm}^2; [\sigma] = 16\text{kN/cm}^2; [\varepsilon] = 10^{-3} \text{ và } E = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2$$

Giải:

- Bước 1, 2 ta vẽ được các biểu đồ . Mặt cắt nguy hiểm thuộc đoạn CD

- Bước 3: Từ điều kiện bền ta có

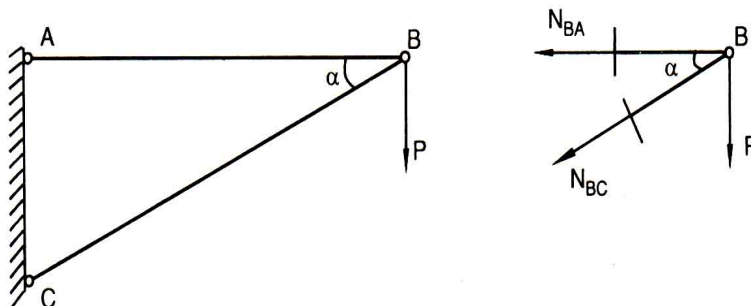
$$|\sigma_z|_{\max} = \frac{3P}{F} \leq [\sigma] \rightarrow [P] = \frac{F[\sigma]}{3} = \frac{2.16}{3} = \frac{32}{3} \text{ kN}$$

Từ điều kiện cứng ta có

$$|\varepsilon_z|_{\max} = \frac{3P}{EF} \leq [\varepsilon] \rightarrow [P] = \frac{EF[\varepsilon]}{3} = \frac{2.10^4.2.10^{-3}}{3} = \frac{40}{3} \text{ kN}$$

- Bước 4: Ta chọn $[P] = \frac{32}{3} = 10,67\text{kN}$

Thí dụ 8: Cho một kết cấu chịu lực như hình 2.11. Thanh BC làm bằng thép tròn, tính đường kính của nó biết: $P = 400\text{N}$; $[\sigma] = 14\text{kN/cm}^2$; $[\varepsilon] = 10^{-2}$; $\alpha = 30^\circ$



H×nh 2.11

Giải: Ta tách nút B bằng các mặt cắt thanh. Lực dọc trong các thanh được biểu diễn như hình 2.22b

Phương trình cân bằng tĩnh học được thành lập dựa vào phương trình hình chiếu lên phương thẳng đứng, ta được.

$$N_{BC} \cdot \sin \alpha + P = 0$$

Suy ra:

$$N_{BC} = -\frac{P}{\sin \alpha} = \frac{400}{\sin 30^\circ} = -800\text{N} = -0,8\text{kN}$$

Dấu âm (-) ở đây muốn nói rằng thanh BC bị nén

Từ điều kiện bền ta phải có:

$$\sigma_z = \frac{N_{BC}}{F} = \frac{N_{BC}}{\frac{\pi d^2}{4}} \leq [\sigma]$$

$$\text{hay } d = \sqrt{\frac{4N_{BC}}{\pi[\sigma]}} = \sqrt{\frac{4.0,8}{3,14.14}} = 0,27\text{cm}$$

Từ điều kiện cứng ta có:

$$\varepsilon_z = \frac{N_{BC}}{EF} = \frac{N_{BC}}{E \frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4N_{BC}}{E\pi d^2} \leq [\varepsilon]$$

hay
$$d \geq \sqrt{\frac{4N_{BC}}{\pi E [\varepsilon]}} = \sqrt{\frac{4.0,8}{3,12.2.10^4.10^{-2}}} = 0,05\text{cm}$$

Trong đó: $E = 2.10^4 \text{kN/cm}^2$

Vậy ta chọn $d = 0,27\text{cm}$

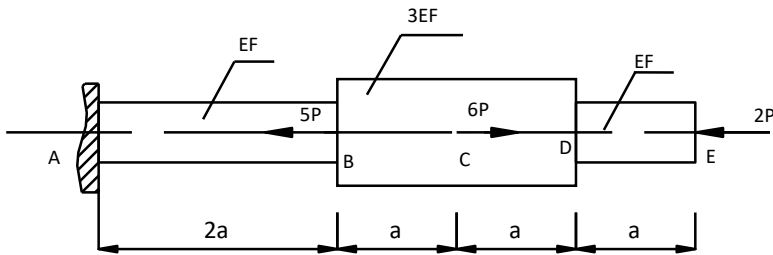
Câu hỏi ôn tập

1. Nêu các ví dụ về các kết cấu chịu lực có các thanh chỉ chịu kéo hoặc nén đúng tâm. Vì sao có thể nói kéo (nén) đúng tâm là một dạng chịu lực hợp lý của thanh ?
2. Trên mặt cắt ngang và mặt cắt nghiêng của thanh chịu kéo (nén) đúng tâm tồn tại ứng suất gì ? Biểu thức tính ? cho hình vẽ minh họa về sự phân bố ứng suất trên và mặt cắt bất kỳ ?
3. Thế nào là biến dạng dọc, biến dạng ngang và chuyển vị của mặt cắt ngang ? Biểu thức tính biến dạng dọc, biến dạng ngang và độ co (dãn) của thanh.
4. Nêu các đặc trưng cơ học của vật liệu dẻo và vật liệu giòn. Có nhận xét gì về khả năng chịu lực của chúng.
5. Trình bày điều kiện bền và điều kiện cứng của thanh chịu kéo (nén) đúng tâm. Nêu cách giải ba bài toán cơ bản.

BÀI TẬP

Bài 1:

a, Vẽ biểu đồ nội lực, ứng suất, chuyển vị cho thanh sau (theo P, a, E, F)

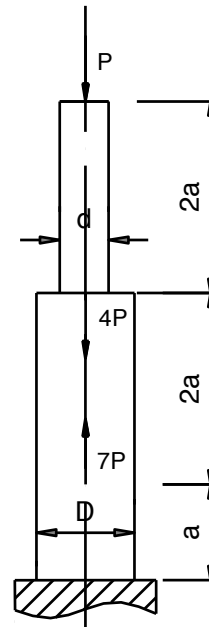


b, Xác định diện tích mặt cắt ngang biết: $P = 120 \text{ KN}$, $[\sigma] = 150 \text{ MN/m}^2$

Bài 2:

Thanh tròn có $D = 2d$. Biết: $P = 100 \text{ KN}$, $d = 5 \text{ cm}$, $[\sigma]_k = 120 \text{ MN/m}^2$
 $[\sigma]_n = 360 \text{ MN/m}^2$, $[\epsilon_z] = 10^{-4}$, $a = 2 \text{ m}$, $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MN/m}^2$

- Kiểm tra bền và cứng
- Xác định tải trọng cho phép
- Tính độ co dãn toàn thanh



Bài 3.

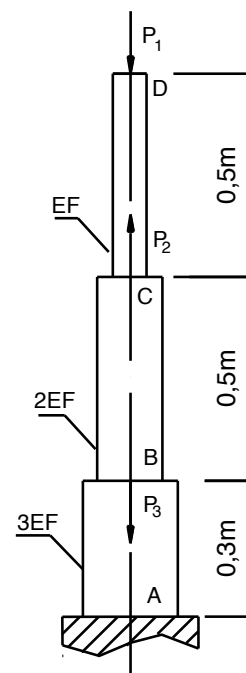
Biết: $P_1 = 20 \text{ KN}$, $P_2 = 60 \text{ KN}$, $P_3 = 120 \text{ KN}$
 $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$, $F = 2 \text{ cm}^2$

a, Vẽ biểu đồ lực dọc, ứng suất, biến dạng dọc, chuyển vị.

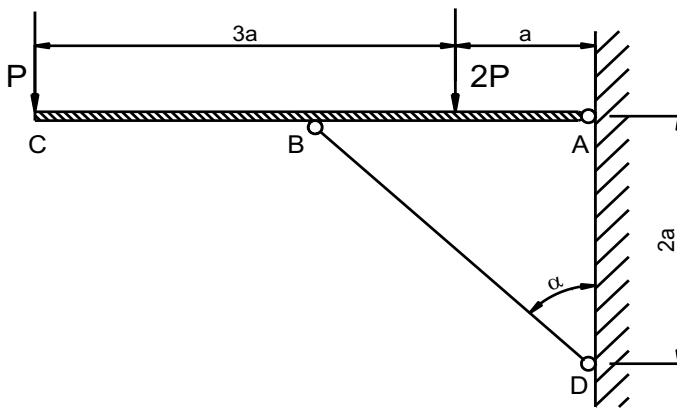
- Tính Δl
- Kiểm tra bền và cứng biết

$[\sigma] = 140 \text{ MN/m}^2$, $[\Delta_z^D] = 0,2 \text{ cm}$

b, Với các yêu cầu trên và tính đến trọng lượng thanh (Cho $\gamma = 80 \text{ KN/m}^3$)



Bài 4:



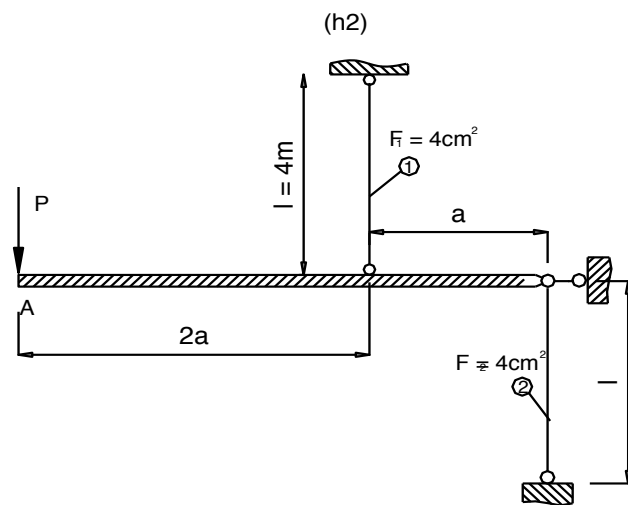
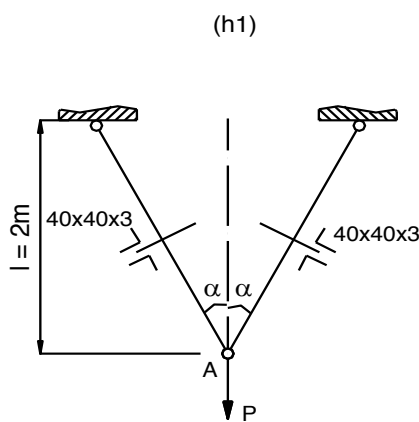
Cho $P = 200 \text{ KN}$, $a = 0,6 \text{ m}$
 $\alpha = 45^\circ$, $E = 2.10^4 \text{ KN/cm}^2$
 $[\sigma] = 140 \text{ MN/m}^2$
 $[\varepsilon_z] = 3.10^{-4}$

- Chọn số hiệu thép chữ I cho thanh BD
- Với số hiệu thép đã chọn, tính chuyển vị thẳng đứng của điểm C

Bài 5:

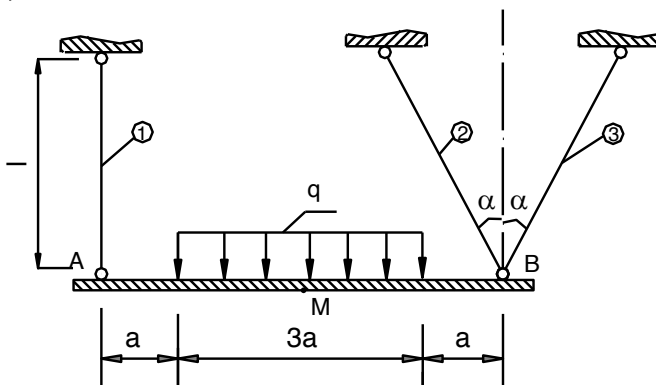
Cho hai hệ thanh như hình vẽ (h1 và h2). Hãy xác định $[P]$.

Biết: $[\sigma] = 140 \text{ MN/m}^2$, $E = 2.10^4 \text{ KN/cm}^2$, $\alpha = 30^\circ$. Chuyển vị của điểm A không vượt quá $1,5 \text{ mm}$



Bài 6:

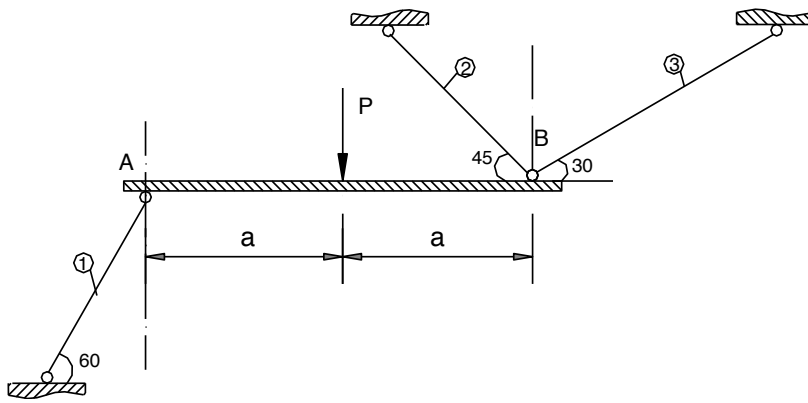
a,



- Xác định diện tích mặt cắt ngang các thanh
- Với diện tích đã chọn tính chuyển vị của điểm M là trung điểm của thanh AB.

$q = 500 \text{ KN/m}$, $a = 0,8 \text{ m}$
 $[\sigma] = 150 \text{ MN/m}^2$
 $l = 3 \text{ m}$, $E = 2.10^5 \text{ MN/m}^2$, $\alpha = 30^\circ$

b,



Cho $P = 200 \text{ KN}$

$[\sigma] = 150 \text{ MN/m}^2$

Tính đường kính các thanh

Chương 3 : ĐẶC TRƯNG HÌNH HỌC CỦA MẶT CẮT

Khi nghiên cứu sự chịu lực của một thanh chịu kéo hoặc nén đứng tâm chúng ta nhận thấy rằng ứng suất trong thanh chỉ phụ thuộc đơn thuần vào một đặc trưng hình học là diện tích F mặt cắt ngang. Nhưng, trong những chương dưới đây khi tính toán thanh chịu xoắn, chịu uốn v.v... thì sự chịu lực của thanh không những phụ thuộc vào diện tích F mà còn phụ thuộc vào hình dáng của diện tích và phương tác dụng của ngoại lực đối với mặt cắt

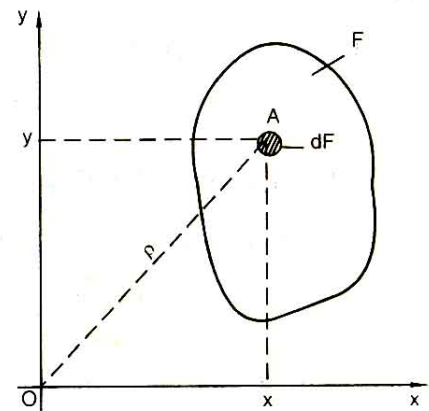
3.1. CÁC ĐẶC TRƯNG HÌNH HỌC CỦA MẶT CẮT NGANG

Giả sử ta có mặt cắt ngang với diện tích F như hình vẽ (hình 3.1). Xác định trong mặt phẳng của mặt cắt một hệ trục tọa độ xOy và gọi x, y là tọa độ của điểm A nào đó của diện tích F . Lấy xung quanh A một phần tử diện tích dF

3.1.1 Mômen tĩnh

Gọi mômen tĩnh của diện tích F đối với trục x hay đối với trục y là các biểu thức tích phân sau đây

$$\begin{aligned} S_x &= \int_F y dF \\ S_y &= \int_F x dF \end{aligned} \quad (3-1)$$



Hình 3.1

Vì x, y có thể âm hoặc dương nên mômen tĩnh có thể có trị số âm hoặc dương. Qua biểu thức trên ta thấy thứ nguyên của mômen tĩnh là $[(\text{chiều dài})^3]$ và sẽ đo bằng các đơn vị cm^3, m^3 v.v...

Khi mômen tĩnh của diện tích F đối với một trục nào đó mà bằng 0 thì trục đó được gọi là trục trung tâm. Giao điểm của hai trục trung tâm thì được gọi là trọng tâm của mặt cắt.

Ta nhận thấy rằng bất cứ trục nào đi qua trọng tâm cũng là trục trung tâm, thực vậy vì tọa độ trọng tâm đối với trục đó là bằng không nên suy ra mômen tĩnh của diện tích đối với trục đó bằng không

3.1.2 Mômen quán tính đối với một trục

Ta gọi mômen quán tính của diện tích F đối với trục x hay y là các biểu thức tích phân sau đây:

$$\begin{aligned} J_x &= \int_F y^2 dF \\ J_y &= \int_F x^2 dF \end{aligned} \quad (3-2)$$

Thứ nguyên của mômen quán tính là $[(\text{chiều dài})^4]$ thường đo bằng đơn vị cm^4, m^4 v.v... trị số của mômen quán tính trục luôn luôn dương.

3.1.3 Mômen quán tính độc cực (Mômen quán tính đối với một điểm)

Ta gọi mômen quán tính độc cực của diện tích F đối với điểm gốc tọa độ O là biểu thức tích phân

$$J_O = \int_F \rho^2 dF \quad (3-3)$$

Trong đó ρ là khoảng cách từ điểm A(x,y) đến gốc tọa độ. Vì chúng ta có liên hệ

$$\rho^2 = x^2 + y^2$$

Nên ta thấy rằng

$$J_p = J_x + J_y$$

Cũng như mômen quán tính, mômen quán tính độc cực bao giờ cũng có trị số dương

3.1.4 Mômen quán tính đối với một hệ trục (Mô men quán tính ly tâm) .

Ta gọi mômen quán tính ly tâm của diện tích F đối với hệ trục xOy là biểu thức tích phân

$$J_{xy} = \int_F xy dF \quad (3-4)$$

vì x, y có thể có dấu trái ngược nhau nên mômen quán tính ly tâm có thể dương hoặc âm.

Khi mômen quán tính ly tâm của diện tích F đối với một hệ trục nào đó mà bằng không thì hệ trục đó được gọi là hệ trục quán tính chính.

Tại bất cứ điểm nào trên mặt phẳng của mặt cắt ta cũng có thể xác định được một hệ trục quán tính chính.

Nếu mặt cắt có một trục đối xứng thì bất cứ trục nào vuông góc với trục đối xứng đó cũng lập với nó một hệ trục quán tính chính.

Mặt khác trọng tâm c của mặt cắt ở trên trục đối xứng nên nếu từ c vẽ đường vuông góc với trục y ta sẽ được một hệ trục quán tính chính trung tâm.

Cũng từ biểu thức (3-4) ta có thể chứng minh được rằng: nếu mặt cắt có một trục đối xứng thì trục đối xứng này là một trục của hệ trục quán tính chính trung tâm.

3.1.5 Bán kính quán tính .

Ta gọi bán kính quán tính của diện tích F đối với hệ trục xOy là biểu thức sau :

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{F}}$$

$$i_y = \sqrt{\frac{J_y}{F}}$$

3.2. CÔNG THỨC MÔMEN QUÁN TÍNH CỦA MỘT SỐ MẶT CẮT THƯỜNG GẶP

3.2.1 Mặt cắt hình chữ nhật

Giả sử ta có một mặt cắt hình chữ nhật, với kích thước là b x h.

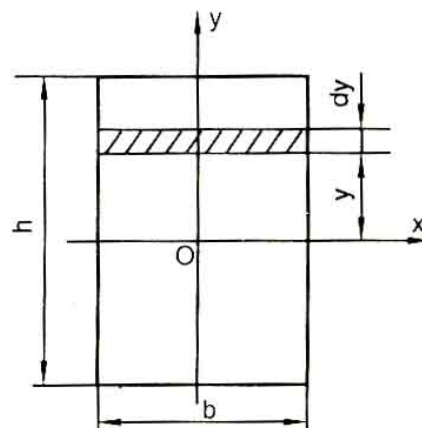
Ta chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ .

Vì hệ trục xOy là hệ trục quán tính chính trung tâm nên

$$S_x = S_y = J_{xy} = 0$$

Để tính J_x ta chọn một phân tố diện tích có kích thước b.dy và cách trục xOy một khoảng bằng y.

$$\text{Ta có: } dF = b.dy$$



Hình 3.2

Khi đó

$$J_x = \int_F y^2 dF = \int_{-h/2}^{h/2} y^2 b dy = b \frac{y^3}{3} \Big|_{-h/2}^{h/2} = \frac{bh^3}{12} \quad (3-5)$$

Tính J_y theo cách tương tự ta có:

$$J_y = \frac{hb^3}{12} \quad (3-6)$$

3.2.2 Mặt cắt hình tròn

Giả sử ta có mặt cắt hình tròn với đường kính $D = 2R$.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Vì hệ trục xOy là hệ trục quán tính chính trung tâm nên

$$S_x = S_y = J_{xy} = 0$$

Ta tách một phân tố diện tích bằng hai đường tròn đồng tâm: đường tròn thứ nhất có bán kính là ρ ; đường tròn thứ hai có bán kính là $\rho + d\rho$ và hai tia: tia thứ nhất tạo với Ox một góc φ ; tia thứ hai tạo với tia thứ nhất một góc $d\varphi$. Diện tích của phân tố là: $dF = \rho \cdot d\rho \cdot d\varphi$

Khi đó

$$J_P = \int_F \rho^2 dF = \int_0^{2\pi} \int_0^R \rho^3 d\rho d\varphi = 2\pi \frac{\rho^4}{4} \Big|_0^R = \frac{\pi R^4}{2}$$

Nếu thay $D = 2R$ hay $R = \frac{D}{2}$ vào thì

$$J_P = \frac{\pi D^4}{32} \quad (3-7)$$

Vì mặt cắt hình tròn nên $J_x = J_y$ và bằng

$$J_x = J_y = \frac{J_P}{2} = \frac{\pi D^4}{64} \quad (3-8)$$

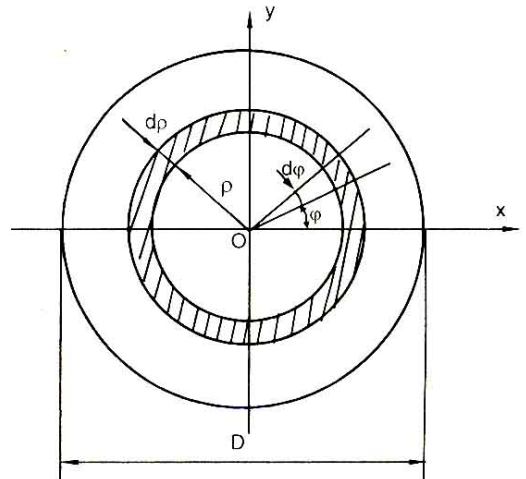
Nếu mặt cắt hình vành khăn (tròn rỗng) đường kính ngoài là D , đường kính trong là d thì:

$$J_P = \frac{\pi D^4}{32} - \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi D^4}{32} \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right] \quad (3-9)$$

Tỉ số $\frac{d}{D} = \alpha$ gọi là hệ số rỗng của mặt cắt ta được

$$J_P = \frac{\pi D^4}{32} (1 - \alpha^4)$$

và $J_x = J_y = \frac{\pi D^4}{64} (1 - \alpha^4) \quad (3-10)$



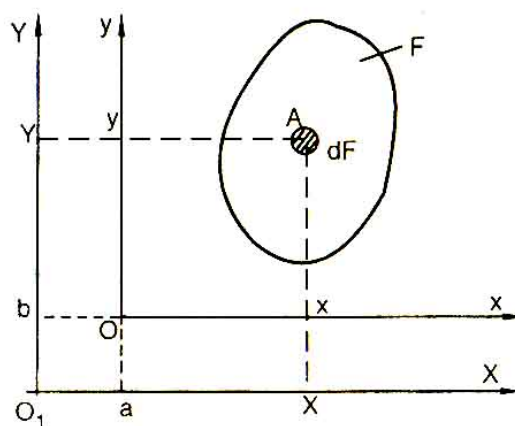
Hình 3.3

3.2.3 Mặt cắt của thép dẹt định hình

Thực tế hiện nay sử dụng các thanh thép có mặt cắt định hình I ; [; L, đặc trưng hình học của các loại mặt cắt này đã được tính sẵn và lập thành bảng. Các bảng này có trong các sổ tay kỹ thuật và các tài liệu học tập

3.3. CÔNG THỨC CHUYỂN TRỤC SONG SONG CỦA MÔMEN TĨNH VÀ MÔMEN QUÁN TÍNH

Giả sử ta đã biết mômen quán tính của diện tích F đối với hệ trục xOy. Ta phải tính mômen quán tính của diện tích F đối với hệ trục XO₁Y. Ta coi hệ trục XO₁Y được tạo thành khi tịnh tiến các trục Ox đi một đoạn bằng b và Oy đi một đoạn bằng a (hình 3.4)



H×nh 3.4

Trong hệ trục mới này điểm A có tọa độ (X, Y) xác định bằng:

$$X = x + a \quad (a)$$

$$Y = y + b$$

Theo định nghĩa (3-1) ta có:

$$S_X = \int_F Y dF = \int_F (y + b) dF = \int_F y dF + b \int_F dF = S_x + bF$$

$$S_Y = \int_F X dF = \int_F (x + a) dF = \int_F x dF + a \int_F dF = S_y + aF$$

$$J_X = \int_F Y^2 dF = \int_F (y + b)^2 dF = \int_F y^2 dF + 2b \int_F y dF + b^2 \int_F dF = J_x + 2bS_x + b^2F$$

$$J_Y = \int_F X^2 dF = \int_F (x + a)^2 dF = \int_F x^2 dF + 2a \int_F x dF + a^2 \int_F dF = J_y + 2aS_y + a^2F$$

$$J_{XY} = \int_F XY dF = \int_F (x + a)(y + b) dF = \int_F xy dF + a \int_F y dF + b \int_F x dF + ab \int_F dF = J_{xy} + aS_x + bS_y + abF$$

Trường hợp nếu hệ trục xOy là hệ trục trung tâm, khi đó $S_x = S_y = 0$ và các công thức (3-8), (3-9) được viết như sau:

$$S_X = Y_c.F$$

$$S_Y = X_c.F$$

$$J_x = J_x + b^2 F$$

$$J_y = J_y + a^2 F \quad (3-14)$$

$$J_{xy} = J_{xy} + abF$$

Ta có thể suy ra được công thức xác định tọa độ trọng tâm mặt cắt .

$$\begin{aligned} X_C &= \frac{S_y}{F} \\ Y_C &= \frac{S_x}{F} \end{aligned} \quad (3-15)$$

3.4. CÔNG THỨC XOAY TRỤC CỦA MÔMEN QUÁN TÍNH - HỆ TRỤC QUÁN TÍNH CHÍNH

3.4.1 Công thức xoay trục của mô men quán tính :

Giả sử ta đã biết mômen quán tính của diện tích F đối với hệ trục xoy . Ta phải tính mômen quán tính của diện tích F đối với hệ trục uov . Hệ trục này là vị trí của xoy sau khi đã xoay đi một góc α ngược chiều kim đồng hồ (Hình 3.5). Gọi u, v là tọa độ của A trong hệ trục uov . Trong phép quay hệ trục tọa độ, ta có:

$$\begin{aligned} u &= x \cos \alpha + y \sin \alpha \\ v &= y \cos \alpha - x \sin \alpha \end{aligned} \quad (a)$$

Khi đó theo định nghĩa ta có:

$$\begin{aligned} J_u &= \int_F v^2 dF \\ J_v &= \int_F u^2 dF \\ J_{uv} &= \int_F uv dF \end{aligned}$$

Thay u và v từ (a) vào (b) ta được

$$\begin{aligned} J_u &= J_x \cos^2 \alpha - 2J_{xy} \sin \alpha \cos \alpha + J_y \sin^2 \alpha \\ J_v &= J_x \sin^2 \alpha + 2J_{xy} \sin \alpha \cos \alpha + J_y \cos^2 \alpha \\ J_{uv} &= J_x \sin \alpha \cos \alpha + J_{xy} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) - J_y \sin \alpha \cos \alpha \end{aligned}$$

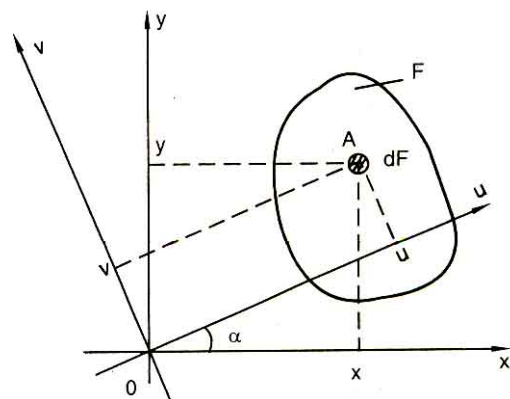
Sử dụng các biến đổi lượng giác sau đây:

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

$$2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$$

Ta có:



Hình 3.5

$$\begin{aligned}
J_u &= \frac{J_x + J_y}{2} + \frac{J_x - J_y}{2} \cos 2\alpha - J_{xy} \sin 2\alpha \\
J_v &= \frac{J_x + J_y}{2} - \frac{J_x - J_y}{2} \cos 2\alpha + J_{xy} \sin 2\alpha \\
J_{uv} &= \frac{J_x - J_y}{2} \sin 2\alpha + J_{xy} \cos 2\alpha
\end{aligned} \tag{3-16}$$

Nếu đem cộng các vế của hai công thức đầu ta sẽ được

$$J_u + J_v = J_x + J_y = 0$$

nghĩa là tổng của các mômen quán tính đối với hai trục vuông góc luôn luôn là hằng số. Ta gọi lượng đó là lượng bất biến bậc nhất của mômen quán tính.

3.4.2 Hệ trục quán tính chính trung tâm và mô men quán tính chính trung tâm .

Như ta đã định nghĩa ở trên, hệ trục uov là hệ trục quán tính chính nếu mômen quán tính ly tâm J_{uv} của diện tích F đối với hệ trục đó bằng không. Vậy vị trí của hệ trục quán tính chính được xác định từ phương trình thứ ba trong công thức là

$$J_{uv} = \frac{J_x - J_y}{2} \sin 2\alpha + J_{xy} \cos 2\alpha = 0$$

Vậy

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2J_{xy}}{J_x - J_y} \tag{3-16}$$

Chú ý đến công thức biến đổi lượng giác

$$\begin{aligned}
\sin 2\alpha &= \pm \frac{\operatorname{tg} 2\alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha}} \\
\cos 2\alpha &= \pm \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha}}
\end{aligned}$$

thay trị số $\operatorname{tg} 2\alpha$ từ công thức (3-16) rồi đem thay vào các phương trình đầu của công thức (3-15) ta sẽ được trị số mômen quán tính đối với trục quán tính chính là:

$$\begin{aligned}
J_{\max} &= \frac{J_x + J_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{J_x - J_y}{2}\right)^2 + J_{xy}^2} \\
J_{\min} &= \frac{J_x + J_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{J_x - J_y}{2}\right)^2 + J_{xy}^2}
\end{aligned} \tag{3-17}$$

Các trị số mômen quán tính đó là cực trị vì ta có đạo hàm của J_u đối với góc α là

$$\frac{dJ_u}{d\alpha} = -2 \left[\frac{J_x - J_y}{2} \sin 2\alpha + J_{xy} \cos 2\alpha \right] = -2J_{uv}$$

Đối với hệ trục quán tính chính $J_{uv} = 0$, nên đạo hàm đó triệt tiêu

Về phương diện toán học, tương quan giữa J_u , J_{uv} và J_x , J_y , J_{xy} được biểu diễn bởi công thức (3-15) hoàn toàn tương tự như tương quan giữa σ_u , τ_{uv} và σ_x , σ_y , τ_{xy} mà ta đã thiết lập được ở chương trước. Vì vậy ta cũng nhận thấy rằng nếu dùng một hệ trục tọa độ với trục hoành biểu diễn cho trị số của J_u và

trục tung biểu diễn cho trị số của J_{uv} thì quan hệ giữa J_u và J_{uv} được biểu diễn bởi một vòng tròn. Vòng tròn đó được gọi là vòng tròn Mo quán tính

Trình tự xác định vòng tròn đó hoàn toàn giống như trình tự xác định vòng tròn Mo ứng suất

- Tâm c của vòng tròn là điểm giữa của các điểm có hoành độ J_x và J_y
- Điểm gốc D có tọa độ là J_x, J_{xy}
- Điểm cực P có tọa độ là J_y, J_{xy}

Nếu từ P ta vạch một đường cát tuyến bất kỳ PM tạo với PD một góc α thì tọa độ M biểu diễn trị số mômen quán tính của diện tích F đối với hệ trục uov (vị trí của xoy đã quay đi một góc α)

Phương của các trục quán tính chính là các đường PA và PB.

Từ hình vẽ ta cũng xác định được các công thức

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha_1 &= \frac{J_{xy}}{J_x - J_{\max}} \\ \operatorname{tg} \alpha_2 &= \frac{J_{xy}}{J_y - J_{\min}} \end{aligned}$$

trong đó α_1, α_2 là các góc lập bởi các phương chính và PD. Ta cũng tìm được lại các công thức của $J_{\max}$ và $J_{\min}$ hoàn toàn giống công thức (3-17)

3.5. XÁC ĐỊNH MÔMEN QUÁN TÍNH CHÍNH TRUNG TÂM CỦA MẶT CẮT GHÉP

Để xác định hệ trục quán tính chính trung tâm và mômen quán tính chính trung tâm của mặt cắt ghép bởi nhiều mặt cắt đơn giản ta tiến hành theo tuần tự sau:

- Bước 1: Ta chọn một hệ trục tọa độ bất kỳ xOy, xác định tọa độ trọng tâm C của mặt cắt trong hệ tọa độ này:

$$X_C = \frac{\sum S_y^i}{\sum F_i}; Y_C = \frac{\sum S_x^i}{\sum F_i} \quad (a)$$

Trong đó S_x^i, S_y^i là mômen tĩnh của phần cắt i đối với các trục Ox và Oy; F_i là diện tích phần mặt cắt i

- Bước 2: Dựng một hệ trục trung tâm XCY. Gọi hệ trục trung tâm của các phần mặt cắt là $x_iO_iy_i$ sử dụng định lý tịnh tiến trục ta có:

$$\begin{aligned} J_X &= \sum_i (J_{x_i}^i + b_i^2 F_i) \\ J_Y &= \sum_i (J_{y_i}^i + a_i^2 F_i) \\ J_{XY} &= \sum_i (J_{x_i y_i}^i + a_i b_i F_i) \end{aligned}$$

- Bước 3: Xoay hệ trục XCY đi một góc α_0 ta được hệ trục quán tính chính trung tâm 1C2

- Bước 4: Dùng định lý quay trục, ta xác định được mômen quán tính chính trung tâm

$$J_{1,2} = \frac{J_X + J_Y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(J_X - J_Y)^2 + 4J_{XY}^2}$$

Thí dụ 1:

Cho mặt cắt tròn bán kính $R = \frac{D}{2} = 20\text{cm}$ bị khoét một lỗ tròn bán kính $r = \frac{d}{2} = 10\text{cm}$. Tâm hai

vòng tròn cách nhau một khoảng $a = 5\text{cm}$

Hãy xác định hệ quán tính chính trung tâm và mômen quán tính chính trung tâm

Giải: Ta chọn hệ trục chuẩn là $x_1O_1y_1$ là hệ trục trung tâm của hình tròn lớn, còn hệ trục trung tâm của hình tròn nhỏ gọi là $x_2O_2y_2$ ta thấy trục O_1y_1 trùng với O_2y_2 trùng với trục đối xứng Oy

Theo hệ quả, trục đối xứng là một trục của hệ trục quán tính trung tâm, trọng tâm C của mặt cắt sẽ nằm trên trục đối xứng này.

Trong hệ trục chuẩn $x_1O_1y_1$ trọng tâm C có tọa độ:

$$\begin{aligned} y_c &= \frac{\sum_i S_i \bar{y}_i}{\sum_i F_i} = \frac{0 - F_2(-O_1O_2)}{F_1 - F_2} \\ &= \frac{\frac{\pi d^2}{4} \cdot a}{\pi D^2 - \pi d^2} = \frac{d^2 a}{D^2 - d^2} = \frac{(20)^2 \cdot 5}{(40)^2 - (20)^2} = 1,66\text{cm} \end{aligned}$$

Ta được hệ trục quán tính chính trung tâm là hệ trục xCy (hình 3.6). Trong hệ trục này tâm các hình tròn có tọa độ $O_1(0, 1,66)$; $O_2(0, 6,66)$

Bây giờ ta xác định mômen quán tính chính trung tâm

$$J_x = J_x^1 - J_x^2$$

Trong đó:

$$J_x^1 = J_{x_1}^1 + \overline{O_1C^2} F^1$$

$$J_x^2 = J_{x_2}^2 + \overline{O_1C^2} F^2$$

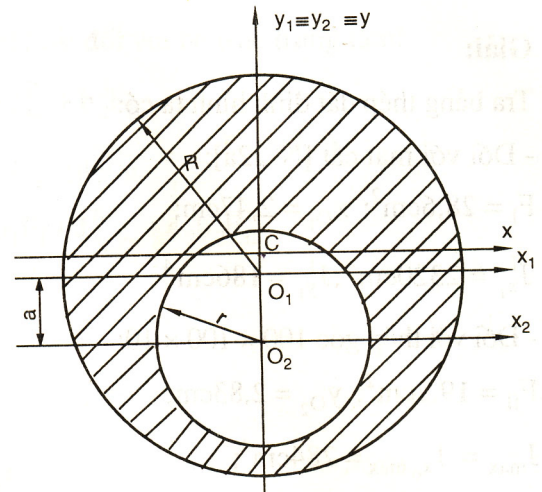
Thay số tính ta được:

$$J_x \approx 107.10^3\text{cm}^4$$

Còn: $J_y = J_y^1 - J_y^2 = J_{y_1}^1 - J_{y_2}^2$

Thay số ta tính được:

$$J_y \approx 117.10^3\text{cm}^4$$



Hình 3.6

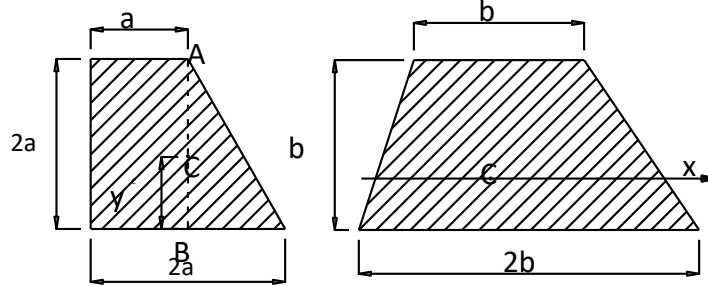
Câu hỏi ôn tập

1. Định nghĩa các đặc trưng hình học của mặt cắt ngang? Nêu thứ nguyên, đơn vị và khoảng xác định chính?
2. Định nghĩa hệ trục trung tâm. Nêu cách xác định trọng tâm của một hình ghép từ nhiều hình đơn giản
3. Thế nào là hệ trục quán tính chính, hệ trục quán tính chính trung tâm? Chỉ rõ vị trí của hệ trục này đối với hình chữ nhật, hình tròn, hình tam giác đều, hình có một trục đối xứng.
4. Viết công thức tính momen quán tính chính trung tâm của hình chữ nhật, hình vuông, hình tròn, hình vành khăn, hình tam giác đều, hình tam giác cân?
5. Viết công thức chuyển trục song song của mômen quán tính chính?
6. Viết công thức tính mômen quán tính khi quay trục, công thức tính mômen quán tính cực trị? Công thức xác định hệ trục quán tính chính?
7. Nêu cách xác định hệ trục quán tính chính trung tâm và mômen quán tính chính trung tâm của hình ghép có ít nhất một trục đối xứng và hình ghép không có trục đối xứng nào.

BÀI TẬP

Bài 1:

Tìm trọng tâm y_c và xác định mô men quán tính đối với trục trung tâm song song với cạnh đáy của hình thang

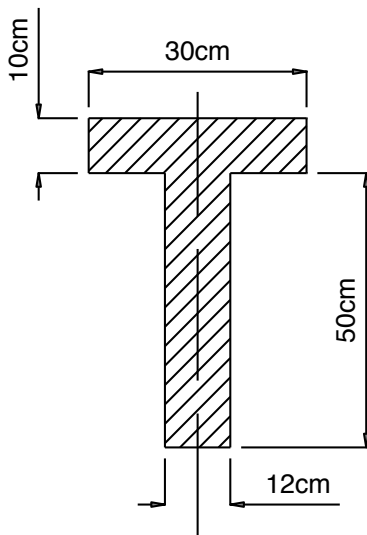


(Hình a)

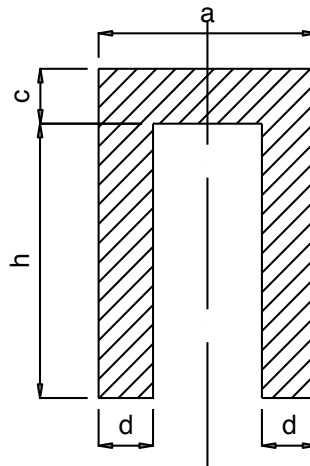
(Hình b)

Bài 2:

Xác định hệ trục quán tính chính trung tâm và mô men quán tính chính trung tâm cho mặt cắt sau:



(Hình a)

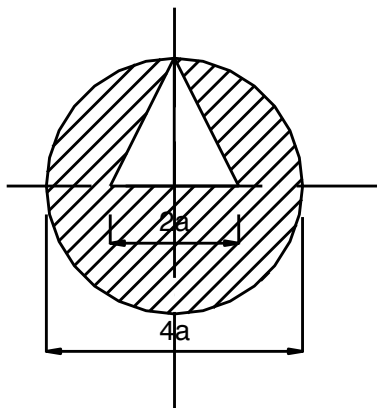


(Hình b)

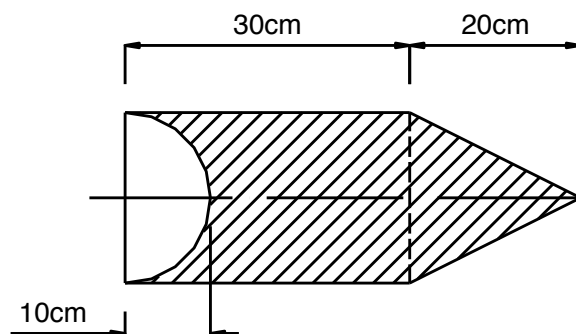
$$\begin{aligned} a &= 12 \text{ cm} \\ d &= 3 \text{ cm} \\ c &= 4 \text{ cm} \\ h &= 18 \end{aligned}$$

Bài 3:

Xác định hệ trục quán tính chính trung tâm và mô men quán tính chính trung tâm cho mặt cắt sau:



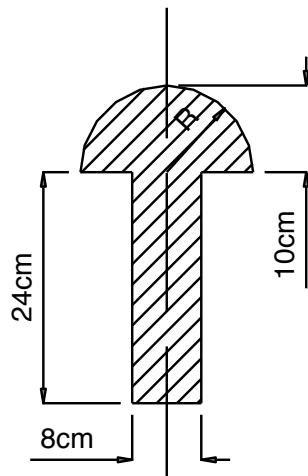
(Hình a)



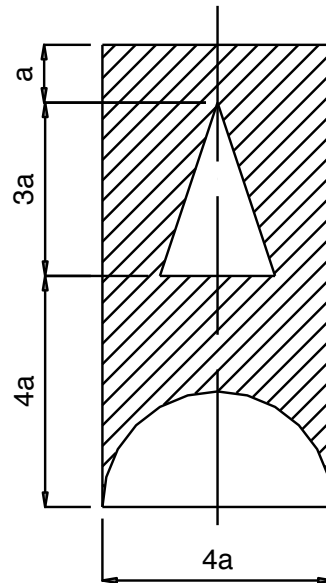
(Hình b)

Bài 4:

Xác định hệ trục quán tính chính trung tâm và mô men quán tính chính trung tâm cho mặt cắt sau:



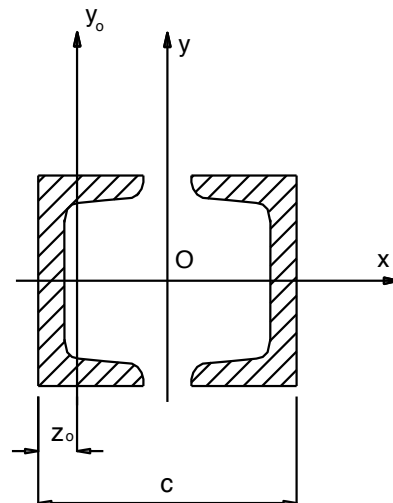
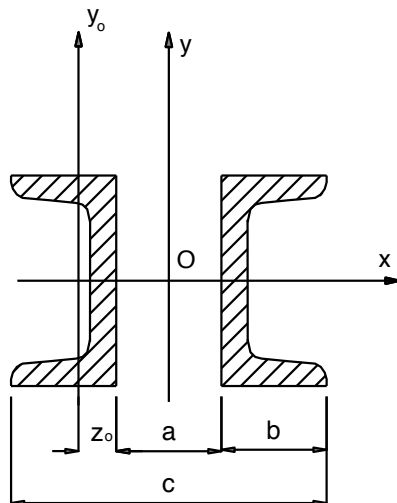
(Hình a)



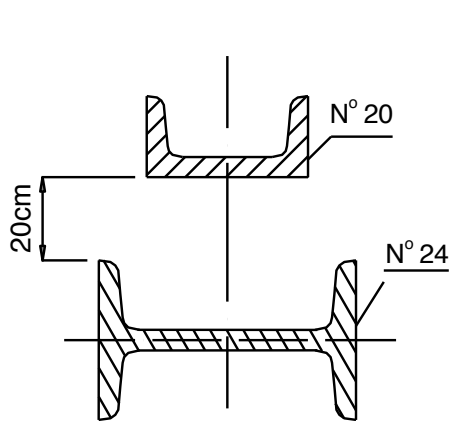
(Hình b)

Bài 5:

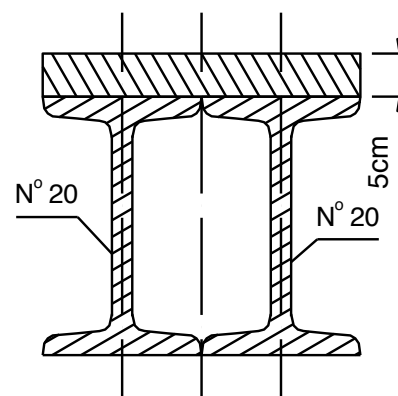
Tìm khoảng cách c của mặt cắt gồm hai thép chữ [số hiệu 30 được bố trí như hình vẽ để có $J_x = J_y$

**Bài 6:**

Xác định hệ trục quán tính chính trung tâm và mô men quán tính chính trung tâm cho mặt cắt sau:



(Hình a)



(Hình b)

Chương 4: THANH TRÒN CHỊU XOẮN THUẦN TUYỆT

4.1. KHÁI NIỆM

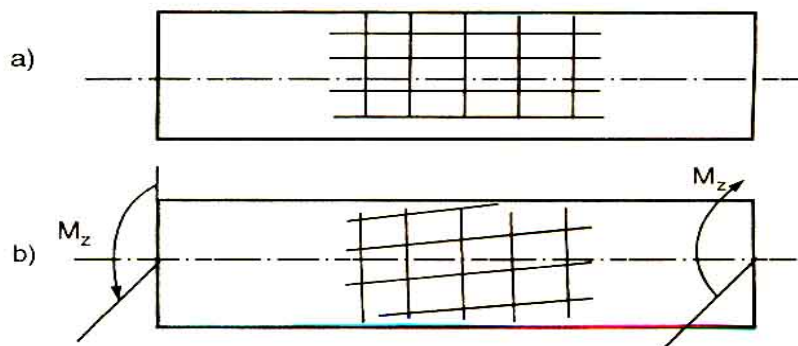
Một thanh chịu xoắn thuần túy là thanh mà trên mọi mặt cắt ngang của nó chỉ có một thành phần nội lực là mômen xoắn M_z .

Dấu của mômen xoắn M_z được quy ước như sau:

Nếu ta nhìn vào mặt cắt của phần thanh được giữ lại mà thấy chiều của M_z trùng với chiều quay của kim đồng hồ thì được coi là dương. Ngoại lực gây xoắn thông thường là những momen, những ngẫu lực nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục thanh. Những trục truyền chuyển động quay, trục mô tơ, các thanh trong kết cấu không gian... là những chi tiết chịu xoắn.

4.2. ỨNG SUẤT TRÊN MẶT CẮT NGANG

a. Thí nghiệm



Hình 4.1

Giả sử có một thanh tròn, trước khi cho thanh chịu xoắn ta vạch lên bề mặt của nó những đường thẳng song song với trục và những đường tròn phẳng vuông góc với trục thanh (hình 4.1)

Sau khi thanh bị biến dạng xoắn bởi mômen M_z ta nhận thấy các đường thẳng song song với trục trở thành những đường xoắn ốc quanh trục. Còn các đường trong thẳng vuông góc với trục thì vẫn phẳng, vuông góc với trục và khoảng cách giữa chúng không thay đổi.

b. Các giả thuyết

Từ những nhận xét trên ta đưa giả thuyết sau đây để làm cơ sở tính toán cho một thanh chịu xoắn thuần túy.

* Giả thuyết về mặt cắt ngang: Các mặt cắt ngang của một thanh tròn trong quá trình biến dạng xoắn thuần túy luôn phẳng và vuông góc với trục thanh. Khoảng cách giữa các mặt cắt là không đổi.

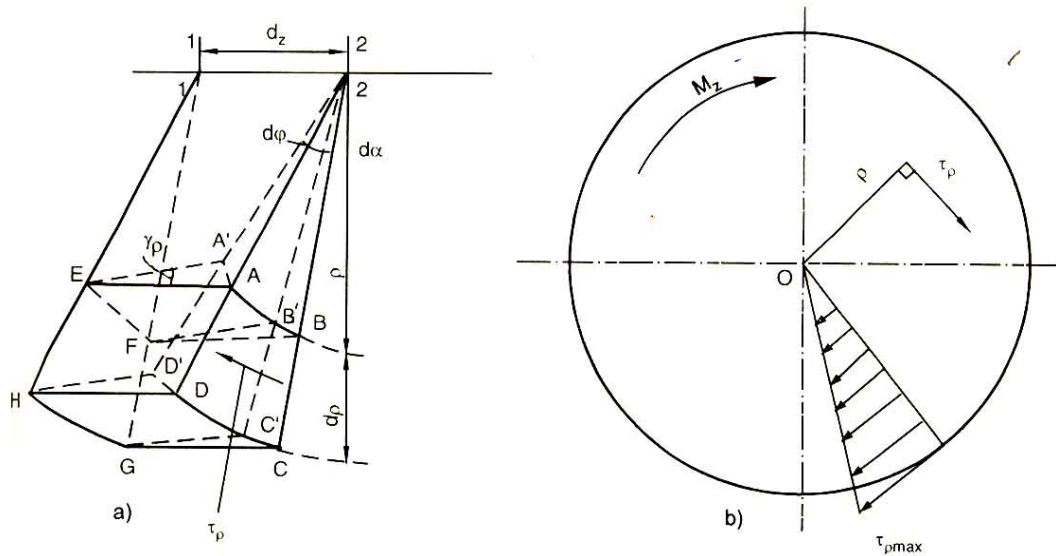
* Giả thuyết về các bán kính: Các bán kính của một thanh tròn trong quá trình biến dạng xoắn thuần túy luôn thẳng, có độ dài không đổi. Các bán kính chỉ quay quanh trục thanh một góc nào đó.

Ngoài hai giả thiết trên, ta vẫn coi vật liệu làm việc trong miền đàn hồi

Từ các giả thuyết trên có thể rút ra được một số kết luận

- Trên mặt cắt ngang của thanh tròn chịu xoắn không có ứng suất pháp vì không có biến dạng dọc

- ứng suất tiếp tại một điểm nào đó trên mặt cắt ngang có phương vuông góc với bán kính tại điểm đó và có chiều theo chiều của mômen xoắn (hình 4.2)



Hình 4.2

c. Xây dựng công thức tính ứng suất

Để thiết lập công thức ứng suất trên mặt cắt ngang ta tách ra khỏi thanh một phân tử bằng 6 mặt cắt: hai mặt cắt ngang cách nhau một khoảng dz ; hai mặt phẳng đi qua trục tạo với nhau một góc $d\alpha$; hai mặt trụ đồng tâm có bán kính ρ và $\rho + d\rho$. Phân tử đó được biểu diễn trên hình 4.2a với các đỉnh A, B, C, D, E, F, G, H. Giả sử ta coi mặt cắt ngang thứ nhất đứng yên thì mặt cắt ngang thứ hai sẽ xoay quanh trục một góc $d\varphi$ như hình 4.2

Vì khoảng cách giữa hai mặt cắt 1-1 và 2-2 là không thay đổi nên phân tử không có biến dạng dọc mà chỉ có biến dạng góc γ_p do ứng suất tiếp τ_p gây nên. Như vậy phân tử của ta thuộc trạng thái trượt thuần túy.

Góc xoắn φ gọi là góc xoắn tương đối giữa mặt cắt 2-2 so với mặt cắt 1-1

Từ hình 5.2 ta thấy

$$\gamma_p \approx \tan \gamma_p = \frac{AA'}{EA} = \frac{\rho d\varphi}{dz} \quad (a)$$

Mặt khác theo định luật Húc về trượt ta có:

$$\gamma_p = \frac{\tau_p}{G} \quad (b)$$

So sánh hai biểu thức (a) và (b) ta rút ra:

$$\tau_p = \frac{Gd\varphi}{dz} \rho \quad (c)$$

Nếu xung quanh A có phân tử diện tích dF thì ta có mối quan hệ

$$\int_F \tau_p \cdot \rho \cdot dF = M_z \quad (d)$$

Thay (c) vào (d) ta có:

$$G \frac{d\varphi}{dz} \int_F \rho^2 dF = M_z \quad (e)$$

Biểu thức $\int_F \rho^2 dF = J_p$. Đặt tỉ số $\frac{d\varphi}{dz} = \theta$ thì ta được

$$\theta = \frac{d\varphi}{dz} = \frac{M_z}{GJ_p} \quad (4-1)$$

Ở đây θ được gọi là góc xoắn tỉ đối, là một đại lượng đặc trưng cho biến dạng xoắn. Còn tích GJ_p được gọi là độ cứng chống xoắn của mặt cắt của thanh.

Đem thay (5-1) vào (c) ta được:

$$\tau_p = \frac{M_z}{J_p} \rho \quad (4-2)$$

Biểu thức (5-2) là biểu thức của ứng suất trên mặt cắt ngang của thanh chịu xoắn thuần túy.

Biểu đồ ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang

Căn cứ vào biểu thức (5-2) ta thấy ứng suất tiếp là hàm bậc nhất đối với khoảng cách ρ . Ta biểu diễn quy luật phân bố của ứng suất tiếp bằng biểu đồ gọi là biểu đồ ứng suất tiếp trên mặt cắt (hình 5.2b)

Ứng suất tiếp lớn nhất là ứng suất tại những điểm nằm trên chu tuyến của mặt cắt. Trị số đó được tính bằng công thức:

$$\tau_{p\max} = \frac{M_z}{J_p} \rho_{\max} = \frac{M_z}{W_p} \quad (4-3)$$

ở đây $W_p = \frac{J_p}{R}$ được gọi là mômen chống xoắn của mặt cắt ngang

- Với mặt cắt tròn đặc đường kính D thì:

$$W_p = \frac{J_p}{D/2} = \frac{\pi D^3}{16} \quad (4-4)$$

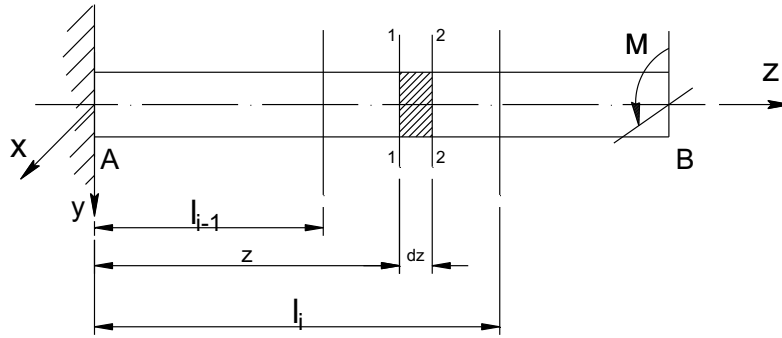
- Với mặt cắt tròn rỗng đường kính ngoài D và hệ số rỗng η thì:

$$W_p = \frac{\pi D^3}{16} (1 - \eta^4) \quad (4-5)$$

4.3. BIẾN DẠNG VÀ CHUYỂN VỊ CỦA MẶT CẮT NGANG

4.3.1. Biến dạng

Xét thanh tròn chịu xoắn như hình 4.3



Hình 4.3

Biến dạng của thanh tròn chịu xoắn thuần túy được biểu diễn bởi góc xoắn tỉ đối θ

$$\theta = \frac{d\varphi}{dz} \quad (d\varphi \text{ là góc xoắn tương đối giữa hai mặt cắt ngang cách nhau một đoạn } dz)$$

Từ hình (5.1) ta có $\theta = \frac{Mz}{GJ_p}$

Tích số GJ_p được gọi là độ cứng chống xoắn

4.3.2. Góc xoắn tương đối giữa hai đầu thanh φ

Xuất phát từ công thức $\theta = \frac{d\varphi}{dz} = \frac{Mz}{GJ_p}$

Suy ra $d\varphi = \frac{Mz}{GJ_p} dz$

Nếu thanh chiều dài l , góc xoắn tương đối giữa hai đầu thanh

$$\varphi = \int_0^l d\varphi = \int_0^l \frac{Mz}{GJ_p} dz$$

* trường hợp tổng quát: Thanh có nhiều đoạn, trên mỗi đoạn Mz , GJ_p biến thiên liên tục

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \left(\frac{M_z}{GJ_p} \right)_i dz$$

* Trường hợp riêng: Thanh có nhiều đoạn, trên mỗi đoạn Mz , GJ_p là hằng số

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \left(\frac{M_z l}{GJ_p} \right)_i$$

4.3.3. Chuyển vị của mặt cắt ngang

Khi thanh chịu xoắn thuần túy, mặt cắt ngang sẽ xoay đi quanh trục thanh một góc nào đó. Chuyển vị của mặt cắt ngang chính là góc xoắn tuyệt đối của nó $\varphi(z)$.

Để tính chuyển vị $\varphi(z)$ ta có thể đưa vào công thức tính góc xoắn tương đối giữa hai đầu thanh hoặc đưa vào các quan hệ hình học giữa biến dạng và chuyển vị trong từng bài toán cụ thể.

4.4. TÍNH TOÁN LÒ XO XOẮN ỐC HÌNH TRỤ, BƯỚC NGẮN.

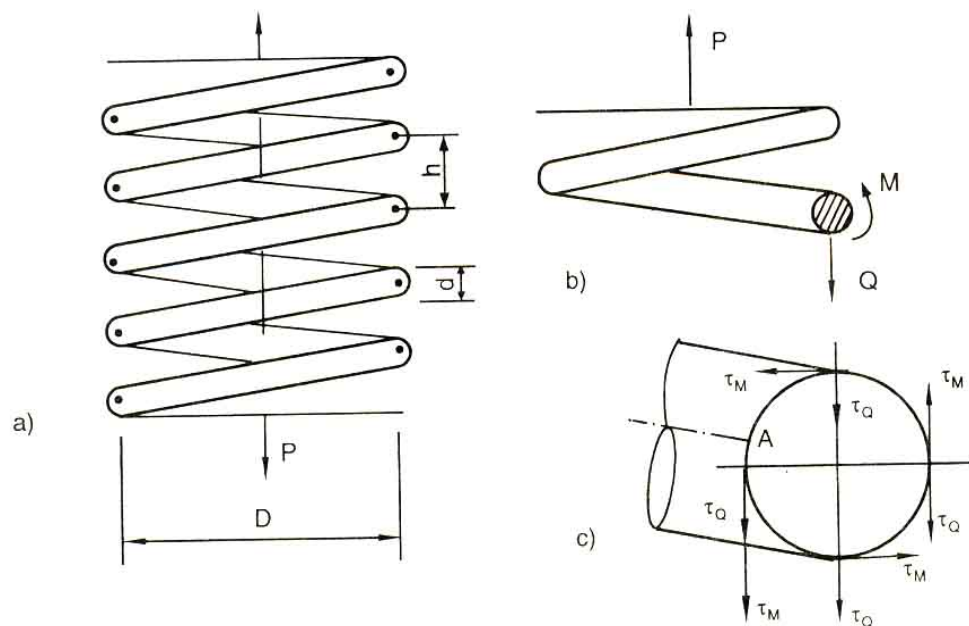
Lò xo là một chi tiết được dùng rộng rãi trong thực tế. Đó là các bộ phận của cơ cấu giảm chấn, các thiết bị bảo vệ của những máy chịu áp lực cao. Lò xo được dùng phổ biến là loại lò xo xoắn ốc hình trụ mà dây lò xo là tròn. Vì vậy ở đây ta chỉ xem xét loại lò xo này.

4.4.1. Các đặc trưng của một lò xo

Trên hình 5.11a là một lò xo xoắn ốc hình trụ. Lò xo này có các đặc trưng sau:

- D là đường kính trung bình của lò xo
- d là đường kính của dây lò xo
- h là bước của lò xo
- n là số vòng dây làm việc của lò xo

Ở đây ta chỉ xem xét một lò xo bước ngắn, tức là $h \leq 2d$



Hình 4.4

4.4.2. Ứng suất trên mặt cắt ngang dây lò xo

Tưởng tượng cắt lò xo bằng một mặt phẳng chứa trục lò xo, chia lò xo thành hai phần. Xét cân bằng phần trên (hình 4.4) ta thấy trên mặt cắt ngang của dây lò xo có hai thành phần nội lực: lực cắt Q và mômen xoắn M .

Với lò xo bước ngắn ta coi mặt cắt của dây lò xo là một hình tròn.

Từ phương trình cân bằng của hai phần trên ta tìm được:

$$Q = P; \quad M = \frac{D}{2}P \quad (a)$$

Ứng suất tiếp do lực cắt Q gây nên coi như phân bố đều và có chiều từ trên xuống (cùng chiều với Q).

Trị số của ứng suất này tính theo công thức:

$$\tau_Q = \frac{Q}{F} = \frac{4P}{\pi d^2} \quad (b)$$

Ứng suất tiếp do mômen xoắn gây nên trên mặt cắt phân bố theo quy luật bậc nhất của bán kính r , và đạt giá trị lớn nhất tại những điểm ở trên biên của mặt cắt.

$$\tau_M^{\max} = \frac{M}{W_p} = \frac{8PD}{\pi d^3} \quad (c)$$

Phương của thành phần ứng suất tiếp này luôn vuông góc với bán kính mặt cắt (hình 4.4)

Như vậy ứng suất tiếp lớn nhất phát sinh tại điểm A ở mép trong của mặt cắt vì cả hai thành phần ứng suất tại đây cùng phương chiều và bằng:

$$\tau_{\max} = \tau_Q + \tau_M^{\max} = \frac{4P}{\pi d^2} + \frac{8PD}{\pi d^3} = \frac{8PD}{\pi d^3} \left(1 + \frac{d}{2D} \right) \quad (d)$$

Do đường kính d rất nhỏ so với đường kính của lò xo D nên ta có thể bỏ qua đại lượng $\frac{d}{2D}$ trong công thức (d). Vậy:

$$\tau_{\max} = \frac{8PD}{\pi d^3} \quad (4-22)$$

Từ công thức này ta thấy rằng biến dạng chủ yếu của dây lò xo là biến dạng xoắn, còn biến dạng cắt coi như không đáng kể.

Khi thiết lập công thức (5-22) ta đã bỏ qua độ cong của dây lò xo. Với cách tính chính xác hơn, có tính đến độ cong và nghiêng vòng của dây lò xo, thì công thức $\tau_{\max}$ sẽ là:

$$\tau_{\max} = k \frac{8PD}{\pi d^3} \quad (4-23)$$

Trong đó không là hệ số điều chỉnh tính theo công thức:

$$k = \frac{\frac{D}{d} + 0,25}{\frac{D}{d} - 1} \quad (4-24)$$

4.4.3. Độ lún của lò xo

Giả sử ta có một lò xo, dưới tác dụng của lực P lò xo có độ dãn ra (nếu là kéo) hay độ co lại (nếu là nén) là λ , λ ở đây thường gọi là độ lún.

Để xác định độ lún của lò xo ta sử dụng định luật bảo toàn năng lượng.

Gọi A là công của lực P trên dịch chuyển λ ta có:

$$A = \frac{1}{2} P \lambda \quad (e)$$

Về trị số công này bằng thế năng biến dạng đàn hồi tích lũy trong dây lò xo khi lò xo biến dạng, cụ thể là:

$$U = \frac{1}{2} \cdot \frac{M_z^2}{G J_p} l = \frac{1}{2} \cdot \frac{P^2 D^2}{4} \cdot \frac{\pi D n}{G \frac{\pi d^4}{32}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{8 P^2 D^3 n}{G d^4} \quad (f)$$

$$\text{Vậy } \lambda = \frac{8PD^3n}{Gd^4} \quad (4-25)$$

Ta gọi trị số của lực tác dụng làm lò xo co hay dãn ra một đơn vị là độ cứng của lò xo và ký hiệu là C thì:

$$C = \frac{P}{\lambda} = \frac{Gd^4}{8D^3n} \quad (4-26)$$

Thí dụ 1 : Kiểm tra bền cho một lò xo có đặc trưng sau:

D = 10cm; d = 0,6cm; n = 16 vòng; G = 8.10³kN/cm²; [τ] = 6kN/cm²;

P = 50N. Tính độ dãn của lò xo biết lực P là lực kéo

Giải: Ứng suất lớn nhất của lò xo là:

$$\tau_{\max} = \frac{8PD}{\pi d^3} = \frac{8.50.10^{-3}.10}{3,14.(0,6)^3} \approx 5,89 \text{ kN / cm}^2$$

So sánh τ_{max} với [τ] ta thấy τ_{max} < [τ], vậy lò xo đủ bền

Độ dãn của lò xo tính theo công thức (5-25)

$$\lambda = \frac{8PD^3n}{Gd^4} = \frac{8.50.10^{-3}.10^3.16}{8.10^3.(0,6)^4} \approx 6,17 \text{ cm}$$

4.5. TÍNH TOÁN THANH TRÒN CHỊU XOẮN THUẦN TÚY

4.5.1. Điều kiện bền

Thanh chịu xoắn thuần túy được coi là đủ bền khi ứng suất tiếp lớn nhất trong thanh không được vượt quá ứng suất tiếp cho phép

$$\text{Điều kiện bền } \max |\tau_{\rho_{\max}}| = \left| \frac{Mz}{W_p} \right|_{\max} \leq [\tau] \quad (4-18)$$

Ứng suất tiếp lớn nhất trong thanh $\max |\tau_{\rho_{\max}}|$ được xác định từ việc so sánh ứng suất tiếp lớn nhất trên các mặt cắt ngang $|\tau_{\rho_{\max}}|$

Ứng suất tiếp cho phép [τ] có hai cách xác định:

* Bằng thực nghiệm

$$[\tau] = \frac{\tau_0}{n} \quad \tau_0 \text{ là ứng suất tiếp nguy hiểm xác định từ thí nghiệm}$$

* Xác định dựa vào các lý thuyết bền: ta tách ra khỏi trục một phân tố nguy hiểm, có τ_{ρmax} phân tố này thuộc trạng thái trượt thuần túy như hình 4.5

Phân tố này có:

$$\sigma_1 = \tau_{\rho \max}$$

$$\sigma_2 = 0$$

$$\sigma_3 = -\tau_{\rho \max}$$

Theo thuyết bền số (3): $[\tau]_{t3} = \frac{[\sigma]}{2}$

Theo thuyết bền số (4): $[\tau]_{t4} = \frac{[\sigma]}{\sqrt{3}}$

Theo thuyết bền Mo:

$$[\tau]_{tMO} = \frac{[\sigma]_k}{1 + \alpha}$$

$$\text{trong đó } \alpha = \frac{[\sigma]_k}{[\sigma]_n} \quad (c)$$

4.5.2. Điều kiện cứng

Ngoài điều kiện bền ra, một trục khi chịu lực phải đảm bảo điều kiện bền cứng nữa. Đối với một thanh chịu xoắn thì độ cứng cũng quan trọng như độ bền. Theo từng điều kiện cụ thể mà điều kiện cứng có thể là một trong các điều kiện sau :

$$\begin{aligned} |\theta_{\max}| &= \left(\frac{M_z}{GJ_p} \right)_{\max} \leq [\theta] \\ |\varphi_{AB}| &= \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \left(\frac{M_z}{GJ_p} \right)_i dz \leq [\varphi_{AB}] \\ |\varphi^k_{(z)}| &\leq [\varphi] \end{aligned} \quad (4-19)$$

Trong đó $\varphi^k_{(z)}$ là chuyển vị của mặt cắt K nào đó

4.5.3. Ba bài toán cơ bản tính thanh tròn chịu xoắn thuần túy theo điều kiện bền và điều kiện cứng

Khi tính toán một trục chịu xoắn ta cũng phải giải quyết ba bài toán cơ bản mà nội dung cách giải cũng tương tự như trong chương kéo nén đúng tâm.

a. Bài toán kiểm tra

Ta phải kiểm tra độ bền theo công thức (4-18) và độ cứng theo công thức (4-19)

b. Bài toán tìm tải trọng cho phép

Ta chọn tải trọng cho phép từ điều kiện bền theo công thức (4-18)

$$M_z \leq W_p[\tau] \quad (d)$$

và từ điều kiện cứng (4-19)

$$M_z \leq GJ_p[\theta] \quad (e)$$

Sau đó so sánh chọn kết quả nhỏ hơn làm tải trọng cho phép tác dụng lên trục

c. Bài toán xác định đường kính mặt cắt ngang

Từ điều kiện bền ta có:

$$\max|\tau_{p\max}| = \left| \frac{M_z}{W_p} \right|_{\max} \leq [\tau] \quad \text{Suy ra} \quad W_p \geq \frac{M_z}{[\tau]}$$

Rồi từ đó ta xác định được đường kính D của mặt cắt ngang.

(f)

Còn từ điều kiện cứng thì:

$$\text{Theo } \theta_z \text{ ta có: } |\theta_z|_{\max} = \left| \frac{M_z}{GJ_p} \right|_{\max} \leq [\theta_z] \quad \text{Suy ra} \quad J_p \geq \frac{M_z}{G[\theta_z]}$$

Sau đó ta tính được D theo công thức liên hệ với J_p

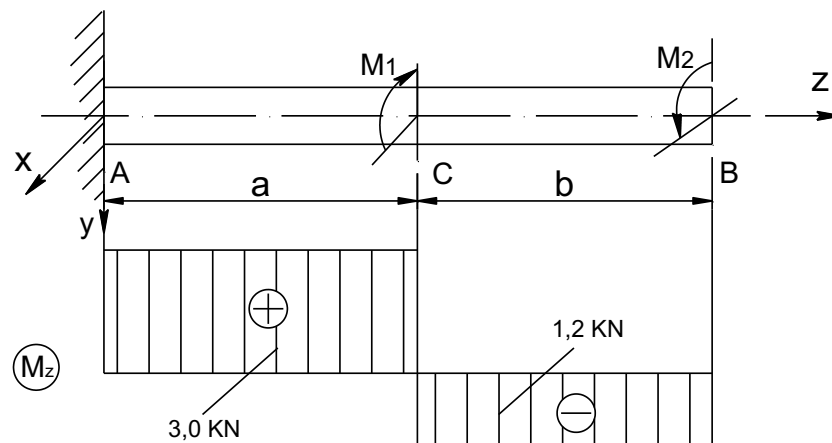
(g)

Cuối cùng so sánh ta chọn kết quả lớn hơn làm đường kính của trục.

Trong hai biểu thức (f) và (g) hệ số η là hệ số rỗng của mặt cắt ngang. Nếu mặt cắt là tròn đặc thì $\eta = 1$

Thí dụ 2: Cho một trục chịu xoắn như hình vẽ 4.6a. Mặt cắt ngang của trục rỗng với hệ số rỗng là $\eta = 0,6$.

Biết $M_1 = 4,2\text{kNm}$, $M_2 = 1,2\text{kNm}$, $[\tau] = 4\text{kN/cm}^2$; $[\theta] = 0,25^\circ/\text{m}$. Vật liệu có $G = 8 \cdot 10^3 \text{kN/cm}^2$



Hình 4.5

Giải: Biểu đồ mômen xoắn được biểu diễn như hình 4.5

Từ biểu đồ ta thấy mặt cắt nguy hiểm thuộc đoạn AC, với

$$M_{z\max} = 3,0\text{kNm} = 300\text{kNcm}$$

Từ điều kiện bền ta xác định được đường kính ngoài của thanh là:

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{300}{0,2 \cdot 4 \cdot (1 - 0,6^4)}} = 7,55\text{cm}$$

Từ điều kiện cứng với:

$$[\theta] = 0,25^\circ / \text{m} = \frac{\pi}{180} \cdot 0,25 \text{rad} / \text{m} = \frac{\pi}{180} \cdot 0,25 \cdot 10^{-2} \text{rad} / \text{cm}$$

ta xác định đường kính ngoài của thanh là:

$$D \geq \sqrt[4]{\frac{300}{0,1 \cdot \frac{\pi}{180} \cdot 0,25 \cdot 10^{-2} \cdot 8 \cdot 10^3 (1 - 0,6^4)}} = 14 \text{ cm}$$

Vậy ta chọn đường kính ngoài của trục là $D = 14 \text{ cm}$ và đường kính trong là $d = 0,6D = 0,6 \cdot 14 = 8,4 \text{ cm}$

Câu hỏi ôn tập

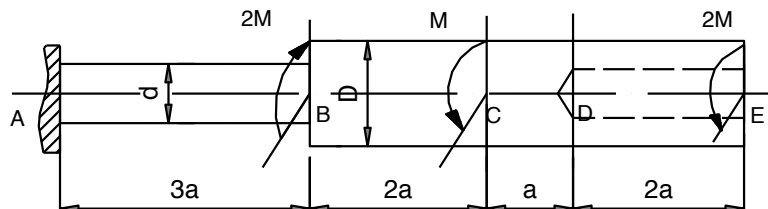
1. Nêu định nghĩa thanh chịu xoắn thuần túy, các dạng ngoại lực gây xoắn thuần túy? Ví dụ thực tế về các trường hợp chịu xoắn thuần túy.
2. Trên mặt cắt ngang của thanh tròn chịu xoắn thuần túy có thành phần ứng suất gì? Nêu các đặc điểm của nó và vẽ hình minh họa? Sự phân bố ứng suất trên mặt cắt ngang như thế nào?
3. Các đại lượng đặc trưng cho biến dạng, chuyển vị của thanh chịu xoắn thuần túy là gì? Viết công thức tính ứng suất và giải thích các đại lượng trong công thức. Từ đó trình bày điều kiện cứng.
4. Nêu cách giải ba bài toán cơ bản tính thanh tròn chịu xoắn thuần túy theo điều kiện bền và điều kiện cứng.
5. Viết công thức tính ứng suất tại một điểm bất kỳ và công thức tính ứng suất lớn nhất trên mặt cắt ngang sợi dây lò xo xoắn ốc hình trụ ngắn. Từ đó trình bày điều kiện bền của lò xo.

BÀI TẬP

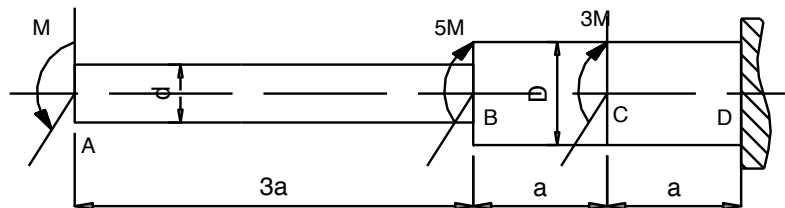
Bài 1:

Vẽ biểu đồ nội lực M_z , tính góc xoắn tương đối giữa hai đầu thanh theo M , a , d , G . Biết $D = 2d$

a,



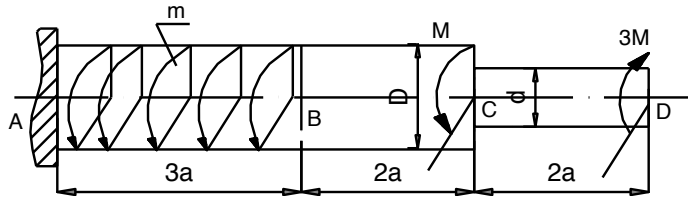
b,



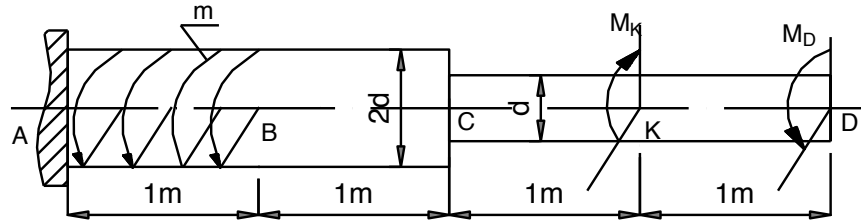
Bài 2:

a, - Kiểm tra bền và cứng cho trục tròn: $m = 600 \text{ Nm/m}$; $M = 0,5 \text{ KNm}$; $D = 10 \text{ cm}$; $d = 6 \text{ cm}$; $[\tau] = 60 \text{ MN/m}^2$; $[\theta_z] = 4^\circ/\text{m}$; $a = 80 \text{ cm}$; $G = 8 \cdot 10^4 \text{ MN/m}^2$

- Xác định tải trọng cho phép biết $M = ma$; $[\tau] = 160 \text{ MN/m}^2$; $[\varphi_{AD}] = 4,6^\circ$

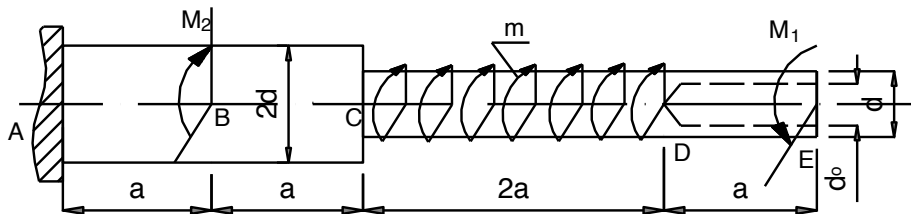


b, Trục tròn chịu lực như hình vẽ, biết: $M_D = 1,2 \text{ KNm}$; $M_K = 2,5 \text{ KNm}$;
 $m = 40 \text{ Nm/cm}$; $d = 8 \text{ cm}$. Vật liệu trục là gang có $[\tau] = 50 \text{ MN/m}^2$; $n = 2,5$; $[\varphi] = 2^\circ$; $G = 5 \cdot 10^4 \text{ MN/m}^2$
 Kiểm tra bền và cứng cho trục



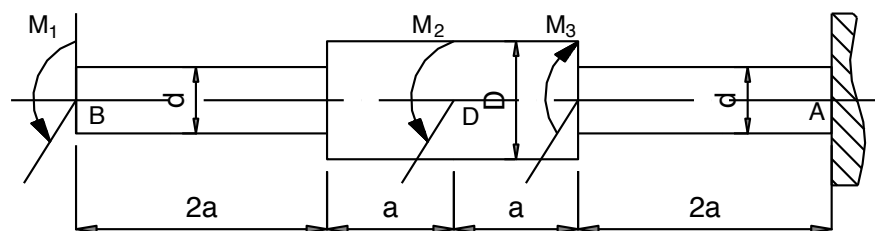
Bài 3

- Xác định đường kính các đoạn trục sau: $M_1 = 800 \text{ Nm}$; $M_2 = 1800 \text{ Nm}$;
 $m = 1000 \text{ Nm/m}$; $D = 2d$; $d_o = 0,8d$; $[\tau] = 60 \text{ MN/m}^2$;
 $[\theta_z] = 0,5^\circ/\text{m}$; $G = 8 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$, $a = 1 \text{ m}$
 - Với đường kính vừa xác định, tính góc xoắn tương đối giữa hai đầu thanh



Bài 4:

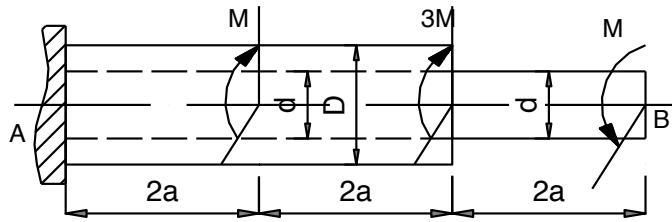
a,
 - Vẽ biểu đồ nội lực theo M biết:
 $M_1 = M$; $M_2 = 3M$; $M_3 = 6M$; $D = 1,5d$
 - Tính tải trọng cho phép biết:
 $D = 6 \text{ cm}$; $a = 0,6 \text{ m}$; $[\tau] = 80 \text{ MN/m}^2$; $[\varphi_B] = 1,6^\circ$; $G = 8 \cdot 10^4 \text{ MN/m}^2$



b,

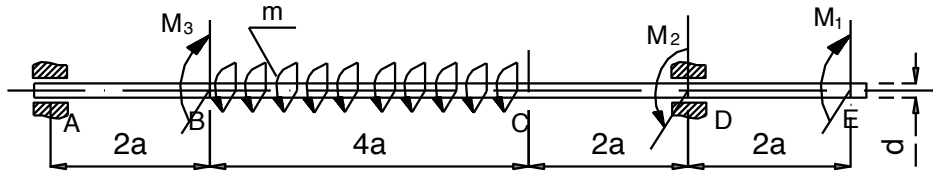
- Vẽ biểu đồ nội lực theo M biết $\eta = \frac{d}{D} = 0,8$

- Kiểm tra bền và cứng biết $M = 2,4 \text{ KNm}$; $[\tau] = 60 \text{ MN/m}^2$; $D = 10 \text{ cm}$;
 $[\varphi_{BA}] = 2,6^\circ$; $a = 0,5 \text{ m}$; $G = 8.10^3 \text{ KN/cm}^2$
- Xác định tải trọng cho phép:



Bài 5:

Xác định đường kính trục biết: $M_1 = 800 \text{ Nm}$; $M_2 = 1000 \text{ Nm}$; $M_3 = 1500 \text{ Nm}$;
 $a = 1 \text{ m}$; $[\tau] = 8 \text{ KN/cm}^2$; $[\theta_z] = 2,4^\circ/\text{m}$; $G = 8.10^4 \text{ MN/m}^2$
 Tính góc xoắn tương đối giữa hai đầu thanh

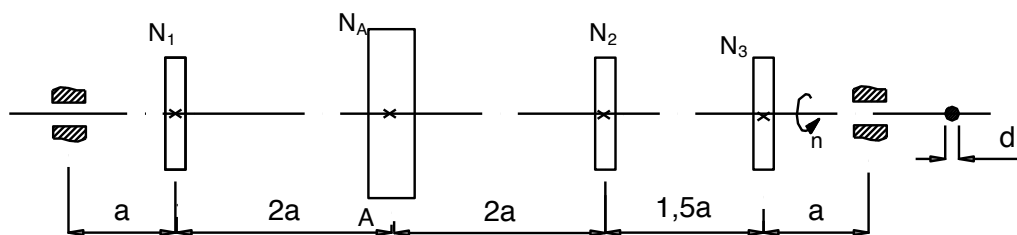


Bài 6:

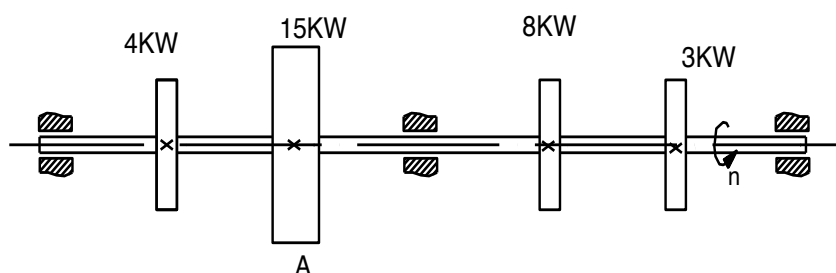
a, Trục truyền động có bánh A là bánh chủ động. Công suất của các bánh răng là:
 $N_1 = 5 \text{ KW}$; $N_2 = 6 \text{ KW}$; $N_3 = 3 \text{ KW}$; $N_A = 14 \text{ KW}$. Trục quay với $n = 230 \text{ v/ph}$;
 $a = 0,5 \text{ m}$. Biết $[\tau] = 2600 \text{ N/cm}^2$; $[\theta_z] = 0,6^\circ/\text{m}$; $G = 8.10^4 \text{ MN/m}^2$

Xác định đường kính trục (Dùng công thức $M(\text{Nm}) = \frac{N(\text{W})}{\omega(\text{rad/s})}$)

Tính góc xoắn tương đối giữa hai đầu trục



b, Kiểm tra bền và cứng cho trục tròn có $d = 6 \text{ cm}$; $[\tau] = 2000 \text{ N/cm}^2$; $[\theta_z] = 0,4^\circ/\text{m}$; $G = 8.10^6 \text{ N/cm}^2$.
 Bánh A là bánh chủ động, $n = 150 \text{ v/ph}$



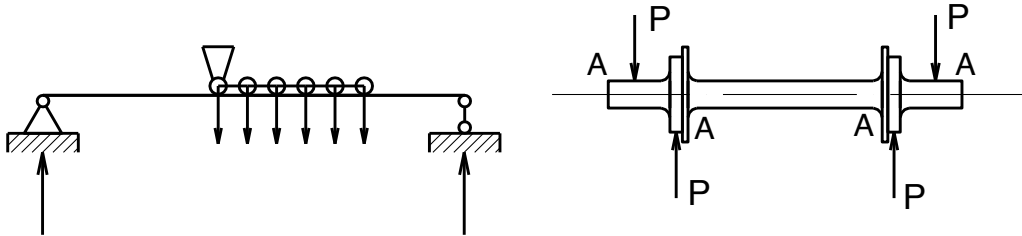
Chương 5: UỐN PHẪNG THANH THẲNG

5.1. KHÁI NIỆM

Một thanh chịu uốn là một thanh có trục bị uốn cong dưới tác dụng của ngoại lực. Những thanh chịu uốn được gọi là dầm.

Dầm là một bộ phận thường gặp trong các công trình hay trong các máy móc

Thí dụ: Dầm chính của một cái cầu và trục của bánh xe hỏa như hình 5.1



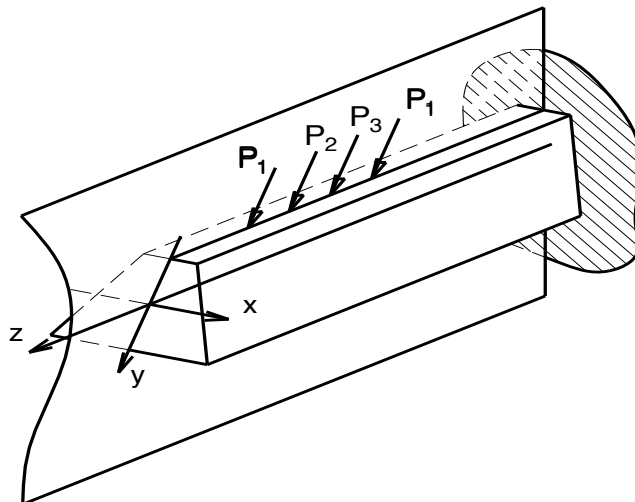
Hình 5.1

Ngoại lực gây ra uốn có thể là lực tập trung hay phân bố có đường tác dụng vuông góc với trục dầm hoặc là những mô men nằm trong mặt phẳng chứa trục dầm.

Ta đưa ra một số định nghĩa sau đây:

- Nếu ngoại lực cùng đặt trong một mặt phẳng, mặt phẳng này chứa trục dầm. Ta gọi mặt phẳng đó là mặt phẳng tải trọng
- Giao tuyến giữa mặt phẳng tải trọng và mặt cắt ngang của dầm gọi là đường tải trọng
- Nếu trục dầm sau khi bị uốn là một đường cong nằm trong mặt phẳng quán tính chính trung tâm thì sự uốn đó được gọi là uốn phẳng hay uốn đơn

Trong thực tế những dầm bị uốn thường là những dầm có mặt cắt ngang là những hình đối xứng qua một trục. Vì vậy để đơn giản bài toán chúng ta cũng chỉ xét các loại dầm có tính chất đó, nghĩa là các loại dầm sao cho mặt cắt ngang có ít nhất một trục đối xứng hay nói cách khác dầm có một mặt đối xứng đi qua trục của dầm



Hình 5.2

Ta cũng giả thiết thêm rằng ngoại lực nằm trong mặt phẳng đối xứng đó

Nếu gọi mặt quán tính chính trung tâm là mặt tạo thành bởi một trục quán tính chính trung tâm của mặt cắt ngang và của trục dầm thì trường hợp ta đang xét, mặt đối xứng là mặt phẳng tải trọng và đồng thời là mặt quán tính chính trung tâm. Vì tính chất đối xứng ta nhận thấy rằng trục của dầm sau bị uốn là một đường cong phẳng nằm trong mặt phẳng đối xứng đó. Trục đối xứng của mặt cắt là đường tải trọng. Ở đây chúng ta cũng chỉ xét các loại dầm mà bề rộng của mặt cắt ngang tuy có bé so với chiều cao nhưng không quá bé để có thể xảy ra hiện tượng mất ổn định

Ta lần lượt xét hai trường hợp uốn sau đây :

- Uốn thuần túy phẳng
- Uốn ngang phẳng

5.2. THANH CHỊU UỐN THUẦN TÚY PHẪNG

5.2.1. Định nghĩa

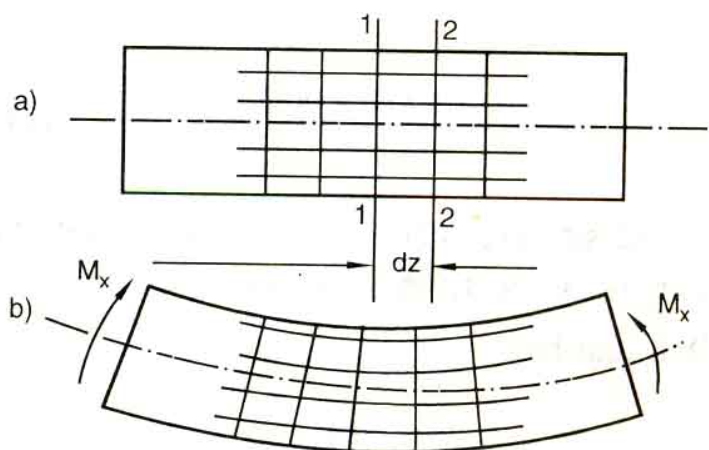
Một thanh chịu uốn thuần túy phẳng là khi trên mặt cắt ngang của thanh chỉ có một thành phần mômen uốn nằm trong mặt phẳng quán tính chính trung tâm.

5.2.2. Ứng suất trên mặt cắt ngang

a. Thí nghiệm

Giả sử ta có một thanh lăng trụ thẳng, trước khi cho thanh chịu uốn thuần túy ta vẽ lên bề mặt của thanh những đường thẳng song song với trục để biểu diễn cho những thớ dọc và những đường cong phẳng vuông góc với trục để biểu diễn cho các mặt cắt ngang (hình 5.3)

Sau khi thanh biến dạng uốn thuần túy bởi mômen uốn M_x (hình 5.3) ta nhận thấy những đường thẳng song song với trục dầm đã trở thành những đường cong những vẫn song song với trục dầm, những đường cong phẳng vuông góc với trục thì bây giờ vẫn phẳng và vẫn vuông góc với trục dầm.



Hình 5.3

b. Các giả thuyết

Với những nhận xét trên ta có thể đưa ra các giả thuyết sau đây:

- Giả thuyết về mặt cắt ngang: các mặt cắt ngang của một thanh thẳng trong quá trình chịu uốn thuần túy luôn phẳng và vuông góc với trục thanh

- Giả thuyết về các thớ dọc: các thớ dọc của một thanh thẳng trong quá trình chịu uốn thuần túy không đẩy nhau và không ép lên nhau

Ngoài hai giả thuyết trên ta còn giả thiết rằng vật liệu của thanh còn làm việc trong miền đàn hồi tuân theo định luật Húc.

Từ các giả thuyết trên ta rút ra một số kết luận như sau:

- Trên mặt cắt ngang không có ứng suất tiếp

- Các thớ dọc bị dãn ra hoặc co lại và tồn tại một lớp thớ không bị co cũng không bị dãn. Lớp thớ này gọi là lớp thớ trung hoà. Giao tuyến của lớp thớ trung hoà và mặt cắt ngang gọi là lớp đường trung hoà. Đường trung hoà là một đường thẳng vuông góc với trục Cy.

c. Xác định công thức ứng suất trên mặt cắt ngang

Ta xét một đoạn thanh dz được tách ra bởi hai mặt cắt 1-1 và 2-2 (hình 6.4a). Sau biến dạng hai mặt cắt này sẽ bị xoay quanh trục trung hoà và làm với nhau một góc $d\varphi$, lớp thớ trung hoà có bán kính cong là ρ (hình 6.5). Vì lớp thớ trung hoà không bị co dãn nên chiều dài của nó vẫn bằng dz và sẽ bằng:

$$dz = \rho d\varphi \quad (a)$$

Xét một thớ AB cách lớp thớ trung hoà một khoảng bằng y . Độ dài lớp thớ này:

$$dz + \Delta dz = (\rho + y)d\varphi \quad (b)$$

Biến dạng dài của lớp thớ này sẽ là:

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta dz}{dz}$$

$$\varepsilon_z = \frac{(\rho + y)d\varphi - \rho d\varphi}{\rho d\varphi} = \frac{y}{\rho} \quad (c)$$

Giả sử, ứng suất tại điểm B trên mặt cắt là σ_z thì giữa σ_z và ε_z có mối quan hệ theo định luật Húc.

$$\sigma_z = E \varepsilon_z = \frac{E}{\rho} \cdot y \quad (d)$$

Bây giờ lấy xung quanh B một diện tích dF vô cùng bé, ta có các mối quan hệ sau đây:

$$\int_F \sigma_z dF = N_z \quad (e)$$

$$\int_F \sigma_z y dF = M_z \quad (g)$$

Thay σ_z từ (d) vào (e) và chú ý rằng khi thanh chịu uốn thuần túy, lực dọc trên mặt cắt ngang của nó bằng 0, E và ρ không phụ thuộc vào vị trí của B trên mặt cắt ngang, ta được:

$$N_z = \frac{E}{\rho} \int_F y dF = \frac{E}{\rho} S_x = 0$$

Suy ra $S_x = 0$ (h)

Từ (h) ta có thể kết luận rằng trục trung hoà trùng với trục quán tính chính trung tâm

Thay (d) vào (g) ta có:

$$\frac{E}{\rho} \int_F y^2 dF = \frac{E}{\rho} J_x = M_x \quad (i)$$

Ta rút ra được:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{E J_x} \quad (5-1)$$

Thay biểu thức (6-1) vào biểu thức (d) ta được công thức để tính ứng suất pháp như sau:

$$\sigma_z = \frac{M_x}{J_x} y \quad (5-2)$$

Trong đó:

M_x là mômen uốn trên mặt cắt ngang

J_x là mômen quán tính của mặt cắt ngang đối với trục trung hoà

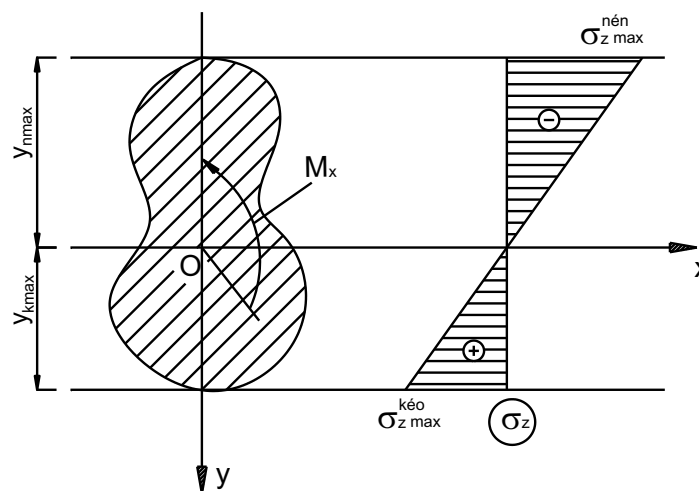
y là tung độ của điểm cần tính ứng suất. ứng suất tính được nếu mang dấu dương (+) là ứng suất kéo, nếu mang dấu âm (-) là ứng suất nén.

Biểu đồ phân bố ứng suất trên mặt cắt ngang

a. Mặt cắt bất kỳ :

Từ công thức (6-2) ta vẽ được biểu đồ ứng suất pháp trên mặt cắt ngang như hình 5.4. Trên biểu đồ ta đánh dấu (+) để chỉ phần ứng suất kéo và dấu (-) để chỉ phần ứng suất nén.

Từ biểu đồ ta thấy rằng ứng suất lớn nhất phát sinh ở những điểm xa trục trung hoà nhất, có tung độ lớn nhất là $y_{\max}$ và có trị số là:



Hình 5.3

$$\sigma_{\max}^k = \frac{M_x}{J_x} y_{\max}^k = + \frac{|M_x|}{W_x^k}$$

$$\sigma_{\max}^n = \frac{M_x}{J_x} y_{\max}^n = - \frac{|M_x|}{W_x^n}$$
(5-3)

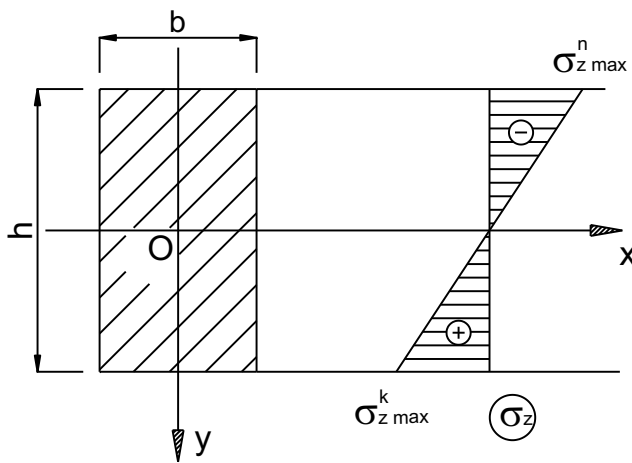
Trong đó:

$$W_x^k = \frac{J_x}{|y_{\max}^k|}; W_x^n = \frac{J_x}{|y_{\max}^n|}$$
(k)

được gọi là mômen chống uốn của mặt cắt.

b. Mặt cắt đối xứng :

Với mặt cắt đối xứng như hình tròn, hình chữ nhật, chữ I ...



Hình 5.4

$$|y_{\max}^k| = |y_{\max}^n| = \frac{h}{2}$$

Trong đó h là chiều cao mặt cắt .

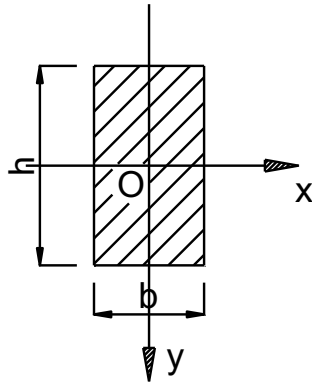
$$W_x^k = W_x^n = W_x = \frac{J_x}{h/2}$$

$$|\sigma_{\max}^k| = |\sigma_{\max}^n| = \frac{|M_x|}{W_x}$$

Biểu đồ ứng suất có dạng đối xứng, được biểu diễn như trên hình vẽ .

Mômen chống uốn của một số mặt cắt thường gặp.

a) Mặt cắt ngang là hình chữ nhật



Hình 5.5

Đối với mặt cắt ngang hình chữ nhật với kích thước $b \times h$ (hình 5.5) ta có:

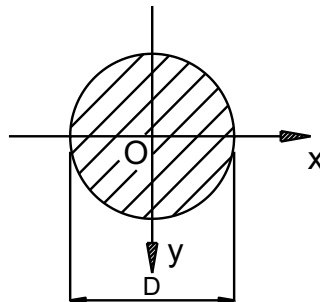
$$J_x = \frac{bh^3}{12}$$

$$y_{\max}^n = -y_{\max}^n = \frac{h}{2}$$

nên $W_x^k = -W_x^n = \frac{bh^2}{6}$ (5-4)

b) Mặt cắt ngang là hình tròn

Đối với mặt cắt là hình tròn với đường kính là D (hình 6.8) thì:



Hình 5.6

$$J_x = \frac{\pi D^4}{64}$$

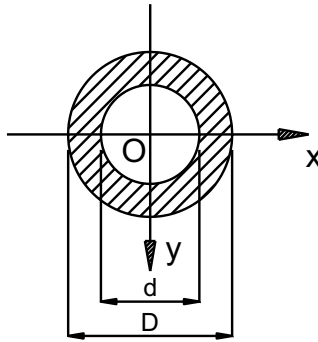
$$y_{\max}^k = -y_{\max}^n = \frac{D}{2}$$

nên $W_x^k = -W_x^n = \frac{\pi D^3}{32}$ (5-5)

c) Mặt cắt ngang là hình tròn rỗng

Đối với mặt cắt là hình tròn rỗng với đường kính ngoài là D , đường kính trong là d (hình 5.9) hệ số

rỗng $\eta = \frac{d}{D}$, ta có:



Hình 5.7

$$J_x = \frac{\pi D^4}{64} (1 - \eta^4)$$

$$y_{\max}^k = -y_{\max}^n = \frac{D}{2}$$

nên
$$W_x^n = -W_x^k = \frac{\pi D^3}{32} (1 - \eta^4) \quad (5-6)$$

d) Mặt cắt ngang của các loại thép định hình

Đối với các loại thép định hình, mômen chống uốn của mặt cắt ngang được cho sẵn trong các bảng đặc trưng hình học của mỗi loại (xem bảng phụ lục)

5.2.3 ĐIỀU KIỆN BỀN CỦA DÀM CHỊU UỐN THUẦN TÚY PHẪNG

Như đã phân tích ở trên, tại mọi điểm trong dầm chịu uốn thuần túy phẳng đều làm việc trong trạng thái ứng suất đơn với ứng suất pháp σ_z .

Nếu xét dầm lăng trụ thì mặt cắt nguy hiểm sẽ là mặt cắt có $|M_x|_{\max}$ và điểm nguy hiểm sẽ là điểm ở mép trên và mép dưới của mặt cắt nguy hiểm. Ứng suất tại các điểm nguy hiểm là $\sigma_{z\max}^k$ và

$$\sigma_{z\max}^n$$

Với dầm làm bằng vật liệu dẻo, khi đó điều kiện bền có dạng.

$$\begin{cases} \sigma_{z\max}^k \leq [\sigma]_k \\ |\sigma_{z\max}^n| \leq [\sigma]_n \end{cases}$$

Với dầm làm bằng vật liệu dẻo: Vì $[\sigma]_k = [\sigma]_n = [\sigma]$

Nên điều kiện bền chỉ cần: $\max |\sigma_z| \leq [\sigma]$

Trong đó: $\max |\sigma_z| = \max (\sigma_{z\max}^k; |\sigma_{z\max}^n|)$

Từ điều kiện bền ta giải quyết được ba bài toán cơ bản sau:

- * Bài toán kiểm tra bền.
- * Bài toán xác định tải trọng cho phép.
- * Bài toán thiết kế mặt cắt ngang.

5.2.4 Hình dáng hợp lý của mặt cắt ngang.

Hình dáng hợp lý của mặt cắt ngang là hình dáng sao cho khả năng chịu lực của dầm là lớn nhất nhưng đồng thời tốn ít vật liệu nhất.

Dầm làm bằng vật liệu dòn: Mặt cắt của dầm sẽ hợp lý nhất khi ứng suất cực trị thỏa mãn các điều kiện:

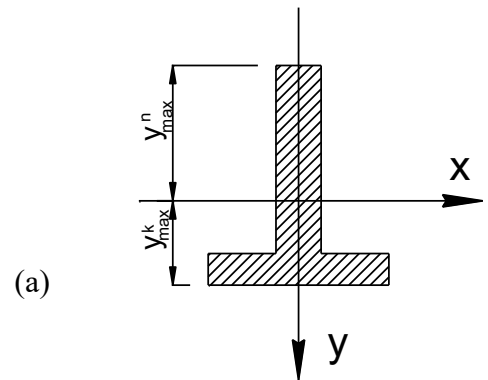
$$\begin{cases} \sigma_{z \max}^k = [\sigma]_k \\ |\sigma_{z \max}^n| = [\sigma]_n \end{cases}$$

Trong đó: $[\sigma]_k$ là ứng suất cho phép khi kéo và $[\sigma]_n$ là ứng suất cho phép khi nén. Thay các trị số $\sigma_{z \max}^k$ và $|\sigma_{z \max}^n|$ được tính theo công thức (6-3) vào các đẳng thức trên, ta sẽ được.

$$\begin{aligned} \frac{|M_x|}{J_x} y_{\max}^k &= [\sigma]_k \\ \frac{|M_x|}{J_x} y_{\max}^n &= [\sigma]_n \end{aligned}$$

Chia các vế của các đẳng thức đó với nhau ta sẽ được:

$$\frac{y_{\max}^k}{y_{\max}^n} = \frac{[\sigma]_k}{[\sigma]_n}$$

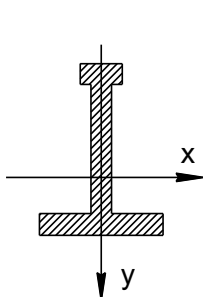


Hình 5.8

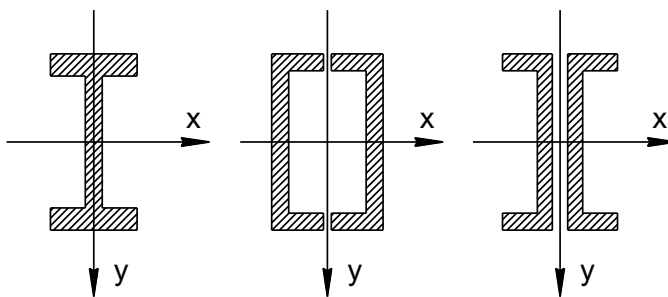
Từ đó ta suy ra rằng đối với vật liệu dòn hình dáng hợp lý của mặt cắt phải sao cho đường trung hòa chia chiều cao mặt cắt theo tỷ số của $y_{\max}^k$ và $y_{\max}^n$ thỏa mãn đẳng thức (a) hình

Trường hợp vật liệu dẻo. Vì với vật liệu dẻo $[\sigma]_k = [\sigma]_n$ do đó tỷ số (a) trên đây bằng 1, nghĩa là $y_{\max}^k = y_{\max}^n$, cho nên đường trung hòa là trục đối xứng của mặt cắt.

Bây giờ ta hãy xét hình dáng của mặt cắt ngang phải như thế nào để tiết kiệm vật liệu nhất. qua các biểu đồ ứng suất như trên hình vẽ (Hình 6.4) và (Hình 6.5), ta nhận thấy ở những điểm càng gần trục trung hòa thì trị số ứng suất pháp càng nhỏ, nghĩa là ở những nơi đó thì vật liệu làm việc ít hơn ở những điểm xa đường trung hòa. Vì vậy, người ta có xu hướng cấu tạo mặt cắt sao cho vật liệu phân bố xa đường trung hòa. Do đó đối với vật liệu dòn ta có thể có các mặt cắt ngang hình dạng chữ T như hình vẽ 6.9 và đối với vật liệu dẻo ta có thể có các hình dáng chữ I hai chữ [ghép lại như hình vẽ 6.10



Hình 5.9



Hình 5.10

Đối với các loại mặt cắt ngang có $W_x^k = W_x^n$ thường để so sánh mức độ tiết kiệm nguyên vật liệu của các loại hình dáng khác nhau người ta có thể dùng tỉ số $\frac{W_x}{F}$. Hình dáng mặt cắt nào có tỉ số đó càng cao nghĩa là với khả năng chống uốn qua một đơn vị diện tích càng lớn, thì hình dáng đó càng hợp lý. Vì tỉ số $\frac{W_x}{F}$ là một số có thứ nguyên nên việc so sánh chưa thuận tiện, do đó người ta thường dùng tỉ số $\frac{W_x}{\sqrt{F^3}}$ để so sánh.

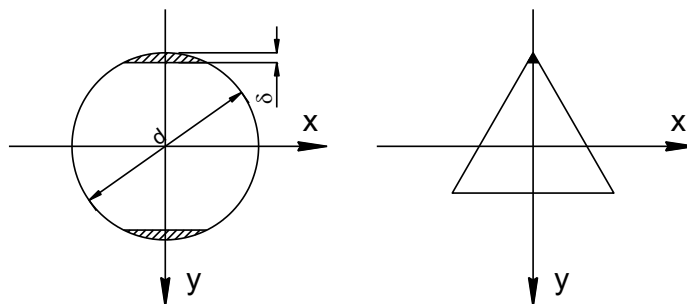
Thí dụ:

- Với mặt cắt ngang hình tròn $\frac{W_x}{\sqrt{F^3}} = 0,14$
- Với mặt cắt hình chữ nhật $\frac{W_x}{\sqrt{F^3}} = 0,167$
- Với mặt cắt hình vành khăn $\frac{W_x}{\sqrt{F^3}} = 0,73 - 0,81$
- Với mặt cắt hình chữ [$\frac{W_x}{\sqrt{F^3}} = 0,57 - 1,35$
- Với mặt cắt hình chữ I $\frac{W_x}{\sqrt{F^3}} = 1,02 - 1,51$

Qua các trị số đó ta thấy mặt cắt chữ I là mặt cắt hợp lý nhất.

Đôi khi đối với những loại dầm có mặt cắt ngang là tròn hay tam giác đều vv... như trên hình vẽ (Hìn 6.11) nếu ta gọt dầm đi một ít (theo chỗ gạch chéo), thì lại làm cho khả năng chống uốn của dầm tăng lên.

Quả vậy vì: $W_x = \frac{J_x}{y_{\max}}$.



Hình 5.11

Nếu gọt đi như vậy sẽ làm cho $y_{\max}$ giảm xuống đồng thời J_x cũng giảm, nhưng vì J_x là hàm số bậc 2 đối với y nên nếu giảm y với một giới hạn nào đó thì trị số momen chống uốn lại tăng lên. Thí dụ như đối với mặt cắt tròn, nếu độ dày δ của chỗ gọt là $\delta = 0,011d$ thì momen chống uốn sẽ tăng lên 0,7%

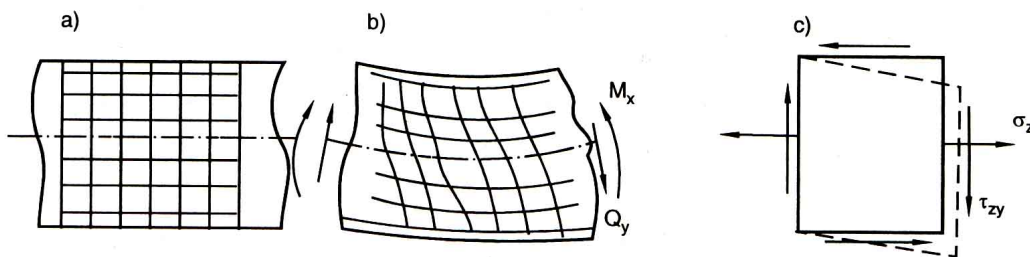
5.3. THANH CHỊU UỐN NGANG PHẪNG

5.3.1. Định nghĩa

Một dầm được gọi là uốn ngang phẳng khi trên các mặt cắt ngang ngoài thành phần mômen uốn M_x còn có các thành phần lực cắt Q_y . Các thành phần nội lực đó nằm trong mặt phẳng đối xứng của dầm

5.3.2. Ứng suất trên mặt cắt ngang

Trên bề mặt của thanh ta cũng vạch những đường thẳng song song với trục và những đường cong phẳng vuông góc với trục thanh thì sau biến dạng những đường song song với trục vẫn song song với trục, nhưng bị uốn cong, còn những đường cong phẳng vuông góc với trục thì không còn phẳng nữa (hình 6.10a)



Hình 5.12

Nếu trên mặt cắt ngang ta tách ra một phân tố thì ta thấy phân tố có cả biến dạng dài và có cả biến dạng trượt (hình 5.12)

Từ những nhận xét trên ta rút ra kết luận là trên mặt cắt ngang của thanh chịu uốn ngang phẳng có cả ứng suất pháp và cả ứng suất tiếp (hình 5.12)

a. Ứng suất pháp trên mặt cắt ngang

Người ta đã chứng minh được rằng ứng suất pháp trên mặt cắt ngang của thanh chịu uốn ngang phẳng chỉ do mômen uốn M_x gây nên và được tính theo công thức (5-2)

$$\sigma_z = \frac{M_x}{J_x} y \quad (5-2')$$

Quy luật phân bố ứng suất pháp trên mặt cắt ngang trong trường hợp này giống trường hợp chịu uốn thuần túy.

b. Ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang

Trên mặt cắt ngang của thanh chịu uốn ngang phẳng tồn tại một thành phần ứng suất tiếp là τ_{zy} có phương chiều trùng với phương chiều của lực cắt Q_y và trị số không đổi theo bề ngang của mặt cắt.

- Với mặt cắt hình chữ nhật hẹp, sử dụng công thức Duravski

$$\tau_{zy} = \frac{Q_y \cdot S_x^c}{J_x b^c} \quad (5-7)$$

Trong công thức (6-7) S_x^c là mômen tĩnh của phần diện tích không chứa trọng tâm mặt cắt, giới hạn bởi đường ngang AC, đối với trục x; b^c là bề rộng mặt cắt nhỏ cần tính ứng suất tiếp (là đoạn AC). Từ công thức trên ta thấy rằng quy luật phân bố của ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang phụ thuộc vào hình dáng của mặt cắt đó.

* Biểu đồ phân bố ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang của một số mặt cắt thường gặp:

- Mặt cắt hình chữ nhật

Kích thước mặt cắt này là $b \times h$, trên mặt cắt có lực cắt là Q_y . Ta có:

$$J_x = \frac{bh^3}{12}$$

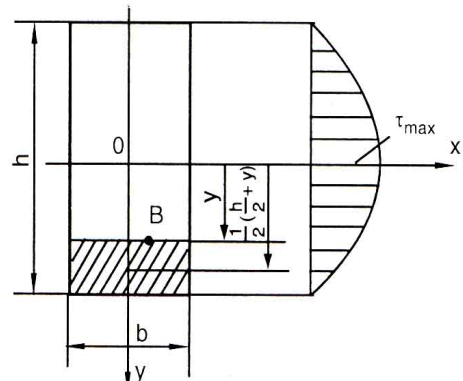
Giả sử ta cần tính ứng suất tiếp tại B cách trục trung hoà một khoảng y thì:

$$b^c = b$$

$$S_x^c = b \left(\frac{h}{2} - y \right) \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{h}{2} + y \right) = \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right)$$

Thay vào (6-7) ta được:

$$\tau_{zy} = \frac{6Q_y}{bh^3} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right) \quad (5-8)$$



Hình 5.13

Biểu đồ ứng suất tiếp, được vẽ như hình (5.7) là một đường parabol bậc hai. Khi $y = 0$ thì ứng suất tiếp lớn nhất là $\tau_{max} = \frac{3Q_y}{2bh}$; còn khi $y = \pm \frac{h}{2}$ thì ứng suất tiếp bằng 0.

- Mặt cắt hình chữ I

Để đơn giản ta coi mặt cắt chữ I được ghép bởi hai bản đế và một bản thành là những hình chữ nhật.

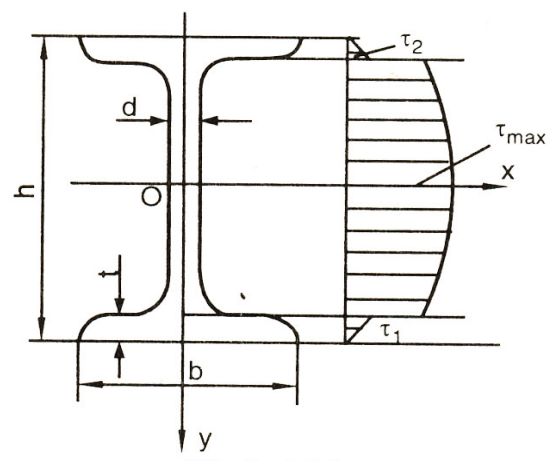
Do đó quy luật phân bố của ứng suất tiếp là quy luật bậc hai. Ta tính trị số của τ_{zy} tại một số điểm đặc biệt như sau:

- Điểm xa trục trung hoà nhất thì ứng suất tiếp bằng 0.
- Điểm tiếp giáp giữa bản thành và bản đế và coi nó thuộc bản thành thì:

$$\tau_{zy} = \tau_2 = \frac{Q_y}{J_x \cdot b} \left[S_x - \frac{d}{2} \left(\frac{h}{2} - t \right)^2 \right]$$

- Điểm tiếp giáp giữa bản thành và bản đế và coi nó thuộc bản đế thì:

$$\tau_{zy} = \tau_1 = \frac{Q_y}{J_x \cdot d} \left[S_x - \frac{d}{2} \left(\frac{h}{2} - t \right)^2 \right] \quad (5-10)$$



Hình 5.14

- Điểm nằm tại đường trung hoà có ứng suất tiếp lớn nhất và bằng:

$$\tau_{\max} = \frac{Q_y \cdot S_x}{J_x d} \quad (5-11)$$

Biểu đồ ứng suất tiếp được vẽ như hình vẽ

- *Mặt cắt ngang hình tròn:*

Quá trình xây dựng công thức τ_{zy} cho mặt cắt ngang hình tròn tương tự như xây dựng cho mặt cắt chữ nhật hẹp.

$$\tau_{zy} = \frac{Q_y}{3J_x} (R^2 - y^2)$$

Ta thấy τ_{zy} là hàm bậc hai của y

$$* \text{ Tại } y = \pm R \rightarrow \tau_{zy} = 0$$

$$* \text{ Tại } y = 0 \rightarrow \tau_{zy\max} = \frac{Q_y}{3J_x} R^2 \quad \text{hay} \quad \tau_{zy\max} = \frac{4Q_y}{3F}$$

5.4. ĐIỀU KIỆN BỀN CỦA THANH CHỊU UỐN PHẪNG :

Từ mặt cắt ngang của dầm chịu uốn ngang phẳng tồn tại ba trạng thái ứng suất. Kiểm tra bền cho dầm được tính từ . Như vậy điều kiện bền của dầm chịu uốn ngang phẳng là đồng thời của 3 điều kiện Tuy nhiên nếu bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt Q_y thì điều kiện bền của thanh chịu uốn ngang phẳng giống như điều kiện bền của thanh chịu uốn thuần túy phẳng và có dạng :

Vật liệu giòn :

$$\sigma_{\max}^k = \frac{|M_x|_{\max}}{W_x^k} \leq [\sigma]_k$$

$$|\sigma_{\max}^n| = \frac{|M_x|_{\max}}{W_x^n} \leq [\sigma]_n$$

Vật liệu dẻo :

$$|\sigma_z|_{\max} = \frac{|M_x|_{\max}}{W_x} \leq [\sigma]$$

- Đối với dầm lẳng trụ, điểm nguy hiểm nằm ở mép trên và mép dưới của mặt cắt có $|M_x|_{\max}$:

6.3.4. Ba bài toán cơ bản tính theo điều kiện bền :

a) *Bài toán kiểm tra bền :*

Để giải bài toán kiểm tra, ta tiến hành theo trình tự sau đây

- Vẽ biểu đồ lực cắt và mômen uốn, từ đó xác định được các mặt cắt nguy hiểm: có $M_{x\max}$

Trên mặt cắt nguy hiểm xác định vị trí điểm nguy

hiểm, tính ứng suất tại các điểm đó ,

- thay vào điều kiện bền so sánh và kết luận .

Thí dụ 14: Kiểm tra bền cho dầm như hình 5.15. Dầm làm bằng thép chữ I, N⁰22 biết:

$$q = 10 \text{ kN/m}, l = 4 \text{ m}, [\sigma] = 10 \text{ kN/cm}^2$$

Giải: Vẽ biểu đồ lực cắt Q_y và mômen uốn M_x như hình 5.9. Căn cứ vào biểu đồ ta xác định được mặt cắt nguy hiểm là mặt cắt giữa dầm với

$$M_{x\max} = \frac{ql^2}{8} = 20 \text{ kNm}$$

Điểm nguy hiểm nằm ở mép trên và mép dưới của mặt cắt giữa dầm, có ứng suất là

$$[\sigma_z]_{\max} = \frac{M_{x\max}}{W_x} = \frac{ql^2}{8W_x}$$

Với mặt cắt I, N⁰22 có:

$$W_x = 230 \text{ cm}^3$$

- Kiểm tra bền :

$$[\sigma_z]_{\max} = \frac{M_{x\max}}{W_x} = \frac{ql^2}{8W_x} = \frac{20 \cdot 10^2}{230} = 8,65 \text{ kN / cm}^2 < [\sigma]$$

Hình 5.15

Kết luận : Thanh thỏa mãn điều kiện bền .

b) Bài toán xác định tải trọng cho phép

Tải trọng cho phép là trị số lớn nhất của tải trọng có thể tác dụng lên dầm mà dầm vẫn đủ bền .

Để xác định được tải trọng cho phép này ta tiến hành theo trình tự sau:

- Vẽ biểu đồ lực cắt và mômen uốn, từ đó xác định được các mặt cắt nguy hiểm: có $M_{x\max}$
- Trên mặt cắt nguy hiểm xác định vị trí điểm nguy hiểm, tính ứng suất tại các điểm đó , thay vào điều kiện bền, suy ra tải trọng cho phép .

Thí dụ 15: Xác định tải trọng cho phép của dầm ở

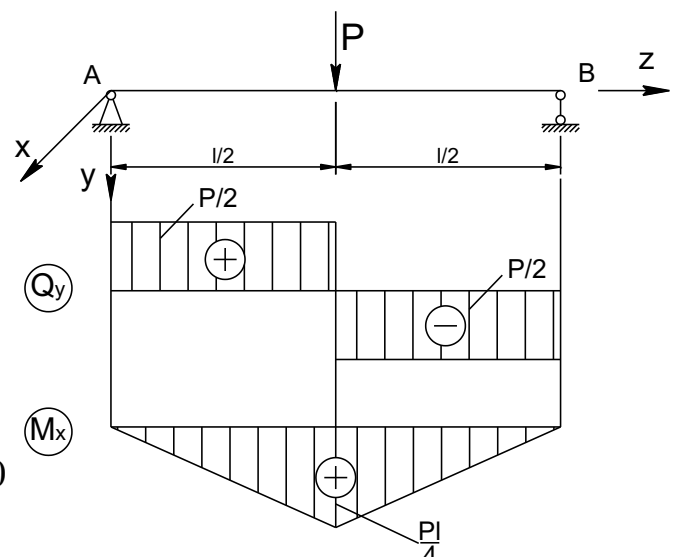
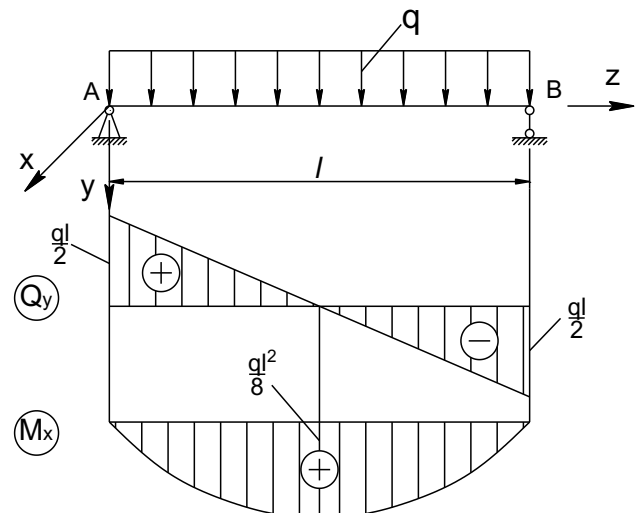
hình 5.10. Dầm làm bằng thép chữ I N⁰16 biết:

$$[\sigma] = 10 \text{ kN/cm}^2$$

$$l = 4 \text{ m}$$

Giải: Biểu đồ lực cắt và mômen uốn được biểu diễn như hình 5.10. Theo biểu đồ ta thấy: Mặt

cắt có $M_{x\max}$ ở giữa dầm với $M_{x\max} = \frac{Pl}{4}$;



Điểm nguy hiểm nằm ở mép trên và mép dưới của mặt cắt giữa dầm, có ứng suất là

$$[\sigma_z]_{\max} = \frac{M_{x\max}}{W_x} = \frac{Pl}{4W_x}$$

Với mặt cắt I, N⁰16 ta có

$$W_x = 118\text{cm}^3$$

Từ điều kiện bền :

Hình 5.16

$$[\sigma_z]_{\max} = \frac{M_{x\max}}{W_x} = \frac{Pl}{4W_x} \leq [\sigma]$$

Ta có:

$$\frac{Pl}{4W_x} \leq [\sigma] \rightarrow P \leq \frac{4W_x[\sigma]}{l} = \frac{4 \cdot 118 \cdot 10}{400} = 11,8\text{kN}$$

Vậy tải trọng cho phép là: $[P] = 11,8\text{kN}$

c) Bài toán thiết kế

Bài toán thiết kế là bài toán xác định kích thước hay số hiệu nhỏ nhất của mặt cắt ngang của dầm sao cho dầm đủ bền. Để giải bài toán này ta tiến hành theo trình tự sau đây:

- Vẽ biểu đồ lực cắt và mômen uốn, từ đó xác định được các mặt cắt nguy hiểm: có $M_{x\max}$
- Trên mặt cắt nguy hiểm xác định vị trí điểm nguy hiểm, tính ứng suất tại các điểm đó, thay vào điều kiện bền, suy ra kích thước hoặc số hiệu mặt cắt ngang cần tìm.

Thí dụ 16: Xác định số hiệu mặt cắt chữ I cho dầm ở hình 5.11 biết $[\sigma] = 12\text{kN/cm}^2$;

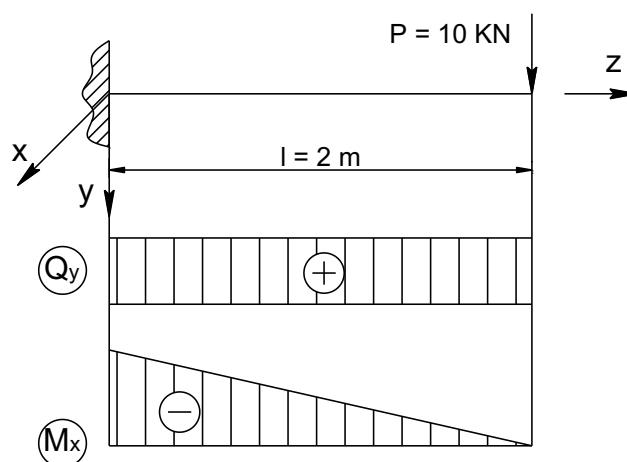
Giải: Biểu đồ lực cắt Q_y và mômen uốn M_x được biểu diễn như hình 5.17

Từ biểu đồ ta thấy mặt cắt nguy hiểm là mặt cắt tại ngàm với:

$$M_{x\max} = Pl = 20\text{kNm}$$

Điểm nguy hiểm nằm ở mép trên và mép dưới của mặt cắt giữa dầm, có ứng suất là

$$[\sigma_z]_{\max} = \frac{M_{x\max}}{W_x} = \frac{Pl}{W_x}$$



Hình 5.17

Chọn số hiệu mặt cắt ngang dầm từ điều kiện bền

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x\max}}{W_x} \leq [\sigma]$$

Ta suy ra:

$$W_x \geq \frac{M_{x\max}}{[\sigma]} = \frac{20 \cdot 10^2}{12} = 166 \text{ cm}^3$$

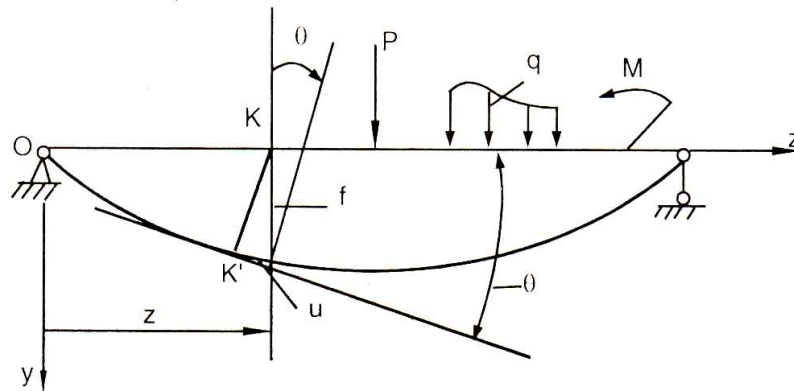
Tra bảng ta chọn mặt cắt I, N⁰20 với $W_x = 184 \text{ cm}^3$

Kết luận: Ta chọn mặt cắt của dầm là I, N⁰20

5.5. CHUYỂN VỊ CỦA DẦM CHỊU UỐN PHẪNG

5.5.1. Khái niệm

Khi dầm bị uốn, trục dầm bị cong đi. Đường cong của trục dầm sau khi bị uốn gọi là đường đàn hồi (hình 5.12). Ta xét một mặt cắt K cách gốc toạ độ một khoảng là z . Sau khi biến dạng K di chuyển đến K', KK' được gọi là chuyển vị dài của mặt cắt K.



Hình 5.12

Ta có thể phân tích KK' thành hai thành phần u song song với trục dầm và f vuông góc với trục dầm. Từ điều kiện biến dạng của dầm là bé thì thành phần u rất bé so với f nên ta có thể bỏ qua. Như vậy, ta coi chuyển vị thẳng của mặt cắt theo phương vuông góc với trục dầm và được gọi là độ võng của mặt cắt. Ta thấy rằng độ võng thay đổi khi mặt cắt thay đổi, nghĩa là:

$$y(z) = f(z) \quad (a)$$

Ngoài chuyển vị dài, khi dầm biến dạng mặt cắt ngang của nó còn có chuyển vị góc. Chuyển vị góc là mặt cắt xoay đi quanh trục trung hoà khi dầm biến dạng và có tên gọi là góc xoay θ . Góc xoay của các mặt cắt khác nhau cũng khác nhau, nghĩa là $\theta(z)$ là hàm của z . Vẽ một tiếp tuyến với đường đàn hồi đi qua K' thì góc giữa tiếp tuyến này là phương nằm cũng bằng θ nên:

$$\theta \approx \tan \theta = \frac{dy}{dz} = y'(z) \quad (b)$$

Vậy đạo hàm của độ võng là góc xoay của mặt cắt ngang khi dầm biến dạng.

5.5.2. Phương trình vi phân của đường đàn hồi

Trong mục 6.2 ta đã thành lập được mối quan hệ giữa độ cong của trục dầm và mômen uốn như sau (xem công thức 6-1)):

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{EJ_x} \quad (c)$$

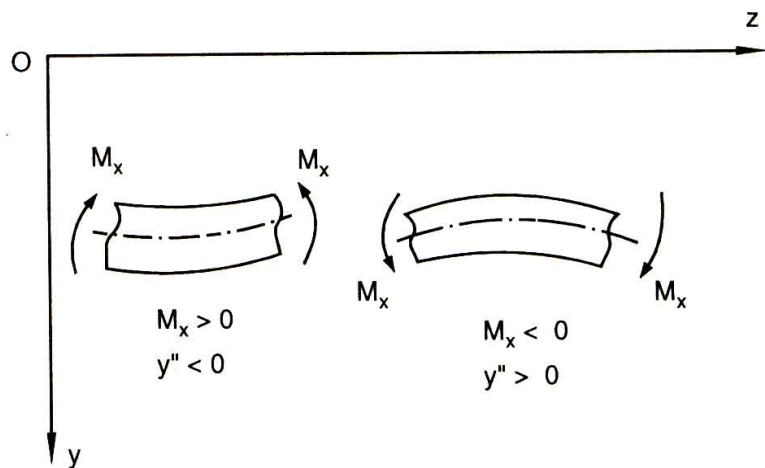
Mặt khác về phương diện toán học ta cũng đã có:

$$\frac{1}{\rho} = \pm \frac{y''}{(1 + y'^2)^{3/2}} \quad (d)$$

Từ (c) và (d) ta có đẳng thức

$$\frac{y''}{(1 + y'^2)^{3/2}} = \pm \frac{M_x}{EJ_x} \quad (e)$$

Biểu thức này là phương trình vi phân tổng quát của đường đàn hồi. Ta thấy y' là góc xoay thường là rất bé so với 1 nên ta có thể bỏ qua dấu ở hai vế phương trình phụ thuộc vào sự tương quan về dấu của y'' và M_x . Để chọn dấu cho thích hợp ta khảo sát một đoạn dầm bị uốn trong hai trường hợp như ở hình 5.13



Hình 5.13

Từ hình 5.13 ta thấy giữa y'' và M_x luôn luôn ngược dấu nhau, nên phương trình (e) sẽ là:

$$y'' = -\frac{M_x}{EJ_x} \quad (6-13)$$

Phương trình (6-13) gọi là phương trình vi phân của đường đàn hồi, tích EJ_x gọi là độ cứng chống uốn của mặt cắt ngang dầm.

5.5.3. Các phương pháp xác định chuyển vị (độ võng, góc xoay) :

Hiện nay đã có rất nhiều phương pháp tính chuyển vị của dầm chịu uốn. Sau đây chúng ta sẽ trình bày một số phương pháp thông dụng .

a) Phương pháp tích phân bất định

Cơ sở của phương pháp này là tích phân trực tiếp từ phương trình vi phân (6-13) như sau:

$$y'' = -\frac{M_x}{EJ_x} \quad (6-13)$$

Lấy tích phân lần thứ nhất ta được

$$\theta = y' = \int \left(-\frac{M_x}{EJ_x} \right) dz + C \quad (6-14)$$

Lấy tích phân lần thứ hai

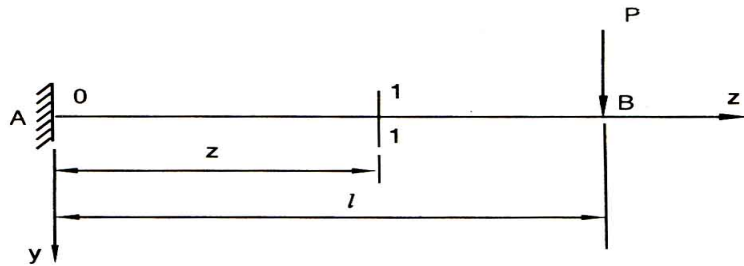
$$y = \int \left[\int - \left(\frac{M_x}{EJ_x} \right) dz + C \right] dz + D \quad (6-15)$$

Ở đây C và D là các hằng số tích phân, được xác định theo các điều kiện biên và các điều kiện liên tục về chuyển vị của dầm. Sau đây ta sẽ minh họa bằng các thí dụ.

Thí dụ 1: Viết phương trình độ võng và góc xoay của dầm như hình 6.16

Giải: Ta chọn hệ trục tọa độ như hình 5.14. Mômen uốn tại mặt cắt 1-1 có hoành độ z là:

$$M_x(z) = -P(l-z)$$



Hình 5.14

Thay biểu thức này vào phương trình (6-13) ta có:

$$y'' = \frac{P}{EJ_x}(l-z) \text{ với } EJ_x \text{ là hằng số khi dầm là dầm lẳng trụ. Lần lượt tích phân hai vế phương}$$

trình trên ta được

$$\theta = y' = \frac{P}{EJ_x} \left(lz - \frac{z^2}{2} \right) + C$$

$$f' = y = \frac{P}{EJ_x} \left(l \frac{z^2}{2} - \frac{z^3}{6} \right) + Cz + D$$

Với dầm như đã cho, các điều kiện biên như sau:

$$\text{Khi } z = 0 \text{ thì } y' = 0 \text{ và } y = 0$$

Với các điều kiện biên này ta có $C = D = 0$

Như vậy phương trình của góc xoay và độ võng là

$$\theta = y' = \frac{P}{EJ_x} \left(lz - \frac{z^2}{2} \right)$$

$$f = y = \frac{P}{EJ_x} \left(\frac{lz^2}{2} - \frac{z^3}{6} \right)$$

Nhìn trên hình 6.13 ta thấy độ võng và góc xoay lớn nhất ở đầu tự do của dầm. Thay $z = l$ vào các biểu thức trên ta được:

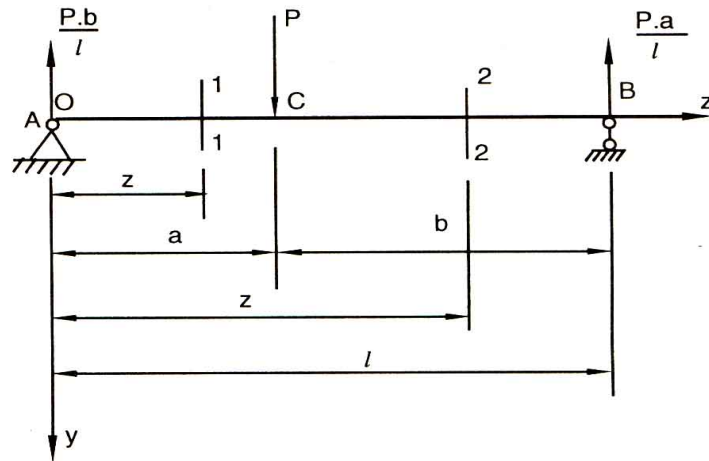
$$\theta_{\max} = y'(l) = \frac{Pl^2}{2EJ_x}$$

$$f_{\max} = y(l) = \frac{Pl^3}{3EJ_x}$$

Các giá trị này dương chứng tỏ mặt cắt có góc xoay theo chiều kim đồng hồ và độ võng hướng theo chiều dương của trục y .

Thí dụ 2: Thiết lập phương trình có góc xoay và độ võng của dầm hai đầu liên kết gối tựa chịu tác dụng một lực tập trung P như hình 5.15

Giải: Chọn hệ trục tọa độ như hình 5.15. Ở đây ta thấy biểu thức của mômen uốn ở hai đoạn AC và CB biến thiên khác nhau, vì vậy các biểu thức của độ võng và góc xoay cũng khác nhau. Gọi z là hoành độ của mặt cắt 1-1 và 2-2 ta có biểu thức mômen uốn trên các mặt cắt này là:



Hình 5.15

$$M_{x1} = \frac{Pb}{l}z \text{ với } 0 \leq z \leq a$$

$$M_{x2} = \frac{Pa(l-z)}{l} \text{ với } a \leq z \leq l$$

Phương trình vi phân của đường đàn hồi trong các đoạn sẽ là

$$y''_1 = -\frac{Pb}{IEJ_x}z$$

$$y''_2 = -\frac{Pa(l-z)}{IEJ_x}$$

Tích phân liên tiếp hai lần các phương trình trên ta được:

$$y'_1 = -\frac{Pb}{IEJ_x} \cdot \frac{z^2}{2} + C_1$$

$$y_1 = -\frac{Pb}{IEJ_x} \cdot \frac{z^3}{6} + C_1z + D_1$$

$$y'_2 = -\frac{Pa}{IEJ_x} \left(lz - \frac{z^2}{2} \right) + C_2$$

$$y_2 = -\frac{Pa}{IEJ_x} \left(\frac{lz^2}{2} - \frac{z^3}{6} \right) + C_2z + D_2$$

Để xác định các hằng số tích phân C_1, D_1, C_2, D_2 ta dựa vào các điều kiện biên:

Khi $z = 0 \rightarrow y_1 = 0$

$$z = l \rightarrow y_2 = 0$$

Và các điều kiện liên tục về chuyển vị của dầm

$$z = a \text{ thì } y'_1(a) = y'_2(a)$$

$$y_1(a) = y_2(a)$$

Từ bốn điều kiện này ta có bốn phương trình, giải hệ bốn phương trình này ta xác định được các hằng số tích phân. Đặt trở lại vào các biểu thức của y'_1 , y_1 , y'_2 , y_2 ta được các phương trình độ võng và góc xoay cho từng đoạn.

Qua thí dụ này, ta thấy rằng nếu dọc theo một dầm mà mômen uốn biến thiên theo nhiều hàm khác nhau thì ta phải chia dầm thành nhiều đoạn. ở mỗi đoạn ta phải xác định hai hằng số tích phân. Nếu dầm có n đoạn thì phải xác định $2n$ hằng số tích phân, tức là phải giải một hệ $2n$ phương trình. Việc giải hệ phương trình

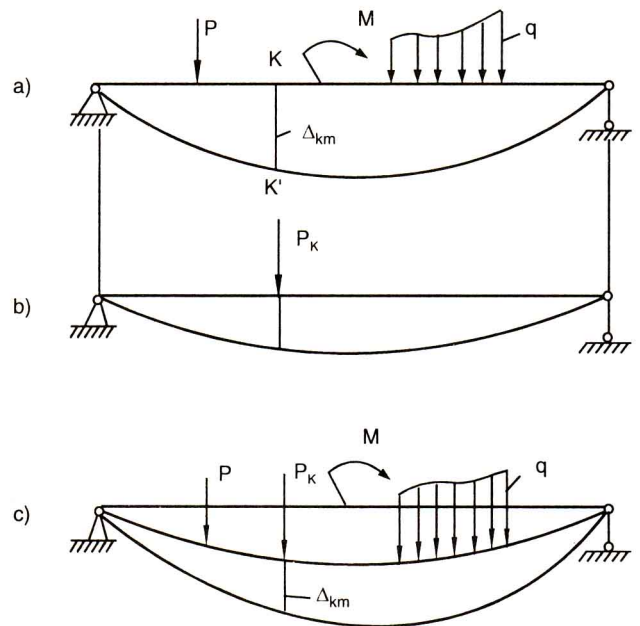
này nhiều khi mất rất nhiều thời gian.

Đây chính là nhược điểm của phương pháp tích phân bất định. Vì vậy khi gặp dầm phải chia thành nhiều đoạn, người ta ít dùng phương pháp tích phân bất định.

d) Phương pháp tích phân Mor kết hợp với phép nhân biểu đồ Veresaghin

Giả sử ta có một dầm chịu uốn ngang phẳng (hình 5.16) và đang cần tìm chuyển vị tại mặt cắt K xác định. Chuyển vị này được ký hiệu là Δ_{km} . ở đây trạng thái chịu lực của dầm gọi là trạng thái "m". Vậy Δ_{km} là chuyển vị của mặt cắt K do hệ ngoại lực ở trạng thái "m" gây nên (hình 5.16)

Mômen uốn trong trạng thái "m" là M_{xm} . Giả sử, ta bỏ hết tải trọng ở trạng thái "m" và đặt vào mặt cắt K một tải trọng P_k có phương trùng với phương chuyển vị và có trị số tùy ý. Trạng thái này gọi là trạng thái "k" (hình 5.16)



Hình 5.16

Bây giờ đặt các tải trọng ở trạng thái "m" lên dầm ở trạng thái "k". Dưới tác dụng của hệ tải trọng này mặt cắt K di chuyển được một lượng là Δ_{km} và làm cho tải trọng P_k cũng di chuyển một lượng là Δ_{km} . Như vậy tải trọng P_k đã thực hiện một công là $P_k \cdot \Delta_{km}$. Nếu ta gọi công của nội lực do năng lượng trên gây nên là A_n thì:

$$P_k \cdot \Delta_{km} + A_n = 0 \quad (1)$$

Ta thấy rằng nếu xác định được thì A_n sẽ tính được chuyển vị Δ_{km}

Nếu gọi phần thế năng biến dạng đàn hồi tương ứng với A_n là U_{km} thì $U_{km} = -A_n$ (1')

Bây giờ ta tính U_{km}

Ta gọi mômen uốn ở trạng thái "m" là M_{xm} mômen uốn ở trạng thái "k" là M_{xk} , mômen uốn ở trạng thái "k + m" (hình 5.15) là $M_{xm} + M_{xk}$ thì:

$$U_{k+m} = U_m + U_k + U_{km} \quad (2)$$

Ở đây:

$$\begin{aligned} U_m &= \sum_{i=1}^n \int_{l_{i-2}}^{l_i} \frac{M_{xm}^2}{2EJ_x} dz \\ U_k &= \sum_{i=1}^n \int_{l_{i-1}}^{l_i} \frac{M_{xk}^2}{2EJ_x} dz \\ U_{k+m} &= \sum_{i=1}^n \int_{l_{i-1}}^{l_i} \frac{(M_{xm} + M_{xk})^2}{2EJ_x} dz \end{aligned} \quad (3)$$

Từ (2) suy ra:

$$U_{km} = U_{k+m} - U_k - U_m \quad (4)$$

Thay (3) vào (4) ta được:

$$U_{km} = \sum_{i=1}^n \int_{l_{i-1}}^{l_i} \frac{M_{xm} \cdot M_{xk}}{EJ_x} dz \quad (5)$$

Thay (5) vào (1') sau đó đặt vào (1) ta được:

$$P_k \Delta_{km} = \sum_{i=1}^n \int_{l_{i-1}}^{l_i} \frac{M_{xm} \cdot M_{xk}}{EJ_x} dz \quad (6)$$

Vì P_k có trị số tùy ý cho nên để đơn giản người ta thường chọn $P_k = 1$ và lúc đó $M_{xk} = \bar{M}_{xk}$ và biểu thức của chuyển vị sẽ là

$$\Delta_{km} = \sum_{i=1}^n \int_{l_{i-1}}^{l_i} \frac{M_{xm} \cdot \bar{M}_{xk}}{EJ_x} dz \quad (6-20)$$

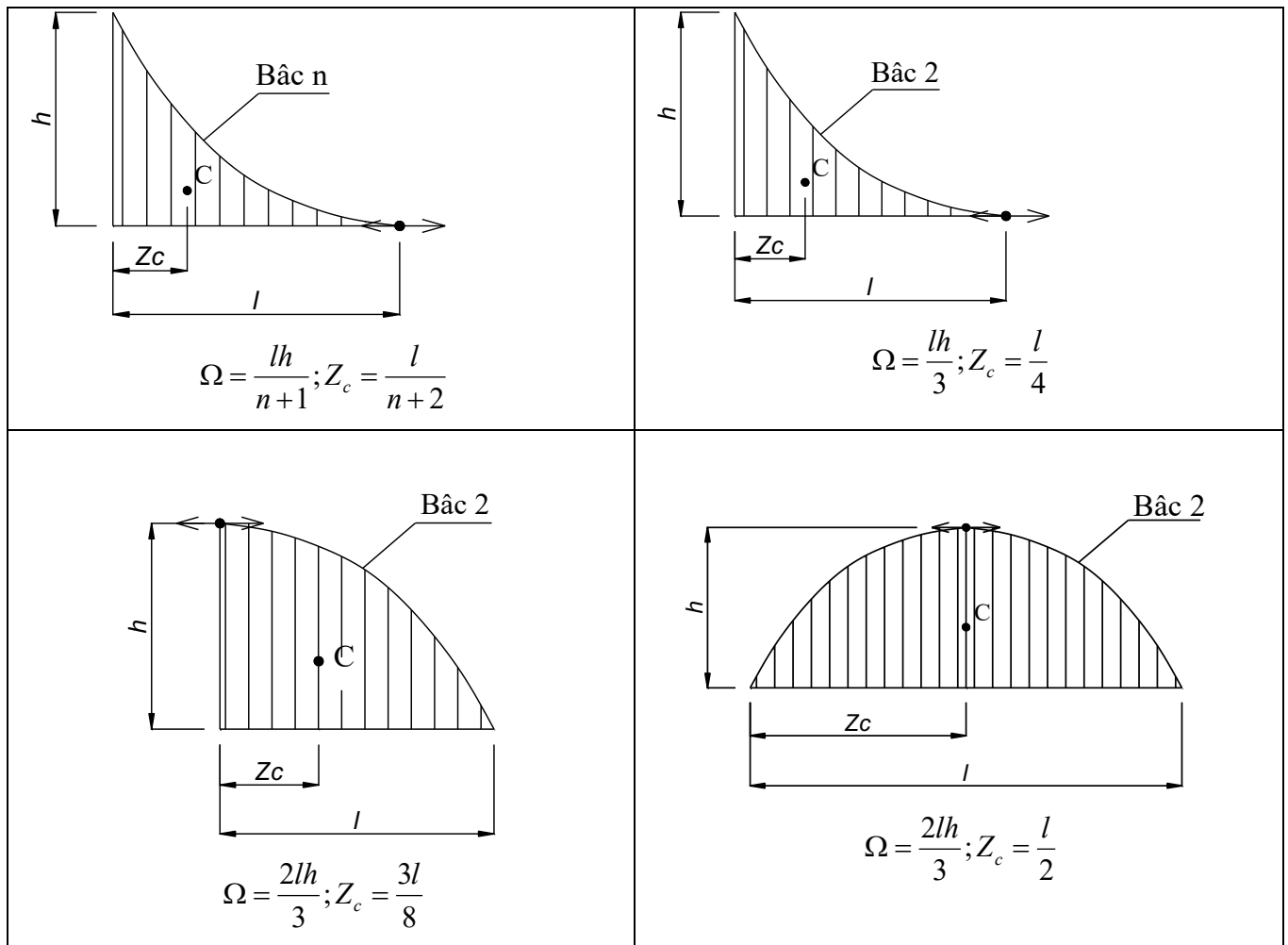
Biểu thức (6-20) là biểu thức tích phân để tính chuyển vị có tên gọi là tích phân Mor

Ghi chú: Để tính độ võng tại mặt cắt K thì tải trọng đơn vị đặt vào đó ở trạng thái "k" là một lực tập trung bằng một đơn vị, còn khi để tính góc xoay thì ta đặt một mômen tập trung bằng một đơn vị.

Khi tính tích phân Mor nếu kết quả dương thì chiều của chuyển vị trùng với chiều của tải trọng đơn vị, kết quả âm thì chiều của đơn vị ngược với chiều của tải trọng đơn vị.

Bảng sau cho biết công thức tính diện tích Ω và tọa độ trọng tâm Z_c của một số hình thường gặp.

--	--



Thí dụ 8: Hãy xác định độ võng và góc xoay tại đầu tự do của dầm sau (hình 5.17)

Giải: Xác định hàm mômen uốn M_{xm} trên mặt cắt ngang của dầm, dùng mặt cắt 1-1 xét phần bên phải ta được $M_{xm} = -P(l-z)$. Thành lập trạng thái "k" để tìm độ võng tại B như hình 6.17. Mômen uốn ở trạng thái "k" này là:

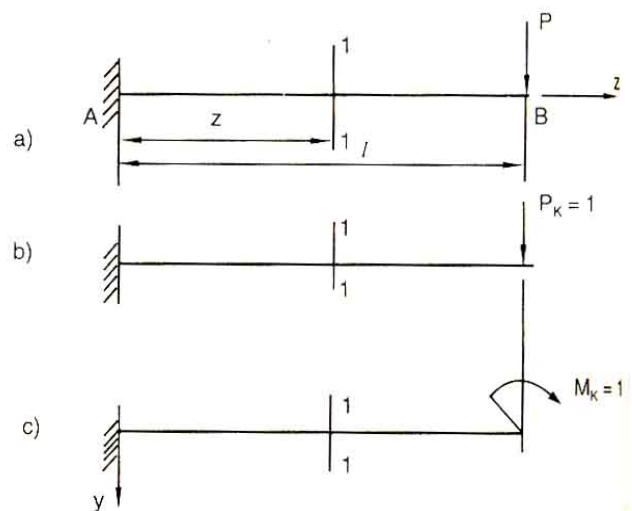
$$\bar{M}_{xk} = -l(l-z)$$

Vậy:

$$\begin{aligned} y_B = \Delta_{km} &= \int_0^l \frac{M_{xm} \cdot \bar{M}_{xk}}{EJ_x} dz = \int_0^l \frac{P}{EJ_x} (l-z)^2 dz = \\ &= \frac{P}{EJ_x} \left(l^2 z - l z^2 + \frac{z^3}{3} \right) \Big|_0^l = \frac{Pl^3}{3EJ_x} \end{aligned}$$

Kết quả này dương có nghĩa là độ võng tại B có chiều từ trên xuống theo chiều của P_k .

Để tính góc xoay ở B ta thành lập trạng thái "k" như hình 5.17



Hình 5.17

Mômen uốn ở trạng thái "k" này sẽ là: $\bar{M}_{xk} = -1$ Vậy:

$$\theta_B = \Delta_{km} = \int_0^l \frac{P}{EJ_x} (l-z) dz = \frac{Pl^2}{2EJ_x}$$

Kết quả này cũng đương có nghĩa là góc xoay ở B có chiều theo chiều kim đồng hồ như chiều M_k

Nếu độ cứng EJ_x trong mỗi đoạn thứ i là không đổi thì tích phân Mor (6-20) có thể viết lại như sau:

$$\Delta_{km} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{EJ_x} \int_{l_{i-1}}^{l_i} M_{xm} \bar{M}_{xk} dz \right)$$

Và ta có thể tính tích phân trên bằng phép nhân biểu đồ Veresaghin mà nội dung của nó như sau:

Xét mômen dầm thứ i . Biểu đồ mômen uốn do hệ tải trọng "m" và biểu đồ do tải trọng đơn vị gây nên được vẽ như hình 5.18

Gọi diện tích biểu đồ M_{xm} là Ω_i , còn phương trình của biểu đồ $\bar{M}_{xk}$ có bậc cao nhất là bậc nhất và có dạng

$$\bar{M}_{xk} = az + b \quad (7)$$

Tách ra khỏi đoạn dầm thứ i một đoạn dz bằng hai mặt cắt 1-1 và 2-2. Ta thấy diện tích biểu đồ M_{xm} của đoạn dz là $d\Omega$ sẽ là:

$$d\Omega = M_{xm} dz \quad (8)$$

Thay (7) vào (8) vào (6-21) ta được

$$\Delta_{km} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{EJ_x} \int_{\Omega_i} (az + b) d\Omega \quad (9)$$

Xét riêng tích phân:

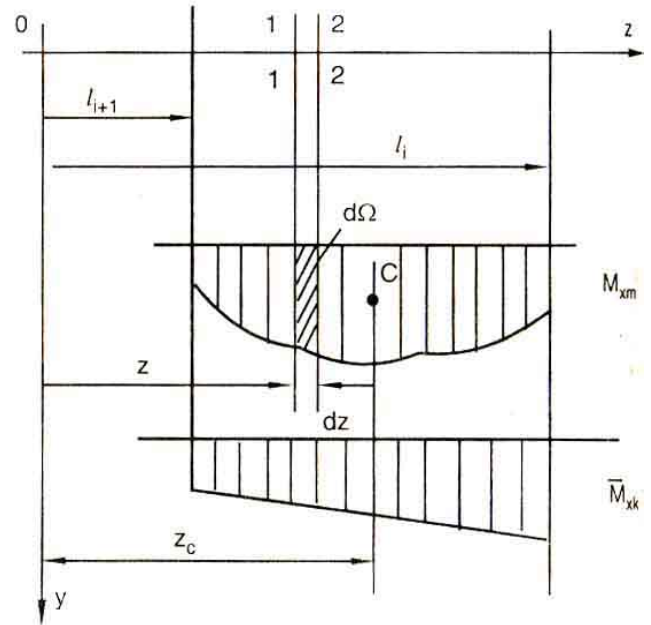
$$I = \int_{\Omega_i} (az + b) d\Omega = \int_{\Omega_i} az d\Omega + b \int_{\Omega_i} d\Omega \quad (10)$$

$$\text{Ta thấy tích phân } a \int_{\Omega_i} z d\Omega = a S_y^{\Omega_i} \quad (6-21)$$

$S_y^{\Omega_i}$ là mômen tĩnh của diện tích biểu đồ M_{xm} đối với trục y , có thể tính theo công thức

$$S_y^{\Omega_i} = \Omega_i \cdot z_c \quad (11)$$

Ở đây z_c là hoành độ của trọng tâm C của biểu đồ M_{xm} (hình 5.18)



Hình 5.18

$$\text{Còn tích phân } b \int_{\Omega_i} b \Omega_i = b \Omega_i \quad (12)$$

Thay (11) vào (12) vào (10) ta được:

$$I = (az_c + b) \Omega_i \quad (13)$$

$$\text{Nhưng } az_c + b = \bar{M}_{xk}(z_c) \quad (14)$$

Đặt (13) vào (9) ta được:

$$\Delta_{xm} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{EJ_x} \Omega_i \bar{M}_{xk}(z_c) \right) \quad (6-22)$$

Phép nhân biểu đồ (6-22) gọi là phép nhân biểu đồ Veresaghin

Chú ý:

- Khi nhân hai biểu đồ cùng dấu thì kết quả lấy dấu dương: khi nhân hai biểu đồ khác dấu thì kết quả lấy dấu âm.

- Khi gặp biểu đồ M_{xm} có hình dáng phức tạp thì ta có thể chia thành những phần nhỏ có hình dáng đơn giản, để tính diện tích và vị trí trọng tâm

- Có thể dùng các công thức trong bảng 2, mục c để xác định diện tích và vị trí trọng tâm của biểu đồ M_{xm} .

Thí dụ 9: Hãy xác định độ võng và góc xoay tại đầu tự do của dầm cho như hình 5.19

Giải: Vẽ biểu đồ mômen uốn M_{xm} do P gây nên (hình 5.19)

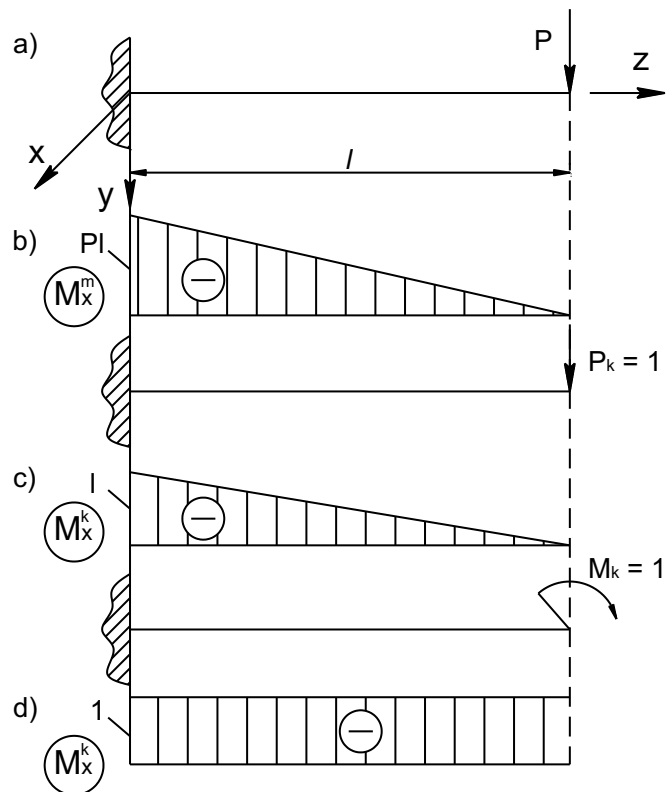
Thành lập trạng thái "k" để tính độ võng tại B bằng cách bỏ P và thay vào B một lực $P_k = 1$

Biểu đồ mômen uốn hình 5.19

Nhân biểu đồ (b) với (c) ta được:

$$y_B = \frac{1}{EJ_x} \cdot \frac{1}{2} Pl \cdot \frac{2}{3} l = \frac{Pl^3}{3EJ_x}$$

Thành lập trạng thái "k" để tính góc xoay tại B bằng cách bỏ lực P và đặt vào mặt cắt B một mômen tập trung $M_k = 1$. Biểu đồ mômen uốn $\bar{M}_k$ như hình vẽ.



Hình 5.19

Nhân biểu đồ (b) với biểu đồ (d) ta được:

$$\theta_B = \frac{1}{EJ_x} \cdot \frac{1}{2} Pl \cdot 1 = \frac{Pl^2}{2EJ_x}$$

Thí dụ 10: Tìm độ võng tại mặt cắt giữa dầm và góc xoay tại đầu A bên trái của dầm được vẽ trên hình 5.20

Giải: Biểu đồ mômen uốn M_{xm} được biểu diễn ở hình 5.20

Để xác định độ võng tại mặt cắt giữa dầm (mặt cắt c) ta lập trạng thái "k" như sau: bỏ tải trọng q , đặt vào mặt cắt c một lực tập trung $P_k = 1$. Biểu đồ mômen uốn $\bar{M}_{xk}$ được biểu diễn như hình vẽ.

Nhân biểu đồ (b) với biểu đồ (c) ta được độ võng tại mặt cắt giữa dầm.

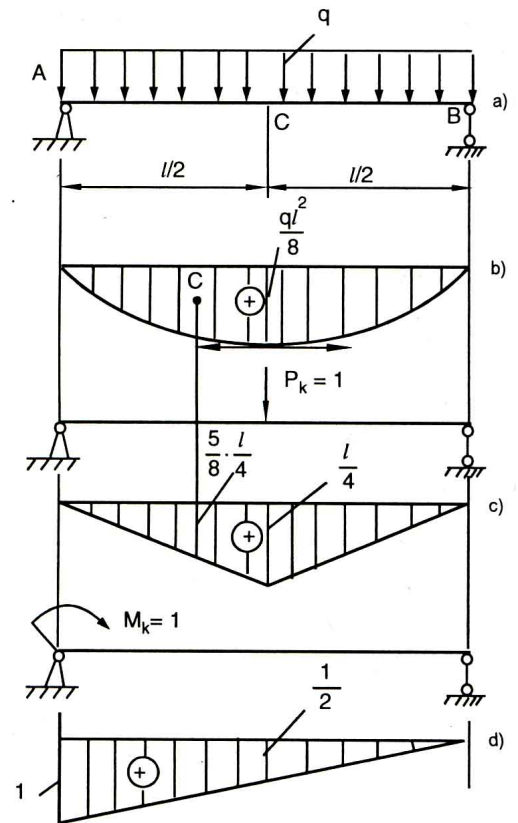
$$y_c = \frac{1}{EJ_x} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{ql^2}{8} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{l}{4} \cdot 2 = \frac{5Pl^4}{384EJ_x}$$

Để xác định góc quay ở A ta lập trạng thái "k" bằng cách bỏ tải trọng q , đặt vào mặt cắt A một mômen tập trung $M_k = 1$.

Biểu đồ mômen $\bar{M}_{xk}$ được biểu diễn như hình vẽ

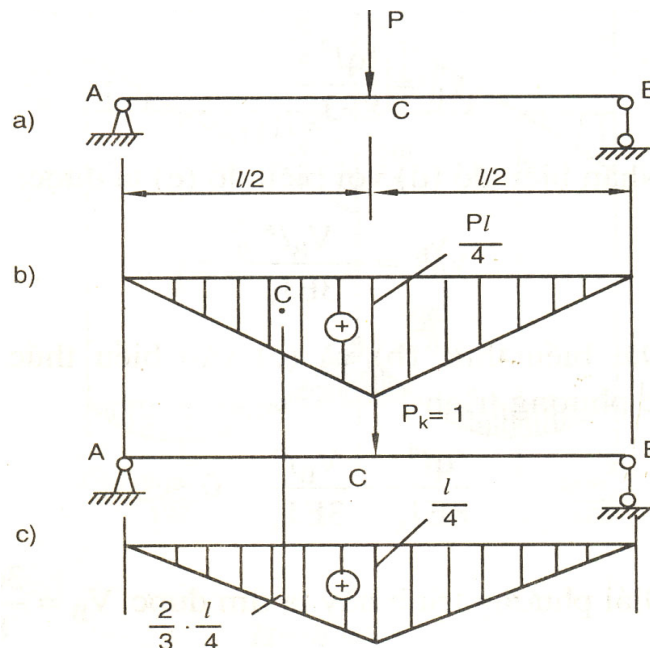
Nhân biểu đồ (b) với biểu đồ (d) ta được góc xoay tại đầu A:

$$\theta_A = \frac{1}{EJ_x} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{ql^2}{8} \cdot l \cdot \frac{1}{2} = \frac{ql^3}{24EJ_x}$$



Hình 5.20

Thí dụ 11: Tìm độ võng tại mặt cắt đặt lực P của dầm sau (hình 5.21)



Hình 5.21

Giải: Vẽ biểu đồ mômen M_{xm} do tải trọng P gây nên (hình 5.21)

Để tìm độ võng tại điểm đặt lực C ta lập trạng thái "k" bằng cách bỏ P đi và thay vào đó $P_k = 1$. Biểu đồ mômen uốn ở trạng thái "k" được vẽ ở hình 5.21

Nhân biểu đồ (b) với (c) ta được độ võng tại mặt cắt đặt lực như sau:

$$y_c = \frac{1}{EJ_x} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{Pl}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{l}{4} \cdot 2 = \frac{Pl^3}{48EJ_x}$$

5.7 TÍNH TOÁN DẦM CHỊU UỐN PHẪNG THEO ĐIỀU KIỆN CỨNG

5.7.1 Điều kiện cứng

Đối với một dầm chịu uốn ngang phẳng, điều kiện cứng của nó như sau:

$$\begin{cases} |Y|_{max} \leq [f] \\ |\varphi|_{max} \leq [\varphi] \end{cases}$$

hoặc

$$\begin{cases} \frac{|Y|_{max}}{l} \leq \left[\frac{f}{l} \right] \\ |\varphi|_{max} \leq [\varphi] \end{cases}$$

Trong đó

l : chiều dài nhịp dầm , trong kỹ thuật người ta lấy $\left[\frac{f}{l} \right] = \frac{1}{100} \div \frac{1}{1000}$

5.7.2. Bài toán cơ bản

Với các điều kiện bền và cứng ở trên ta cũng có ba bài toán cơ bản sau đây:

a) Bài toán kiểm tra

Để giải bài toán kiểm tra, ta tiến hành theo trình tự sau đây

- Xác định vị trí mặt cắt có độ võng lớn nhất và góc xoay lớn nhất .
- Tính độ võng lớn nhất, góc xoay lớn nhất bằng một trong các phương pháp đã học .
- Thay vào điều kiện cứng , so sánh và kết luận

Thí dụ 14: Kiểm tra điều kiện cứng cho dầm như hình 5.20 . Dầm làm bằng thép chữ I, N⁰22 biết:

$$q = 10 \text{ kN/m}$$

$$l = 4 \text{ m}$$

$$\left[\frac{f}{l} \right] = \frac{1}{400}$$

$$E_{th} = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2$$

Giải:

- Từ sơ đồ chịu lực ta thấy mặt cắt có độ võng lớn nhất là mặt cắt C .
- Tính độ võng tại C bằng phương pháp tích phân Mor kết hợp với phép nhân biểu đồ Veresaghin : Vẽ biểu đồ lực cắt Q_y và mômen uốn M_x ở trạng thái "m" như hình vẽ .

Vẽ biểu đồ mômen uốn M_x ở trạng thái “k” như hình vẽ .

Thực hiện phép nhân biểu đồ như ví dụ trên ta có :

$$y_{\max} = y\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{5ql^4}{384EJ_x} = \frac{5 \cdot 10 \cdot 10^{-2} \cdot 4^4 \cdot 10^8}{384 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 2530} = 0,6 \text{ cm}$$

(Với mặt cắt I, N⁰22 có: $J_x = 2530 \text{ cm}^4$)

- Từ điều kiện cứng : $\frac{|Y|_{\max}}{l} \leq \left[\frac{f}{l} \right]$

$$\frac{|Y|_{\max}}{l} = \frac{0,6}{400} < \left[\frac{f}{l} \right] = \frac{1}{400}$$

So sánh ta thấy điều kiện cứng thoả mãn .

b) Bài toán xác định tải trọng cho phép

Tải trọng cho phép là trị số lớn nhất của tải trọng có thể tác dụng lên dầm mà dầm vẫn đủ cứng.

Để giải bài toán xác định tải trọng cho phép , ta tiến hành theo trình tự sau đây

- Xác định vị trí mặt cắt có độ võng lớn nhất và góc xoay lớn nhất .
- Tính độ võng lớn nhất, góc xoay lớn nhất bằng một trong các phương pháp đã học .
- Từ điều kiện cứng ta xác định được tải trọng cho phép

Thí dụ 15: Xác định tải trọng cho phép của dầm ở hình 5.21. Dầm làm bằng thép chữ I N⁰16 biết:

$$[f] = 1 \text{ cm}$$

$$l = 4 \text{ m}$$

$$E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$$

Giải:

- Từ sơ đồ chịu lực ta thấy mặt cắt có độ võng lớn nhất là mặt cắt C .
- Tính độ võng tại C bằng phương pháp tích phân Mor kết hợp với phép nhân biểu đồ Veresaghin :

- Vẽ biểu đồ lực cắt Q_y và mômen uốn M_x ở trạng thái “m” như hình vẽ .

Vẽ biểu đồ mômen uốn M_x ở trạng thái “k” như hình vẽ .

Thực hiện phép nhân biểu đồ như ví dụ trên ta có :

$$y_{\max} = y\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{Pl^3}{48EJ_x}$$

- Từ điều kiện cứng : $|Y|_{\max} \leq [f]$

$$y_{\max} = y\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{Pl^3}{48EJ_x} \leq [f]$$

Suy ra:

$$P \leq \frac{48EJ_x [f]}{l^3} = \frac{48.2.10^4.945.1}{(400)^3} \approx 28,1kN$$

(I N⁰16 ta có J_x = 945cm⁴)

Vậy tải trọng cho phép là: [P] = 28,1kN

c) Bài toán thiết kế

Bài toán thiết kế là bài toán xác định kích thước hay số hiệu nhỏ nhất của mặt cắt ngang của dầm sao cho dầm đủ cứng. Để giải bài toán này ta tiến hành theo trình tự sau đây:

Tải trọng cho phép là trị số lớn nhất của tải trọng có thể tác dụng lên dầm mà dầm vẫn đủ cứng.

Để giải bài toán xác định tải trọng cho phép , ta tiến hành theo trình tự sau đây

- Xác định vị trí mặt cắt có độ võng lớn nhất và góc xoay lớn nhất .
- Tính độ võng lớn nhất, góc xoay lớn nhất bằng một trong các phương pháp đã học .
- Từ điều kiện cứng ta xác định được kích thước hoặc số hiệu của mặt cắt .

Thí dụ 16: Xác định số hiệu mặt cắt chữ I cho dầm ở hình 5.19 biết [f] = 1cm; E = 2.104kN/cm²

Giải:

- Từ sơ đồ chịu lực ta thấy mặt cắt có độ võng lớn nhất là mặt cắt C .
- Tính độ võng tại C bằng phương pháp tích phân Mor kết hợp với phép nhân biểu đồ Veresaghin :
- Vẽ biểu đồ lực cắt Q_y và mômen uốn M_x ở trạng thái “m” như hình vẽ .

Vẽ biểu đồ mômen uốn M_x ở trạng thái “k” như hình vẽ .

Thực hiện phép nhân biểu đồ như ví dụ trên ta có :

$$y_{\max} = y(l) = \frac{Pl^3}{3EJ_x}$$

- Từ điều kiện cứng : $|Y|_{\max} \leq [f]$

$$y_{\max} = y(l) = \frac{Pl^3}{3EJ_x} < [f]$$

$$\Rightarrow J_x \geq \frac{Pl^3}{3E[f]} = \frac{10.(200)^3}{3.2.10^4.1} = 1333,3cm^4$$

Tra bảng chọn thép chữ I số hiệu N^o18a có J_x = 1440 cm⁴

Kết luận: Ta chọn mặt cắt của dầm là I N^o18

Câu hỏi ôn tập

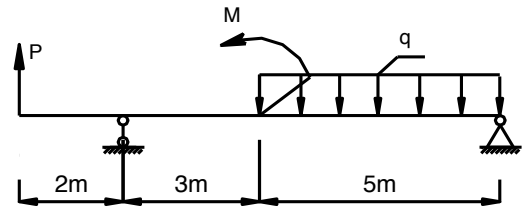
1. Nêu khái niệm về mặt phẳng tải trọng, mặt phẳng quán tính chính trung tâm, khái niệm về uốn phẳng, uốn không gian.

2. Trên mặt cắt ngang của thanh chịu uốn thuần túy tồn tại ứng suất gì? Công thức tính và biểu diễn biểu đồ phân bố ứng suất như thế nào?
3. ý nghĩa của momen chống uốn, công thức tổng quát và công thức tính cho các trường hợp mặt cắt ngang đơn giản. Dạng hợp lý của mặt cắt ngang của thanh chịu uốn?
4. Nêu khái niệm về chuyển vị của thanh chịu uốn? Viết phương trình vi phân gần đúng của đường đàn hồi.
5. Nêu cụ thể nội dung các phương pháp xác định độ võng, góc xoay.
6. Trình bày điều kiện cứng của dầm chịu uốn và ba bài toán cơ bản

BÀI TẬP

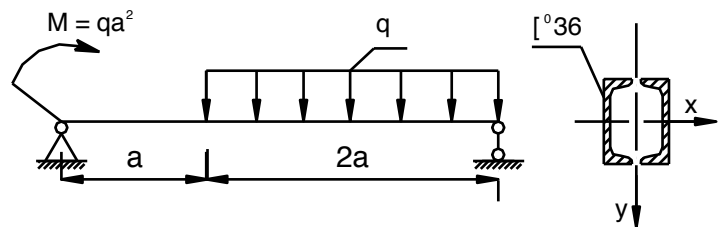
Bài 1:

Chọn số hiệu mặt cắt chữ I cho dầm
 Biết: $P = 10 \text{ KN}$; $M = 40 \text{ KNm}$;
 $q = 20 \text{ KN/m}$; $[\sigma] = 160 \text{ MN/m}^2$



Bài 2:

Xác định tải trọng cho phép cho dầm sau biết:
 $[\sigma] = 160 \text{ MN/m}^2$; $a = 1 \text{ m}$

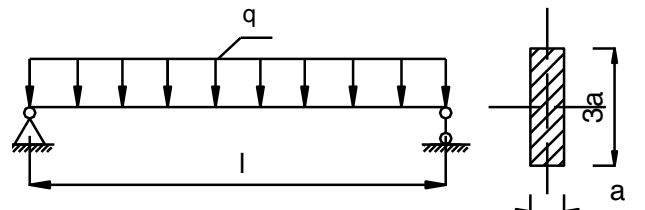


Bài 3

Kiểm tra bền và cứng cho dầm biết:
 $q = 50 \text{ KN/m}$; $l = 4 \text{ m}$; $a = 5 \text{ cm}$

$$[\sigma] = 160 \text{ MN/m}^2; \left[\frac{f}{l} \right] = \frac{1}{400}; [\varphi] = 1,6^\circ$$

$$E = 2.10^{11} \text{ N/m}^2$$



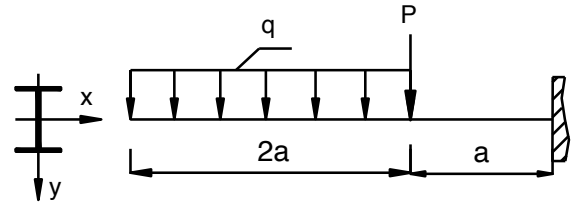
Bài 4:

Chọn số hiệu thép chữ I cho dầm

$$P = 2qa; q = 40 \text{ KN/m}; a = 1 \text{ m};$$

$$[\sigma] = 150 \text{ MN/m}^2; \left[\frac{f}{l} \right] = \frac{1}{300}; [\varphi] = 2,4^\circ$$

$$E = 2.10^5 \text{ MN/m}^2$$

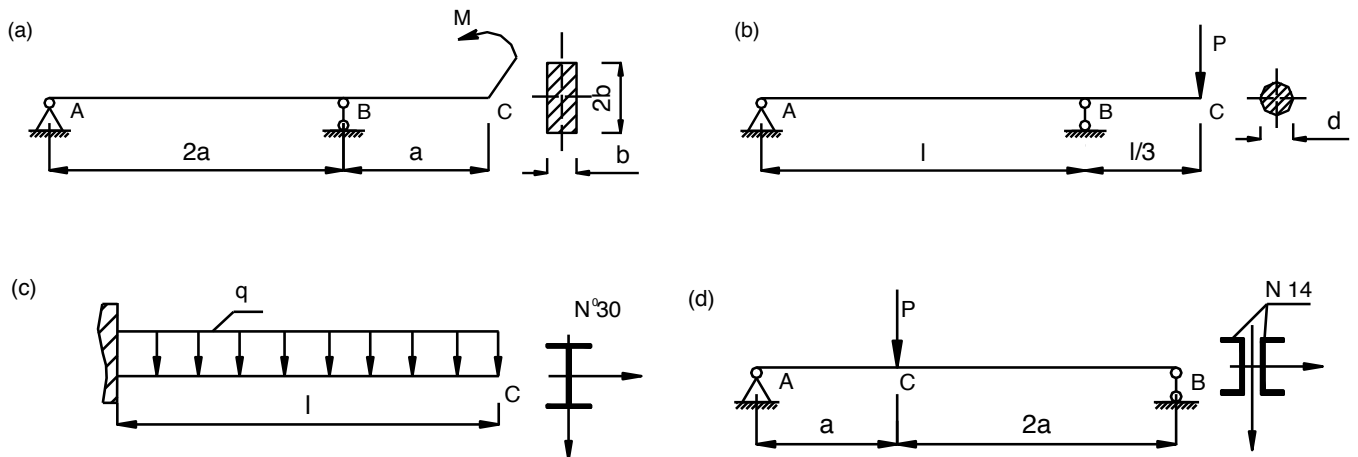


Bài 5:

Xác định độ võng tại C, góc xoay tại A cho các dầm chịu lực như hình vẽ.

Biết: $P = 40 \text{ KN}$; $l = 2,4 \text{ m}$; $a = 1 \text{ m}$; $b = 10 \text{ cm}$; $E = 2.10^5 \text{ MN/m}^2$; $d = 6 \text{ cm}$;

$M = 20 \text{ KNm}$; $q = 20 \text{ KN/m}$



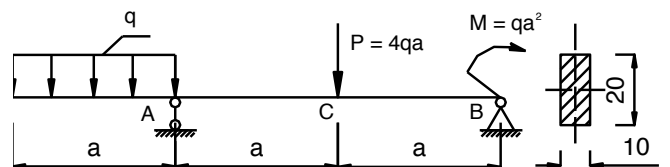
Bài 6:

Tính độ võng tại mặt cắt C và D, góc xoay tại A và D của dầm.

Biết: $q = 20 \text{ KN/m}$; $a = 1 \text{ m}$;

$$E = 2.10^{11} \text{ N/m}^2$$

Mặt cắt ngang dầm là hình chữ nhật có $(b \times h) = (10 \times 20) \text{ cm}^2$



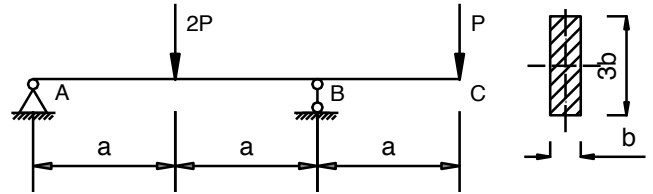
Bài 7:

Xác định tải trọng cho phép biết:

$$[\sigma] = 150 \text{ MN/m}^2; b = 6 \text{ cm};$$

$$[f_c] = 0,8 \text{ cm}; [\varphi_A] = 2,4^\circ;$$

$$E = 2.10^4 \text{ KN/cm}^2$$

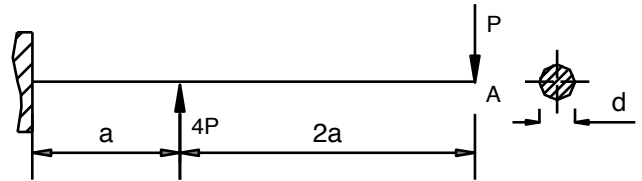


Bài 8:

Xác định đường kính của thanh biết :

$$P = 60 \text{ KN}; a = 1,5 \text{ m}; [\sigma] = 150 \text{ MN/m}^2$$

$$[f_A] = 1,2 \text{ cm}; E = 2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$$

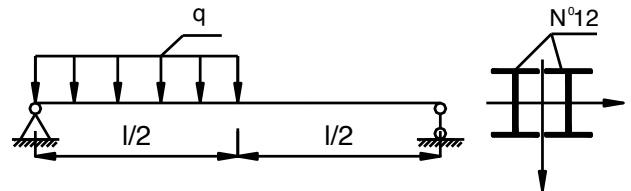


Bài 9:

Kiểm tra bền và cứng cho dầm biết:

$$q = 20 \text{ KN/m}; l = 4 \text{ m}; [\sigma] = 150 \text{ MN/m}^2$$

$$[f_B] = 0,6 \text{ cm}; [\varphi_A] = 2^0; E = 2 \cdot 10^5 \text{ MN/m}^2$$



Bài 10:

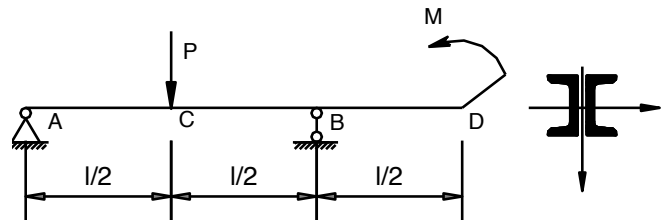
Dầm mặt cắt ngang gồm hai thép chữ [ghép lại, chịu lực như hình vẽ.

Chọn số hiệu mặt cắt cho dầm biết:

$$P = 40 \text{ KN}; M = 20 \text{ KNm}; l = 3 \text{ m};$$

$$[\sigma] = 160 \text{ MN/m}^2; \left[\frac{f}{l} \right] = \frac{1}{400}$$

$$E = 2 \cdot 10^4 \text{ KN/cm}^2$$



Bài 11:

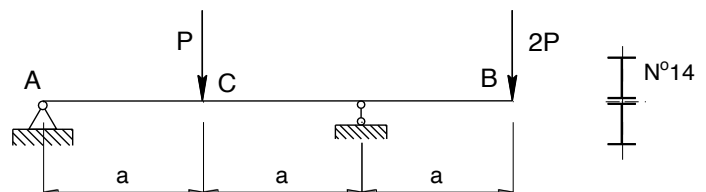
Dầm mặt cắt ngang gồm hai thép chữ I ghép chồng sát lên nhau, chịu lực như hình vẽ.

Kiểm tra bền cho dầm biết.

$$P = 40 \text{ KN}; a = 1,5 \text{ m};$$

$$[\sigma] = 160 \text{ MN/m}^2; [f_C] = 2 \text{ cm}$$

$$E = 2 \cdot 10^4 \text{ KN/cm}^2$$



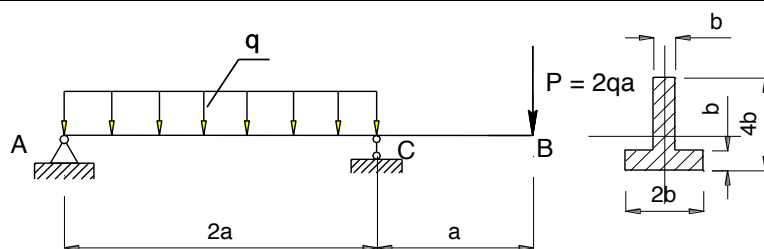
Bùi 12:

Cho dầm thép chịu lực như hình vẽ:

- Hãy xác định tải trọng cho phép tác dụng lên dầm biết.

$b = 4 \text{ cm}$, $a = 1,5 \text{ m}$, $[\sigma] = 160 \text{ MN/m}^2$, $[f_B] = 2 \text{ cm}$, $E = 2.10^5 \text{ MN/m}^2$.

STT	TÊN BÀI THỰC HÀNH - THÍ NGHIỆM	ĐỊA ĐIỂM	SỐ TIẾT	TRANG (từ - đến)	GHI CHÚ
1	Xác định đặc trưng cơ học của vật liệu	118 - B5	01		
2	Xác định biến dạng của thanh tròn chịu xoắn thuần túy.	118 - B5	01		
3	Xác định độ lún của lò xo xoắn ốc, hình trụ, bước ngắn	118 - B5	01		
4	Xác định chuyển vị của thanh thẳng chịu uốn ngang phẳng	118 - B5	01		



PHỤ LỤC 01 – HƯỚNG DẪN THỰC HÀNH - THÍ NGHIỆM
MỤC LỤC CÁC BÀI THỰC HÀNH – THÍ NGHIỆM PHẦN 1

Số bài hiện có: ...05..... Tổng số tiết: ...05.....

Phần I: Giới thiệu chung về thí nghiệm môn học

1) Mục tiêu chung của phần thí nghiệm môn học

Sức bền vật liệu là môn học nghiên cứu sự chịu lực của vật liệu để đề ra những phương pháp tính toán về độ bền, độ cứng, độ ổn định của các bộ phận công trình hoặc chi tiết máy sao cho chúng làm việc an toàn.

Phương pháp nghiên cứu của môn Sức bền vật liệu là kết hợp giữa lý thuyết và thực nghiệm. Việc nghiên cứu bằng thực nghiệm nhằm một mặt giảm bớt hoặc thay thế hoàn toàn một số tính toán phức tạp, dựa vào thực nghiệm mà đưa ra giả thuyết xây dựng công thức tính toán, mặt khác để có cơ sở kiểm tra lại độ chính xác của các kết quả đã tìm được bằng lý thuyết.

Tài liệu hướng dẫn thí nghiệm Sức bền vật liệu được biên soạn nhằm hướng dẫn cho sinh viên những bài thí nghiệm cơ bản nhất của môn học, qua đó giúp cho sinh viên bước đầu làm quen với phương pháp nghiên cứu bằng thực nghiệm, hiểu được tầm quan trọng của công tác thí nghiệm trong học tập và nghiên cứu.

2) Giới thiệu chung về thiết bị phòng thí nghiệm

Phòng thí nghiệm Sức bền có: Máy thử kéo (nén) vạn năng 20 tấn; Máy thử kéo (nén) FM1000; Máy thử độ xoắn; Máy thử độ xoắn K5; 02 Máy mỏi; 02 Máy va đập; Máy đo độ lún lò xo; Bàn thử độ xoắn; Bàn thử uốn ngang phẳng; Bàn thử nén dọc trục. Ngoài ra còn có thiết bị đo: Thước cặp, thước dài, kìm cắt thép...

3) Bảng tiến độ và thời lượng triển khai các bài thí nghiệm

Sau khi học xong chương Xoắn thuần túy, học sinh đến làm thí nghiệm ba bài đầu, học hên chương ổn định học sinh làm tiếp hai bài sau.

4) Phương pháp đánh giá kết quả thực hành thí nghiệm của sinh viên

Kết quả thực hành của sinh viên được đánh giá bằng việc hỏi bài trên lớp, quan sát sinh viên làm thí nghiệm và kiểm tra báo cáo thí nghiệm sinh viên nộp lại.

5) Công tác chuẩn bị của sinh viên

Trước khi làm thí nghiệm sinh viên phải nghiên cứu kỹ các bài thực hành để đi thí nghiệm. Cán bộ lớp chuẩn bị danh sách, chia nhóm gồm tất cả sinh viên học môn này đưa cho cô giáo trước khi thí nghiệm 2 tuần.

Cán bộ phụ trách, hướng dẫn thí nghiệm

Phạm Thị Thanh

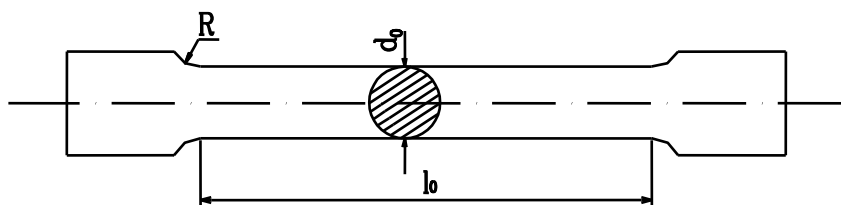
Phần II: Nội dung chi tiết các bài thí nghiệm

Bài 1. XÁC ĐỊNH ĐẶC TRƯNG CƠ HỌC CỦA VẬT LIỆU

1. Mục đích thí nghiệm: Tìm hiểu sự liên hệ giữa lực và biến dạng khi kéo hoặc nén của một mẫu thép, biết cách xác định các đặc trưng cơ học của thép nói riêng và của các loại vật liệu nói chung. Những đặc trưng cơ tính trên của vật liệu là những số liệu cần thiết cho việc tính toán sức bền.

2. Nội dung lý thuyết

Ta chuẩn bị một mẫu thử bằng thép như hình 1.



Hình 1

l_0 - chiều dài làm việc ban đầu của mẫu

d_0 - đường kính ban đầu của mẫu

Diện tích mặt cắt ngang là: $F_0 = \frac{\pi d_0^2}{4}$

Tiến hành thí nghiệm kéo mẫu thử trên máy thí nghiệm cho đến khi mẫu bị đứt . Ta thu được đồ thị biểu diễn mối quan hệ giữa P và Δl được biểu diễn ở hình 2. Qua đồ thị ta có thể chia quá trình chịu lực của mẫu thành ba giai đoạn:

- Giai đoạn đàn hồi (OA): Tương quan giữa P và Δl là bậc nhất. Lực lớn nhất trong giai đoạn này là P_{tl} , tương ứng với P_{tl} ta có

Giới hạn tỉ lệ:
$$\sigma_{tl} = \frac{P_{tl}}{F_0};$$

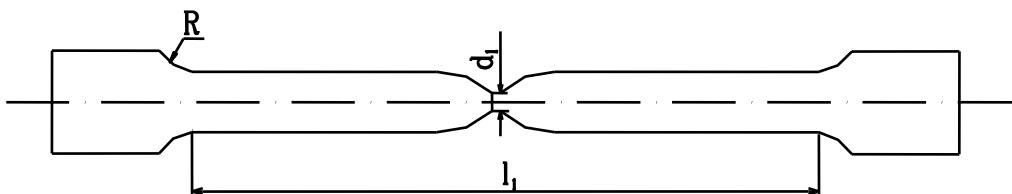
- Giai đoạn chảy (AB): Mối quan hệ giữa P và Δl gần như là một đường nằm ngang. Lực hầu như không tăng nhưng biến dạng tăng nhanh. Lực lớn nhất trong giai đoạn này là P_{ch} và ta có:

Giới hạn chảy:
$$\sigma_{ch} = \frac{P_{ch}}{F_0};$$

- Giai đoạn củng cố (BC): Tương quan giữa P và Δl là một đường cong. Ở giai đoạn này lực tăng thì biến dạng cũng tăng. Lực lớn nhất ở giai đoạn này là P_b , ứng với P_b ta có:

Giới hạn bền:
$$\sigma_B = \frac{P_B}{F_0};$$

Khi lực đạt đến P_B thì tại một mặt cắt nào đó trên mẫu xuất hiện một chỗ thắt lại, và mẫu bị đứt ở mặt cắt này tương ứng với vị trí d_1 trên đồ thị (hình 3).



Hình 3

Ba đại lượng σ_{tl} , σ_{ch} , σ_B là các đặc trưng cho tính bền của vật liệu. Ngoài ra với vật liệu dẻo chịu kéo người ta còn tìm được hai đại lượng δ và ψ là các đặc trưng cho tính dẻo của vật liệu và được tính như sau:

Biến dạng dài tỉ đối:
$$\delta = \frac{l_1 - l_0}{l_0} . 100\%$$

Độ thắt tỉ đối:
$$\psi = \frac{F_0 - F_1}{F_0} . 100\%$$

3. Máy thí nghiệm

Sử dụng máy kéo nén vạn năng của Cộng hoà Dân chủ Đức. Ký hiệu FM - 1000. Lực kéo lớn nhất là $1000\text{kg} \approx 10\text{kN}$, truyền động bằng thuỷ lực. Máy kéo (nén) có hai ngàm dùng

để kẹp chặt mẫu trong quá trình kéo. Ngàm trên cố định, ngàm dưới di động. Đồng hồ đo lực kéo (nén) và bộ phận vẽ đồ thị biểu diễn mối quan hệ P và Δl .

4. Trình tự tiến hành thí nghiệm

- Đo đường kính ban đầu d_0 và đánh dấu chiều dài làm việc $l_0 = 10\text{cm}$ của mẫu thử như hình vẽ

- Gá mẫu vào hai ngàm trên và dưới của máy, kiểm tra sự làm việc của từng bộ phận máy, điều chỉnh kim đồng hồ về vị trí "0".

- Cấp điện cho máy và điều chỉnh cho ngàm kẹp đúng vào vị trí ta đã đánh dấu trên mẫu.

- Tiến hành cho mẫu chịu kéo, quan sát quá trình kéo mẫu cho đến khi đứt, đọc các giá trị P_{tl} , P_{ch} , P_B trên đồng hồ đo lực.

- Lấy mẫu ra khỏi hai ngàm của máy, giữ nguyên vạch đánh dấu trên mẫu. Đo lại kích thước l_1 , d_1 sau khi kéo

+ Đo l_1 : Gắn hai phần mẫu đã đứt vào với nhau rồi đo khoảng cách l_1 giữa hai vạch đánh dấu.

+ Đo d_1 : Đường kính d_1 đo tại vị trí bị đứt của mẫu, từ đó tính được F_1

5. Kết quả thí nghiệm

Kết quả thí nghiệm sau khi tính toán được ghi vào bảng dưới đây:

Mẫu thí nghiệm	l_1 (cm)	d_1 (cm)	P_{tl} (KN)	P_{ch} (KN)	P_b (KN)	σ_{tl} (KN/cm ²)	σ_{ch} (KN/cm ²)	σ_b (KN/cm ²)	δ (%)	ψ (%)
Mẫu 1										
Mẫu 2										
Mẫu 3										

6. Nhận xét

- So sánh các đặc trưng về độ bền của mẫu thí nghiệm với các đặc trưng của thép CT3 khi chịu kéo?

- Nhận xét biến dạng và đường kính của mẫu sau khi kéo so với mẫu ban đầu?

Bài 2. XÁC ĐỊNH BIẾN DẠNG CỦA THANH TRÒN

CHỊU XOẮN THUẦN TUYỆT

1. Mục đích thí nghiệm: Xác định biến dạng xoắn của thanh tròn chịu xoắn thuần túy bằng thực nghiệm. Trên cơ sở đó đánh giá mức độ chính xác của công thức lý thuyết.

2. Nội dung lý thuyết

Một thanh chịu xoắn thuần túy thì góc xoắn tương đối giữa hai mặt cắt ngang của thanh được tính theo công thức sau:

* Trường hợp tổng quát:

Thanh gồm nhiều đoạn, M_z , GJ_p biến thiên liên tục trên mỗi đoạn

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \left(\frac{M_z}{GJ_p} \right)_i dz$$

trong đó:

M_z là mô men xoắn nội lực

G là mô đun đàn hồi trượt của vật liệu, mẫu thí nghiệm là thép CT3 có $G = 8 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$

J_p là mô men quán tính độc cực của mặt cắt ngang. Đối với thanh tròn rỗng J_p được tính:

$$J_p = \frac{\pi D^4}{32} (1 - \eta^4)$$

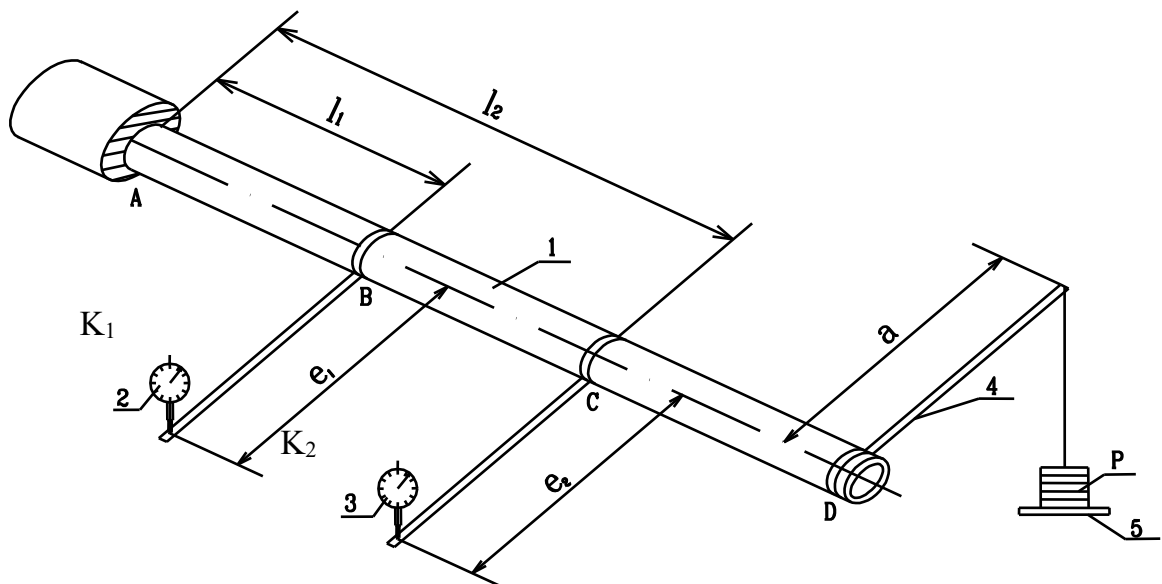
l_i là chiều dài đoạn thứ i

* Trường hợp đặc biệt

- Thanh gồm nhiều đoạn, trên mỗi đoạn M_z và GJ_p không đổi

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \left(\frac{M_z l}{GJ_p} \right)_i$$

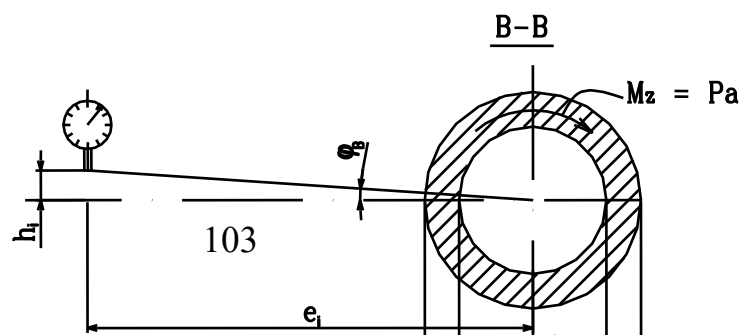
3. Sơ đồ thí nghiệm



1. Thanh tròn rỗng

2. Chuyển vị kế K_1

3. Chuyển vị kế K_2



4. Cánh tay đòn
5. Giá đặt tải trọng

Hình 4

Dưới tác dụng của tải trọng P, thanh tròn bị biến dạng, các mặt cắt ngang bị xoay đi. Tại mặt cắt B và mặt cắt C, thanh gá e_1 , e_2 cũng bị xoay đi một góc tương ứng φ_B và φ_C . Khi đó chuyển vị kế K_1 , K_2 sẽ chỉ các dịch chuyển tương ứng h_1 và h_2 . Góc xoắn tại mặt cắt B và C được tính thông qua h_1 , h_2 , e_1 , e_2 .

$$\varphi_B = \arctg \frac{h_1}{e_1}; \quad \varphi_C = \arctg \frac{h_2}{e_2}$$

4. Trình tự tiến hành thí nghiệm

- Lắp ráp sơ đồ thí nghiệm
- Đo kích thước của thanh: l_1 , l_2 , d , D , e_1 , e_2 , a
- Tuần tự đặt các tải trọng, tương ứng đọc và ghi lại các chỉ số trên các chuyển vị kế

5. Kết quả thí nghiệm

l_i	P_i (N)	M_{zi} (Nmm)	h_i (mm)	φ_{iLT}	φ_{iTN}	$\Delta\varphi = \left \frac{\varphi_{iLT} - \varphi_{iTN}}{\varphi_{iLT}} \right 100\%$
$l_1 =$	$P_1 = 10$... $P_5 = 50$					
$l_2 =$	$P_1 = 10$... $P_5 = 50$					

6. Nhận xét

- Nhận xét mức độ chính xác của kết quả thí nghiệm
- Phân tích nguyên nhân

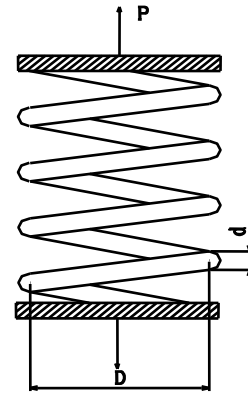
Bài 3. XÁC ĐỊNH ĐỘ LÚN CỦA Lò XO XOẮN ỐC, HÌNH TRỤ, BƯỚC NGẮN

1. *Mục đích thí nghiệm:* Xác định độ lún của lò xo xoắn ốc hình trụ, bước ngắn bằng thực nghiệm. Trên cơ sở đó đánh giá mức độ chính xác của công thức lý thuyết.

2. *Nội dung lý thuyết*

Lò xo xoắn ốc hình trụ, bước ngắn, đường kính trung bình D , đường kính dây d và số vòng n . Nén lò xo bằng lực P thì độ lún λ được tính theo công thức:

$$\lambda = \frac{8PD^3n}{Gd^4} \quad (\text{mm, cm})$$



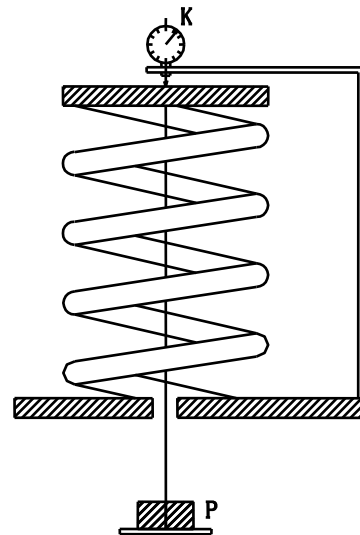
Hình 5

3. *Sơ đồ thí nghiệm*

Khi tải trọng P gây biến dạng nén cho lò xo, chuyển vị kế K đo giá trị độ lún λ tương ứng.

4. *Trình tự tiến hành*

- Xác định các thông số của lò xo: D , d , n
- Lắp ráp và điều chỉnh kim đồng hồ về vị trí số "0" của chuyển vị kế.
- Đặt tuần tự tải trọng P lên giá, đọc và ghi lại các giá trị độ lún tương ứng trên chuyển vị kế.



Hình 6

5. *Kết quả thí nghiệm*

Quá trình tính toán các giá trị λ được ghi vào bảng dưới đây

P_i (N)	λ_i^{LT} (mm)	$\sum_{i=1}^n \lambda_i^{LT}$	λ_i^{TN} (mm)	$\sum_{i=1}^n \lambda_i^{TN}$	$\Delta\lambda = \frac{\sum_{i=1}^n \lambda_i^{LT} - \sum_{i=1}^n \lambda_i^{TN}}{\sum_{i=1}^n \lambda_i^{LT}} \cdot 100\%$
$P_1 = 5$					
...					
$P_8 = 40$					

6. Nhận xét

- Nhận xét mức độ chính xác của kết quả thí nghiệm
- Phân tích nguyên nhân

Bài 4. XÁC ĐỊNH CHUYỂN VỊ CỦA THANH THẲNG CHỊU UỐN NGANG PHẪNG

1. Mục đích thí nghiệm

Xác định độ võng và góc xoay của một thanh thẳng chịu uốn ngang phẳng bằng thực nghiệm. Trên cơ sở đó đánh giá mức độ chính xác của độ võng và góc xoay tính bằng các phương pháp lý thuyết.

2. Nội dung lý thuyết

Để xác định độ võng và góc xoay của dầm chịu uốn ngang phẳng ta có các phương pháp sau:

- Phương pháp tích phân bất định
- Phương pháp thông số ban đầu
- Phương pháp tải trọng giả tạo
- Phương pháp tích phân Mor kết hợp với phép nhân biểu đồ Veresaghin

Dùng phương pháp tích phân Mor kết hợp với phép nhân biểu đồ Veresaghin để tính độ võng tại B và góc xoay tại A cho dầm đơn giản chịu lực như hình 7, được tiến hành theo các bước sau:

- Vẽ biểu đồ M_x^m do tải trọng gây nên
- Tạo trạng thái "k" và vẽ biểu đồ $\overline{M}_x^k$
- Thực hiện giải tích phân Mo bằng phép nhân biểu đồ Veresaghin ta có:

$$y_B = \frac{1}{EJ_x} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{Pl}{4} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{l}{4} \right) \cdot 2 = \frac{Pl^3}{48EJ_x}$$

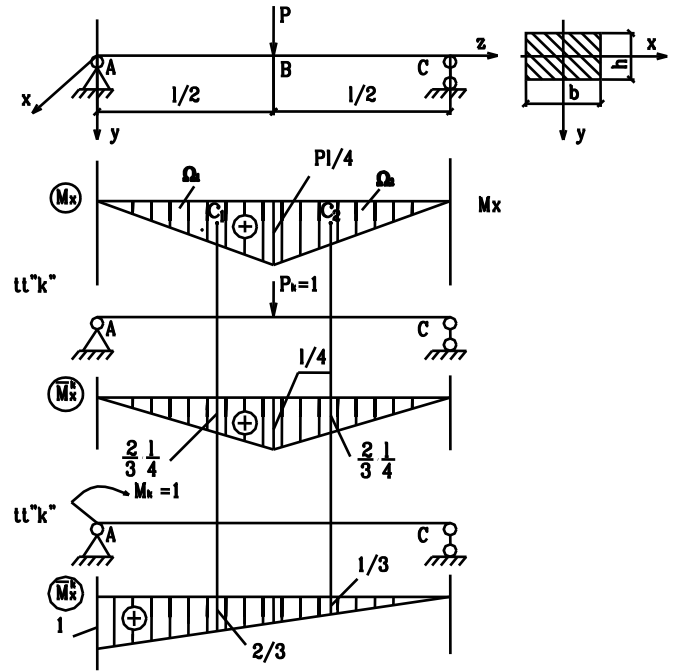
$$\varphi_A = \frac{1}{EJ_x} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{Pl}{4} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{Pl}{4} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{1}{3} \right)$$

$$= \frac{Pl^2}{16EJ_x}$$

3. Sơ đồ thí nghiệm

Chuyển vị kế K_1 xác định độ võng tại B. Chuyển vị kế K_2

đo chuyển vị a. Góc xoay tại A được tính theo a, e.



Hình 7

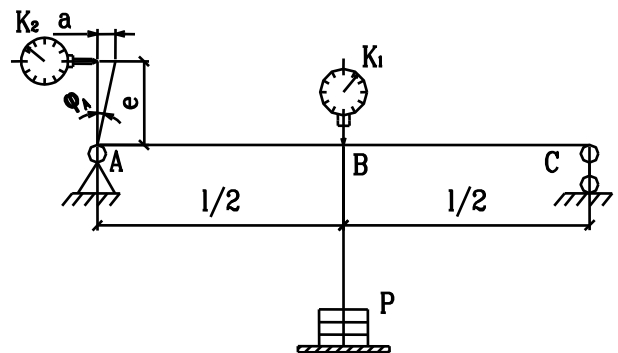
$$\varphi_A = \arctg \frac{a}{e}$$

4. Trình tự tiến hành

- Lắp ráp sơ đồ thí nghiệm
- Đo các kích thước của thanh: l, b, h, e
- Đặt tuần tự các tải trọng P lên giá, đọc và ghi các chuyển vị tương ứng.

5. Kết quả thí nghiệm:

Kết quả thí nghiệm ghi vào bảng dưới đây



Hình 8

P_i (N)	y_B^{LT}	y_B^{TN}	φ_A^{LT}	φ_A^{TN}	$\Delta y = \left \frac{y_B^{LT} - y_B^{TN}}{y_B^{LT}} \right 100\%$	$\Delta \varphi = \left \frac{\varphi_A^{LT} - \varphi_A^{TN}}{\varphi_A^{LT}} \right 100\%$
$P_1 = 4$						
....						
$P_5 = 20$						

6. Nhận xét

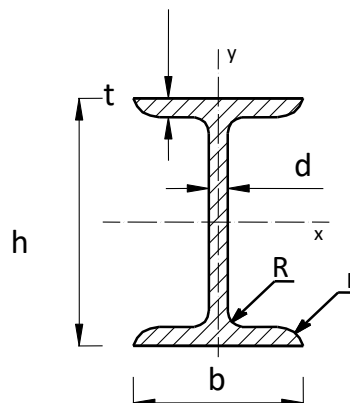
- Nhận xét mức độ chính xác của kết quả thí nghiệm
- Phân tích nguyên nhân.

PHỤ LỤC



TRƯỜNG ĐẠI HỌC HÀNG HẢI VIỆT NAM
Bộ môn Sức Bền Vật Liệu

BẢNG TRA THÉP DÁT ĐỊNH HÌNH
Mặt cắt chữ I
 ΓOCT 8239-56

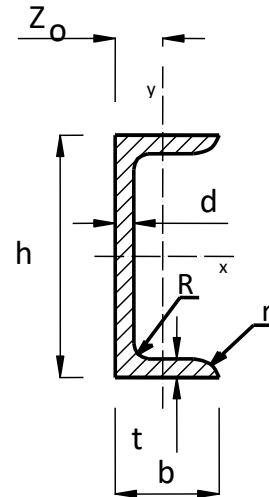


Số hiệu mặt cắt	Trọng lượng N/m	Kích thước (mm)						Diện tích mặt cắt cm ²	Trị số cần tìm đối với các trục						
		h	b	d	t	R	r		x-x				y-y		
									J _x cm ⁴	W _x cm ³	i _x cm	S _x cm ³	J _y cm ⁴	W _y cm ³	i _y cm
10	111	100	70	4,5	7,2	7,0	3,0	14,2	244	48,8	4,15	28,0	35,3	10	1,58
12	130	120	75	5,0	7,3	7,5	3,0	16,5	403	67,2	4,94	38,5	43,8	11,7	1,63
14	148	140	82	5,0	7,5	8,0	3,0	18,9	632	90,3	5,78	51,5	58,2	14,2	1,75
16	169	160	90	5,0	7,7	8,5	3,5	21,5	945	118	6,63	67,0	77,6	17,2	1,90
18	187	180	95	5,0	8,0	9,0	3,5	23,8	1330	148	4,47	83,7	94,6	19,9	1,99
18a	199	180	102	5,0	8,2	9,0	3,5	25,4	1440	160	5,53	90,1	119	23,3	2,06
20	207	200	100	5,2	8,2	9,5	4,0	26,4	1810	181	8,27	102	112	22,4	2,17
20a	222	200	110	5,2	8,3	9,5	4,0	28,3	1970	197	8,36	111	148	27,0	2,29
22	237	220	110	5,3	8,6	10,0	4,0	30,2	2530	230	9,14	130	155	28,2	2,26
22a	254	220	120	5,3	8,8	10,0	4,0	32,4	2760	251	9,23	141	203	33,8	2,50
24	273	240	115	5,6	9,5	10,5	4,0	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
24a	294	240	125	5,6	9,8	10,5	4,0	37,5	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63
27	315	270	125	6,0	9,8	11,0	4,5	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54
27a	339	270	135	6,0	10,2	11,0	4,5	43,2	5500	407	11,3	229	337	50,0	2,80
30	365	300	135	6,5	10,2	12,0	5,5	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69
30a	392	300	145	6,5	10,7	12,0	5,5	49,9	7780	518	12,5	292	346	60,1	2,95
33	422	330	140	7,0	11,2	13,0	5,5	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79
36	486	360	145	7,5	12,3	14,0	6,0	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89
40	561	400	155	8,0	13,0	15,0	6,0	71,9	18930	974	16,3	540	666	75,9	3,05
45	652	450	160	8,6	14,2	16,0	7,0	83,0	27450	1220	18,2	699	807	101	3,12
50	761	500	170	9,3	15,2	17,0	7,0	96,9	39120	1560	20,1	899	1040	122	3,28
55	886	550	180	10,0	16,5	18,0	7,0	113	54810	1990	20,2	1150	1350	150	3,46
60	1030	600	190	10,8	17,8	20,0	8,0	131	75010	2500	23,9	1440	1720	181	3,62
65	1190	650	200	11,7	19,2	22,0	9,0	151	100840	3100	25,8	1790	2170	217	3,79
70	1370	700	210	12,7	20,8	24,0	10,0	174	133890	3830	27,7	2220	2730	260	3,76
70a	1580	700	210	15,0	24,0	24,0	10,0	202	152700	4360	27,5	2550	3240	309	4,01
70b	1840	700	210	17,5	28,2	24,0	10,0	234	175350	5010	27,4	2940	3910	373	4,09



TRƯỜNG ĐẠI HỌC HÀNG HẢI VIỆT NAM
Bộ môn Sức Bền Vật Liệu

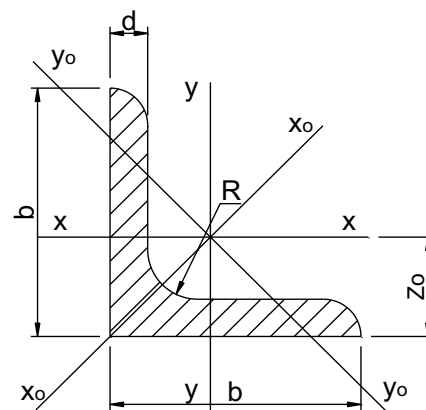
BẢNG TRA THÉP DÁT ĐỊNH HÌNH
Mặt cắt chữ C
 Γ OCT 8240-56



Số hiệu mặt cắt	Trọng lượng N/m	Kích thước (mm)						Diện tích mặt cắt cm ²	Trị số cần tìm đối với các trục							Z ₀
		h	b	d	t	R	r		x-x				y-y			
									J _x cm ⁴	W _x cm ³	i _x cm	S _x cm ³	J _y cm ⁴	W _y cm ³	i _y cm	
6	54,2	50	37	4,5	7,0	6,0	2,5	6,90	26,1	10,4	1,94	6,36	8,41	3,59	1,10	1,36
6,5	65,0	65	40	4,5	7,4	6,0	2,5	8,28	54,5	16,8	2,57	10,0	11,9	4,58	1,20	1,40
8	77,8	80	45	4,8	7,4	6,5	2,5	9,91	99,9	25,0	3,17	14,8	17,8	5,89	1,34	1,48
10	92,0	100	50	4,8	7,5	7,0	3,0	11,7	187	37,3	3,99	21,9	25,6	7,42	1,48	1,55
12	108,0	120	54	5,0	7,7	7,5	3,0	13,7	313	52,2	4,78	30,5	34,4	9,01	1,58	1,59
14	123,0	140	58	5,0	8,0	8,0	3,0	15,7	489	69,8	5,59	40,7	45,1	10,9	1,70	1,66
14a	132,0	140	62	5,0	8,5	8,0	3,0	16,9	538	76,8	5,65	44,6	56,6	13,0	1,83	1,84
16	141,0	160	64	5,0	8,3	8,5	3,5	18,0	741	92,6	6,42	53,7	62,6	13,6	1,87	1,79
16a	151,0	160	68	5,0	8,8	8,5	3,5	19,3	811	101	6,48	58,5	77,3	16,0	2,00	1,98
18	161,0	180	70	5,0	8,7	9,0	3,5	20,5	1080	120	7,26	69,4	85,6	16,9	2,04	1,95
18a	172,0	180	74	5,0	9,2	9,0	3,5	21,9	1180	131	7,33	75,2	104	19,7	2,18	2,13
20	184,0	200	76	5,2	9,0	9,5	4,0	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07
20a	196,0	200	80	5,2	9,9	9,5	4,0	25,0	1660	166	8,15	95,2	137	24,0	2,34	2,57
22	209,0	220	82	5,3	9,9	10,0	4,0	26,7	2120	193	8,91	111	151	25,4	2,38	2,24
22a	225,0	220	87	5,3	10,2	10,0	4,0	28,6	2320	211	9,01	121	186	29,9	2,55	2,47
24	240,0	240	90	5,6	10,0	10,5	4,0	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42
24a	258,0	240	95	5,6	10,7	10,5	4,0	32,9	3180	265	9,84	151	254	37,2	3,78	2,67
27	277,0	270	95	6,0	10,5	11	4,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47
30	318,0	300	100	6,5	11,0	12	5,0	40,5	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52
33	365,0	330	105	7,0	11,7	13	5,0	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59
36	419,0	360	110	7,5	12,6	14	6,0	53,4	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68
40	483,0	400	115	8,0	13,5	15	6,0	61,5	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75



BẢNG TRA THÉP DÁT ĐỊNH HÌNH
Mặt cắt thép góc đều cạnh
Γ OCT 8240-56



Số hiệu mặt cắt N ^o	Kích thước, mm				Diện tích mặt cắt cm ²	Trọng lượng 1 m dài, N	Trị số cần tìm đối với các trục							
	b	d	r	R			x - x		y - y		y _o - y _o		x ₀ - x ₀	
							J _x cm ⁴	i _x cm	J _{xomax} cm ⁴	i _{xomax} cm	J _{xomin} cm ⁴	i _{xomin} cm	J _{xomax} cm ⁴	Z _o cm
2	20	3	3.5	1.2	1.13	8.9	0.4	0.59	0.63	0.75	0.17	0.39	0.81	0.6
		4			1.46	11.5	0.5	0.58	0.78	0.73	0.22	0.38	1.09	0.64
2.5	25	3	3.5	1.2	1.43	11.2	0.81	0.75	1.29	0.95	0.34	0.49	1.57	0.73
		4			1.86	14.6	1.03	0.74	1.62	0.93	0.44	0.48	2.11	0.76
2.8	28	3	4	1.3	1.62	12.7	1.16	0.85	1.84	1.07	0.48	0.55	2.2	0.8
3.2	32	3	4.5	1.5	1.86	14.6	1.77	0.97	2.8	1.23	0.74	0.63	3.26	0.89
		4			2.43	19.1	2.26	0.96	3.58	1.21	0.94	0.62	4.39	0.94
3.6	36	3	4.5	1.5	2.1	16.5	2.56	1.1	4.06	1.39	1.06	0.71	4.64	0.99
		4			2.75	21.6	3.29	1.09	5.21	1.38	1.36	0.7	6.24	1.04
4	40	3	5	1.7	2.35	18.5	3.55	1.23	5.63	1.55	1.47	0.79	6.35	1.09
		4			3.08	24.2	4.58	1.22	7.26	1.53	1.9	0.78	8.53	1.13
4.5	45	3	5	1.7	2.65	20.8	5.13	1.39	8.13	1.75	2.12	0.89	9.04	1.21
		4			3.48	27.3	6.63	1.38	10.05	1.74	2.74	0.89	12.1	1.26
		5			4.29	33.7	8.03	1.37	12.7	1.72	3.33	0.88	15.3	1.3
5	50	3	5.5	1.8	2.96	23.2	7.11	1.55	11.3	1.95	2.95	1	12.4	1.33
		4			3.89	30.5	9.21	1.54	14.6	1.94	3.8	0.99	16.6	1.38
		5			4.8	37.7	11.2	1.53	17.8	1.92	4.63	0.98	20.9	1.42

5.6	56	3.5	6	2	3.66	30.3	11.6	1.73	18.4	2.18	4.8	1.12	20.3	1.5
		4			4.38	34.4	13.1	1.73	20.8	2.18	5.41	1.11	23.3	1.52
		5			5.41	42.5	16	1.72	25.4	2.16	6.59	1.1	29.2	1.57
6	63	4	7	2.3	4.96	39	18.9	1.95	29.9	2.45	7.81	1.25	33.1	1.69
		5			6.13	48.1	23.1	1.94	36.6	2.44	9.52	1.25	41.5	1.74
		6			7.28	57.2	27.1	1.93	42.9	2.43	11.2	1.24	50	1.78
7	70	4.5	8	2.7	6.2	48.7	29	2.16	46	2.72	12	1.39	51	1.88
		5			6.86	53.8	31.9	2.16	50.7	2.72	13.2	1.39	56.7	1.9
		6			8.15	63.9	37.6	2.15	59.6	2.71	15.5	1.38	68.4	1.94
		7			9.42	73.9	43	2.14	68.2	2.69	17.8	1.37	80.1	1.99
		8			10.7	83.7	48.2	2.13	76.4	2.68	20	1.37	91.9	2.02
7.5	75	5	9	3	7.39	58	39.5	2.31	62.6	2.91	16.4	1.49	69.6	2.02
		6			8.78	68.9	46.6	2.3	73.9	2.9	19.3	1.48	83.9	2.06
		7			10.1	79.6	53.3	2.29	84.6	2.89	22.1	1.48	98.3	2.1
		8			11.5	90.2	59.8	2.28	94.9	2.87	24.8	1.47	113	2.15
		9			12.8	101	66.1	2.27	105	2.86	27.5	1.46	127	2.18
8	80	5.5	9	3	8.63	67.8	52.7	2.47	83.6	3.11	21.8	1.59	93.2	2.17
		6			9.38	73.6	57	2.47	90	3.11	23.5	1.58	102	2.19
		7			10.8	85.1	65.3	2.45	104	3.09	27	1.58	119	2.23
		8			12.3	96.5	73.4	2.44	116	3.08	30.3	1.57	137	2.27
9	90	6	10	3.3	10.6	83.3	82.1	2.78	130	3.5	34	1.79	1.45	2.43
		7			12.3	96.4	94.3	2.77	150	3.49	38.9	1.78	1.69	2.47
		8			13.9	109	106	2.76	168	3.48	43.8	1.77	1.94	2.51
		9			15.6	122	118	2.75	186	3.46	48.6	1.77	2.19	2.55
10	100	6.5	12	4	12.8	101	122	3.09	193	3.88	50.7	1.99	214	2.68
		7			13.8	108	131	3.08	207	3.88	54.2	1.98	231	2.71
		8			15.6	122	147	3.07	233	3.87	60.9	1.98	265	2.75
		10			19.2	151	179	3.05	284	3.84	74.1	1.96	330	2.83
		12			22.8	179	209	3.03	331	3.81	86.9	1.95	402	2.91
		14			26.3	206	237	3	375	3.78	99.3	1.94	472	2.99
		16			29.7	233	264	2.98	416	3.74	112	1.94	542	3.06
11	110	7	12	4	15.2	119	176	3.4	279	4.29	72.7	2.19	308	2.96
		8			17.2	135	198	3.39	315	4.28	81.8	2.18	353	3
12.5	125	8	14	4.6	19.7	155	294	3.87	467	4.87	122	2.49	516	3.36
		9			22	173	327	3.86	520	4.86	135	2.48	582	3.4
		10			24.3	191	360	3.85	571	4.84	149	2.47	649	3.45
		12			28.9	227	422	3.82	670	4.82	174	2.46	782	3.53

		14			33.4	262	482	3.8	764	4.78	211	2.45	916	3.61
		16			37.8	296	539	3.78	853	4.75	224	2.44	1051	3.68
14	140	9	14	4.6	24.7	194	466	4.34	739	5.47	192	2.79	818	3.78
		10			27.3	215	512	4.33	814	5.46	211	2.78	914	3.82
		12			32.5	255	602	4.21	957	5.43	248	2.76	1097	3.9
16	160	10	16	5.3	31.4	247	774	4.96	1229	6.25	319	3.19	1356	4.3
		11			34.4	270	844	4.95	1341	6.24	348	3.18	1494	4.35
		12			37.4	294	913	4.94	1450	6.23	376	3.17	1633	4.39
		14			43.3	340	1046	4.92	1662	6.2	431	3.16	1911	4.47
		16			49.1	385	1175	4.89	1866	6.17	485	3.14	2191	4.55
		18			54.8	430	1299	4.87	2061	6.13	537	3.13	2472	4.63
		20			60.4	474	1419	4.85	2248	6.1	589	3.12	2756	4.7
18	180	11	16	5.3	38.8	305	1216	5.6	1933	7.06	500	3.59	2128	4.85
		12			42.2	331	1317	5.59	2093	7.04	540	3.58	2324	4.89
20	200	12	18	6	47.1	370	1823	6.22	2896	7.84	749	3.99	3182	5.37
		13			50.9	399	1961	6.21	3116	7.83	805	3.98	3452	5.42
		14			54.6	428	2097	6.2	3333	7.81	861	3.97	3722	5.46
		16			62	487	2326	6.17	3755	7.78	970	3.96	4264	5.54
		20			76.5	601	2871	6.12	4560	7.72	1182	3.93	5355	5.7
		25			94.3	740	3466	6.06	5494	7.63	1432	3.91	6733	5.89
		30			111.5	876	4020	6	6351	7.55	1688	3.89	8130	6.07
22	220	14	21	7	60.4	474	2814	6.83	4470	8.6	1159	4.38	4941	5.93
		16			68.6	538	3157	6.81	5045	8.58	1306	4.36	5661	6.02
25	250	16	24	8	78.4	615	4717	7.76	7492	9.78	1942	4.98	8286	6.75
		18			87.7	689	5247	7.73	8337	9.75	2158	4.96	9342	6.83
		20			97	761	5765	7.71	9160	9.72	2370	4.94	10401	6.91
		22			116.1	833	6270	7.69	9961	9.69	2579	4.93	11464	7
		25			119.7	940	7006	7.65	11125	9.64	2887	4.91	13064	7.11
		28			133.1	1045	7717	7.61	12244	9.59	3190	4.89	14674	7.23
		30			142	1114	8117	7.59	12965	9.56	3389	4.89	15753	7.31

